小数の乗法・除法における学習・指導の改善に関する研究

２０１９年3月

富山大学人間発達科学部

岸本　忠之

目　次

第１章　研究の目的と方法

１．１　研究の動機

（１）教育課程実施状況調査等における児童の実態

『教育課程実施状況調査』において、小数の乗法・除法の文章題からの演算決定や演算の意味に課題があることが指摘されている。例えば、『平成 13 年度　教育課程実施状況調査』の「算数の概要」において次のように指摘されている。

「「数と計算」領域では、例えば、小数や分数の計算の技能についての問題と比べ、計算の意味理解と、計算の仕方の思考・判断についての問題で、通過率が設定通過率を下回ると考えられるものが多いという状況がみられる。」(国立教育政策研究所,2003,p.3)

『平成 15 年度　教育課程実施状況調査』の「教科別の分析と改善点(算数)」でも、計算技能に比べて意味が十分ではないことが次のように指摘されている。

「「小数や分数の計算技能」の問題(24 問中 21 問)では、通過率が設定通過率を上回る又は同程度と考えられる。「小数や分数の計算の意味理解」の問題(11 問中 3 問)においては、設定通過率を下回ったものがみられる。」(国立教育政策研究所,2005,p.3)

（２）全国学力・学習状況調査における実態

『全国学力・学習状況調査の 4 年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ：児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて(小学校編)』では、平成 19～22 年度の 4 年間の調査結果を分析し、「課題として考えられる内容」として次の課題を指摘している(国立教育政策研究所,2012,p.28)。

①小数の乗法の意味について理解し、問題の場面から式を考えることに課題がある。
②小数の計算における乗数と積の大きさ、除数と商の大きさの関係についての理解に課題がある。
③基準量(基準にする大きさ)よりも比較量(割合に当たる大きさ)の方が小さい場面で、何倍かを求めるために除法が用いられることの理解に課題がある。
④商が 1 より小さくなる等分除「(整数)÷(整数)」の場面で、除法が用いられることの理解に課題がある。

実態調査によれば、小数の乗法・除法の指導に関する問題点は、「演算決定」「意味」「

乗数と積の大きさの関係」「除数と商の大きさの関係」とまとめられる。

（３）研究上の課題

実態調査を受けて様々な取り組みが、小数の乗法・除法の学習・指導を改善するためになされてきた。これまでの取り組みにおける研究課題は、次のようにまとめられる。

①児童の既習内容の影響

認知心理学の多くの知見もまた、小数の乗法・除法の学習・指導にも生かされている。認知心理学の基本的立場では、情報処理過程に基づいて文章題解決過程を仮定し、どの段階でどのような困難が生じるのかを明らかにしている。例えば、坂本美紀(2003)は、小数倍の文章題に関して質問紙調査を通して、文章題解決過程に即して児童の困難点を具体的に明らかにしている。文章題解決過程に即して児童の困難点を解決することで、一定の改善は期待されるが残された課題もある。例えば、文章題解決過程における既習内容の影響がある。児童は、小数の乗法・除法の学習前に、小数や整数の乗法・除法を学習している。例えば、児童が「乗法の結果はいつも大きくなる」のようなミスコンセプションを持っているとき、小数の乗法の文章題において正しく演算決定できない。このようなミスコンセプションの影響は非常に大きく、また指導上修正することも難しい。

②演算決定と意味理解の実態

児童が小数の乗法の文章題から正しく演算決定できるためには、演算の一般的意味を理解することが不可欠とされる(片桐重男,1975)。しかし児童が、小数の乗法・除法の一般的意味を理解するのは、一定期間をかけて漸進的に達成されると言える。また児童の演算に関する一般的意味の理解は多様であると推測されることから、意味の理解と演算決定は必ずしも同じではない。一般的意味の理解と演算決定との関係を詳細に検討する必要がある。

③数学的内容と表現の区別

児童が小数の乗法・除法を理解する指導の手立てとして、数直線図が有効であるとされてきた(川又由香,2008; 矢部敏昭ら,1999)。しかし実際の授業は、主として話し合いを通してなされる。ある児童が小数の乗法・除法の内容を理解し、その内容を何らかの表現で表して発言したとき、他の児童がその児童の発言した内容を理解できるかどうかは、「表現」と「内容」を両方とも理解できたときである。また数直線図の表現はやや複雑であり、数直線図自体が持つ表現の困難性も考えられ、数学的内容と表現の関係についても詳細に検討する必要がある。

④教室での話し合いの仕方

指導の手立ての効果に関して、教室という空間で児童が学習するという社会的状況も考慮する必要がある。特に話し合いの質は児童の学習に大きな影響を及ぼす。児童がより質の高い話し合いを行うためには、数学的概念自体を話し合いの対象とするだけではなく、数学的概念を対象化した話し合いとすることが重要であるとされる(Cobb ら,1997)。児童が数学的概念を対象化した話し合いをするためには、社会数学的規範の形成が必要である

(Yackel and Cobb,1996)。このことは、指導の手立てが効果的であるかどうかは、実際の授業における社会的状況も考慮する必要があることを示唆している。

１．２　研究の目的

本研究は、小数の乗法・除法に関する学習・指導を改善することを目的に「演算決定」と「意味」に焦点を当てて、3 つの課題を明らかにすることである。

研究課題（１）：小数の乗法の文章題からの演算決定に焦点を当てて、どのような要因が影響しているのかを明らかにする。

研究課題（２）：小数の乗法の文章題からの演算決定と演算の意味に焦点を当てて、児童の実態を明らかにする。

研究課題（３）：小数の除法に関する授業を事例研究として、文章題からの演算決定と演算の意味に関して、実際の話し合いに基づいて効果的な指導の手立てを明らかにする。

１．３　研究の方法

研究課題に対する研究方法は次である。

研究課題（１）：特定の要因に焦点を当てて、小数の乗法の文章題からの演算決定に関する質問紙調査を行う。

研究課題（２）：小数の乗法の文章題からの演算決定と演算の意味に関する質問紙調査を行う。

研究課題（３）：小数の乗法・除法の実際の授業の中でも、より困難である小数の除法に関する授業を取り上げ、文章題からの演算決定と演算の意味に焦点を当てて、実践から効果的な指導の手立てを抽出する。

本研究における小数の乗法・除法とは、乗数が小数である乗法と除数が小数である除法をさす。我が国の教育課程に従い、被乗数や被除数が小数である乗法や除法は研究対象としていない。児童が小数の乗法・除法を学習する際には、被乗数が小数である乗法や被除数が小数である除法は既習とする。児童が小数の乗法・除法を学習する際には、分数の乗法・除法は未習とする。

第 1 章の引用文献

Cobb,P.,Boufi,A.,McClain,K., and Whitenack,J.(1997). Reflective discourse and collective reflection. Journal Research in Mathematics Education,28(3),258-277.

片桐重男(1975).小数の乗除の意味の指導について.横浜国立大学教育研究紀要,15,74-93.

川又由香(2008).演算決定における数直線図の活用について.数学教育研究.新潟大学教育学部数学教室,43(2),17-22.

国立教育政策研究所(2003).平成 13 年度小中学校教育課程実施状況調査

.(www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h13/top.htm)
国立教育政策研究所(2005).平成 15 年度小中学校教育課程実施状況調査.(www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h15/index.htm)
国立教育政策研究所(2012).全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ：児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて(小学校編).教育出版.
坂本美紀(2003).小数を扱う算数文章題の解決に関連する要因と知識.愛知教育大学研究報告(教育科学編),47,101-108.
矢部敏昭ら(1999).小数の除法の意味の拡張を図る学習に関する一考察:第 5 学年における数直線の活用.鳥取大学教育学部教育実践研究指導センター研究年報,9,13-20.
Yackel,E., and Cobb,P.(1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. Journal for Research in Mathematics Education,27,458-477.

第２章　小数の乗法・除法に関する教材研究

２．１　小数の乗法・除法に関する教材の教育的意義

小数の乗法・除法に関する教材の教育的意義は、個々の内容ごとに応じて多様である。片桐重男(1995)や柴田録治(1995)は小数の乗法・除法に関する教育的意義を大まかに示している。それらに基づいて小数の乗法・除法の「演算決定」「演算の意味」「計算の仕方」に関する 3 つの内容について教育的意義をより詳細に明らかにする。

（１）演算決定の教育的意義

①文章題を解決できる

児童が小数の乗法・除法の文章題を解決するとき、演算決定が必要となる。

②意思決定力や判断力を伸ばすことができる

演算決定を広く捉えれば、人が問題に直面したときに何らかの判断を下すことである。演算決定は、意思決定力や判断力を伸ばすことにもつながると言える。児童自ら意思決定したり、判断したりすることは、主体性を伸ばすことも期待できる。

③事象を数理的に捉えることができる

文章題場面を日常事象として広く捉えれば、演算決定は事象を数理的に捉えたり、数学的モデル化を行ったりすることの 1 つである。演算決定によって、児童が事象を数理的に捉えたり、数学的モデル化を行ったりする能力を伸ばすことも期待できる。

（２）演算の意味の教育的意義

①演算決定できたり計算の仕方を導いたりできる

児童が意味を理解していれば、小数の乗法・除法の文章題からより正しく演算決定できる。児童は小数の乗法・除法に関する計算の仕方をその意味に基づいて導くこともできる。

②筋道立てて考える力を伸ばすことができる

小数の乗法・除法の意味に基づいて演算決定することは、何らかの根拠に基づいて判断することである。意味の理解は、筋道立てて考える力を伸ばすことにもなる。例えば、児童は演繹的な考えや公理的な考えを身につけることが期待できる。

③拡張の考えや発展的な考えに触れることができる

整数の乗法の意味は、「個数のいくつ分(整数倍)」である。この意味は、例えば 2.3 個分や 0.7 個分のように乗数が小数である乗法には通用しない。そのため児童は、乗法の意味を小数の範囲でも通用するように拡張しなければならない。児童は意味の理解を通して、拡張の考えや発展的な考えに触れることができる。

④一般化の考えや統合的な考えに触れることができる

小数の乗法の意味である「基準量に対する割合(小数倍)」は、いくつかの文章題場面から統合されて導かれる。児童は、意味の理解を通して一般化の考えや統合的な考えに触れ

ることができる。

⑤数学を創る活動を体験できる

乗法・除法の意味を整数の範囲から小数の範囲へ拡張することは、「数学を創る活動」とも言える。児童は意味を理解することを通して、数学を創る活動を体験できる。

（３）計算の仕方の教育的意義

①計算技能を確実に身につけることができる

児童は、計算技能(筆算を含む)を確実に身につけることができる。児童は計算技能を単に手続きとして理解したのであれば、計算途中のどこで誤ったのか知ることはできない。児童は計算の仕方を理解していれば、計算手続きを忘れても、自分で計算手続きを導いたり、誤った箇所を知ったりすることができる。

②類推の考えや演繹的な考えに触れることができる

児童は、既習事項に基づいて、小数の乗法・除法における計算の仕方を導き出す。児童は、計算の仕方を通して、類推の考えや演繹的な考えに触れることができる。

③数学を創る活動を体験できる

児童が既習事項に基づいて小数の乗法・除法における計算の仕方を導き出すことは、「数学を創る活動」とも言える。児童は計算の仕方を通して、数学を創る活動を体験できる。

２．２　小数の乗法・除法の文章題の解決過程

２．２．１　小数の乗法・除法の文章題からの求答

児童は、小数の乗法・除法の文章題において、既習の「小数」や「整数の乗法・除法」の内容を使って結果を求めることができる。小数の乗法・除法の文章題からの求答とは、×(小数)や÷(小数)と演算決定することなく、「小数」や「整数の乗法・除法」の既習事項を使って、具体的場面に基づいて結果を求めることである。整数の乗法・除法では演算決定は不可欠であるが、小数の乗法・除法では、×(小数)や÷(小数)と演算決定することなく結果を求められる。

例えば、「1m の長さが 180 円のリボンがあります。3.4m 買ったときの代金はいくらでしょう。」において、0.1m 分の値段は 180÷10=18 で 18 円である。3.4m 分の代金は、0.1m 分の代金の 34 倍である。式は 0.1×34=3.4 である。題意に即して式で表せば 3.4÷0.1=34 であるが、文章題場面に基づいて解釈する。3.4m 分の代金は、18×34=712 で 712 円である。

２．２．２　小数の乗法・除法の文章題からの演算決定

小数の乗法・除法の文章題からの演算決定とは、結果を求める式として、×(小数)や÷(小数)という式を立てることである。演算決定の方法について「1m の長さが 180 円のリボンがあります。3.4m 買ったときの代金はいくらでしょう。」で説明する。ここでは 1 回の演算で結果を求める文章題とする。

（１）小数の乗法の意味に基づく演算決定

「リボンの長さ」と「リボンの代金」の間には比例関係があると仮定して、「基準にする大きさ」が 180 であり、「割合」は 3.4 であり、「割合に当たる大きさ」を求めるので、「180×3.4」となる。

（２）言葉の式を立てる演算決定

文章題から言葉の式をあらかじめ作りそれに数量をあてはめる。「(1m の長さの値段)×(リボンの長さ)=(全体の代金)」となるので、言葉の式に数値をあてはめれば、1m の長さの値段が 180 円、リボンの長さが 3.4 なので、180×3.4 となる。

（３）整数に置き換える演算決定

3.4 を 3 に置き換えて「1m の長さが 180 円のリボンがあります。3m 買ったときの代金はいくらでしょう。」という文章題とすれば、180×3 になる。3 を 3.4 に置き換えて、180×3.4 となる。

（４）文章題中の言葉に着目する演算決定

文章題の文中にある「何倍になるでしょう」「1 つ分はいくらでしょう」などの表現に着目して、乗法や除法の演算を決定する。

（５）数直線図に表す演算決定

数直線図を手がかりに、180×3.4 となる(図-1)。

０　　180　　360　540□　720　(代金)

├─────┼─────┼─────┼─┼────┼──

０　　１　　２　　３3.4　４　　(長さ)

図-1　数直線図による演算決定

児童の中には、整数の乗法の学習を通して、「乗数は整数でなければならない」「乗法の結果は被乗数よりもいつも大きくなる」のようなミスコンセプションを持っていることがある。児童がこれらのミスコンセプションを持っているなら、正しく演算決定できない。

２．２．３　小数の乗法・除法の意味

（１）整数の乗法の意味

整数の乗法には次のような意味がある。

①1 つ分の大きさがAであるもののB個分の大きさを求めること

「1 袋に 3 個ずつ入ったみかん 4 袋分の個数を求めなさい。」であれば、1 つ分の大きさは 3 であり、4 袋分のみかん全体の大きさを求めることになるので、3×4 となる。

②1 つ分の大きさがAであるもののB倍に当たる大きさを求めること

「3m のゴムひもを 4 倍に伸ばしたときの長さを求めなさい。」であれば、1 つ分の大きさは 3 であり、その 3 の 4 倍に当たる大きさを求めることになるので、3×4 となる。

③A を B 個だけ加えること(同数累加)によってその大きさを求めること

「1 袋に 3 個ずつ入ったみかんを 4 人の人にあげるとき、何個必要ですか。」であれば、

1 つ分の大きさは 3 であり、4 人分のみかん全体の大きさを求めることになるので、3+3+3+3 となるので 3×4 となる。これは手続きを意味化している。

（２） 整数の除法の意味

整数の除法には次のような意味がある。

①ある数量を等分したときにできる１つ分の大きさを求めること(等分除)

②ある数量がもう一方の数量の幾つ分であるかを求めること(包含除)。

なお包含除は「累減の考え」に基づく除法とも言える。「乗法」「等分除」「包含除」の関係は表-1 である。除法は乗法の逆算でもある。

表-1　乗法、等分除、包含除の関係

演　算	文章題	式
乗　法	1 袋に 3 個ずつ入ったみかん、4 袋分の個数を求めなさい。	3×4=12
等分除	12 個のみかんを 4 人に同じ数ずつ分けると 1 人何個になりますか。	12÷4=3
包含除	12 個のみかんを 1 人に 3 個同じ数ずつ分けると何人に分けられますか。	12÷3=4

これらを数直線図に表すと図-2 のようになる。

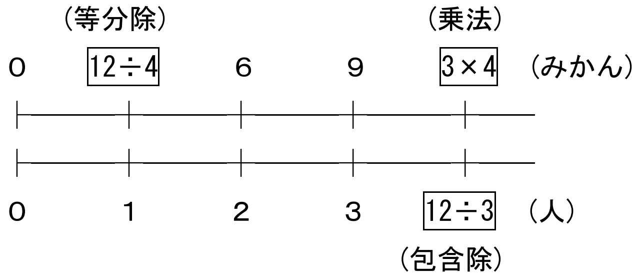


図-2　数直線図による表示

（３） 小数の乗法の意味

①公式を利用した意味

この場合の公式とは、文章題場面に基づく言葉の式である。「1m の長さが 180 円のリボンがあります。3.4m 買ったときの代金はいくらでしょう。」であれば、(1m の値段)×(リボンの長さ)=(代金)とし、言葉の式に数値を代入して、180×3.4 となる。

公式を利用する場合には、「数量関係を表している文脈が同じときは、整数の場合に成り立つ形式は、小数の場合にもそのまま成り立つ」という形式不易の原理が仮定されている。

②割合の考えによる意味

「数量関係を表している文脈が同じときは、整数の場合に成り立つ形式は、小数の場合にもそのまま成り立つ(ようにしたい)」という形式不易の原理を動機として、整数の乗法

の意味を振り返ることによって、一般的な乗法の意味を導く。

小数の乗法は次のような意味である。乗法とは、割合に当たる大きさを求めることである。その演算は「B×p=A」とする。ただし、B:B を基準にする大きさ、P:割合、A:割合に当たる大きさとする。

「1m の長さの値段が 180 円のリボンがあります。(1)3m、(2)4m、(3)3.4m のときの値段をそれぞれ求めなさい。」という文章題では、形式を揃えるために 180×□という式を作り、(1)180×3、(2)180×4、(3)180×3.4 と演算決定してから結果を求める。180×□という式を形式的に作り結果を求める。この場面を統一的にみれば 180×3.4 という式が必要である。

また「小麦 1kg から小麦粉 0.75kg 取れます。小麦 4.6kg からどれだけ小麦粉が取れますか。」という文章題では、文中の数値が小数であり、整数の乗法を用いた求答だけで結果を求めるのは比較的難しい。しかし「小麦」と「小麦粉」の 2 量に着目し、「基準にする大きさ」が小麦粉の 0.75 で、「割合」が小麦の 4.6 とすれば、0.75×4.6 と演算決定できる。文章題によっては、0.75×4.6 という式から計算した方が誤りなく容易である場合がある。

数直線図を用いることによって、乗数 p が 1 より小さいとき、結果は被乗数 B より小さくなることが分かる(図-3)。

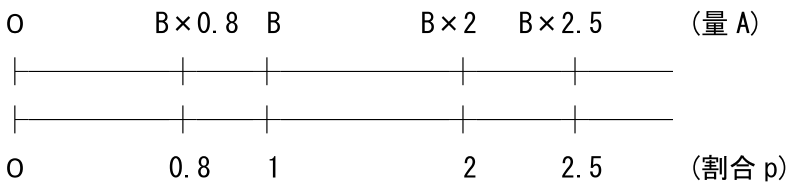


図-3　数直線図による表示

（４）小数の除法の意味

除法の意味として、乗法の逆として、①基準にする大きさを求める場合と②割合を求める場合がある。ただし、B:基準にする大きさ、P:割合、A:割合に当たる大きさとする。

①B=A÷p の場合

これは、基準にする大きさを求めるもので、p が整数のときには等分除に当たる。例えば、「2.5m で 200 円の布は、1m ではいくらになりますか。」という場合である。式は、200÷2.5 となる。

②p=A÷B の場合

これは、A は B の何倍であるかを求めるもので、p が整数のときには包含除に当たる。例えば、「9m の赤いリボンを、1.8m ずつ切り取ると何本できますか」や「9m の赤いリボンは、1.8m の青いリボンの何倍になりますか。」という場合である。式は、9÷1.8 となる。

演算決定の方法として、「除法は乗法の逆算である」に基づいて、乗法の式に表してから、除法で求めることもできる。

乗法や除法が成り立つ前提は、比例関係が成り立つことである。写像 f が線型であると

は、f について次の 2 つの性質を満たすことである。

$$f(x+y)=f(x)+f(y)$$

$$f(ax)=a\cdot f(x)$$

例えば、「1m の長さが 180 円のリボンがあります。3.4m 買ったときの代金はいくらでしょう。」であれば、長さに関して、3.4m は 3m と 0.4m をたしたものであり、代金に関して 3m 分の代金と 0.4m 分の代金をたしたものが 3.4m 分の代金になる。また 3.4m の 10 倍は 34m であり、3.4m 分の代金の 10 倍は 34m 分の代金になる。

児童が小数の乗法の文章題からより確実に演算決定したり、「(基準にする大きさ)×(割合)」として乗数や被乗数の役割を区別して演算決定したりするためには、小数の乗法の一般的意味を理解する必要がある。

２．２．４　小数の乗法・除法の演算処理

（１）具体的場面に基づく演算処理

文章題の場面に基づいて、結果を求めることである。「1m の長さが 180 円のリボンがあります。3.4m 買ったときの代金はいくらでしょう。」で、180×3.4 と演算決定すれば次のようになる。0.1m 分の値段は、180÷10=18 で 18 円。3.4m 分の代金は、0.1m 分の代金の 34 倍になる。0.1×34=3.4 である。ただし題意に即して式で表せば 3.4÷0.1=34 であるが、文章題場面に基づいて解釈する。3.4m 分の代金は、18×34=712 で 712 円である。文章題場面に基づけば、180×3.4 と演算決定する必要はなく、「求答」と同じである。

（２）計算のきまりに基づく演算処理

小数の乗法・除法の計算の仕方は、計算のきまりを用いて、児童が既習の整数の乗法に直して導き出すことができる。例えば、180×3.4 の計算は、「乗数を 10 倍しても結果を 10 でわれば変わらない」という計算のきまりに基づけば、180×(3.4×10)÷10=180×34÷10 となる。あるいは 180×3.4 の計算は、「乗数を 10 倍しても被乗数を 10 でわれば変わらない」という計算のきまりに基づけば、(180÷10)×(3.4×10)=18×34 となる。

小数の除法では、7.2÷2.4 の計算は、「除数を 10 倍しても被除数を 10 倍すれば変わらない」という計算のきまりに基づけば、(7.2×10)÷(2.4×10)=72÷24 となる。

整数の乗法・除法で成り立つ計算のきまりが、小数の乗法・除法においても成り立つことを仮定している。この仕方の発展が「筆算」による計算となる。

２．２．５　小数の乗法・除法の文章題の解決過程

小数の乗法・除法の文章題の解決過程に関して、「求答」「演算決定」「演算の意味」「演算処理」を位置づければ図-4 になる。一般的な小数の乗法・除法の文章題の解決過程は、「演算決定」→「演算処理」→「結果」という段階になる。その際、演算決定するためには、演算の意味の理解が欠かせないので、意味の理解が重要となる。

一方、小数の乗法・除法の文章題では、×(小数)や÷(小数)と演算決定しなくとも、小数、整数の乗法・除法の知識を用いて、結果を求めることができる。結果を求めることだ

けであれば、×(小数)や÷(小数)という演算は必要ない。児童は、×(小数)や÷(小数)という形式で表現する必要性を理解する必要がある。意味の理解には、文章題における演算決定とともに、小数の乗法・除法の必要性を理解するという教育的意図も関係する。

小数の乗法・除法の文章題の解決過程として、「求答」→「演算決定」→「演算処理」→「結果」という段階も考えられる。「求答」の段階を設ける教育的意義として、①児童は単に結果を求めることが目的ではなく、×(小数)や÷(小数)という形式で表現する必要性に焦点化できる、②演算決定や意味の理解を図ったり、結果を考えたりするときの手がかりになる。例えば、乗法の結果はいつも大きくなるというミスコンセプションを持っている児童は、結果が被乗数より小さくなることで、乗法と演算決定したことと乗法の結果は小さくなることの非整合を解消することに焦点化できる。

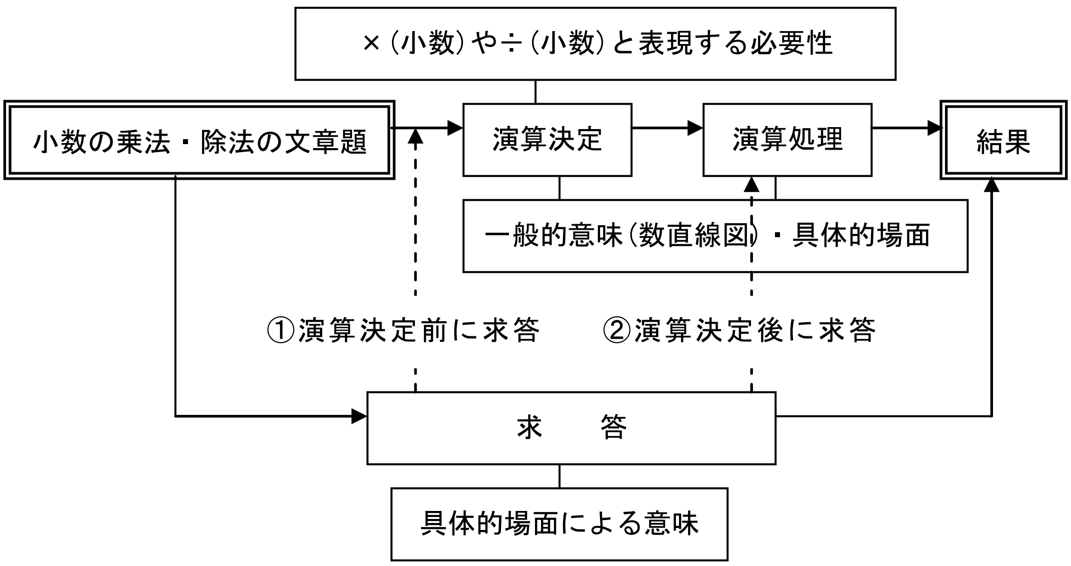


図-4　小数の乗法・除法の文章題の解決過程

第2章の引用文献

片桐重男(1995).数学的な考え方を育てる「乗法・除法」の指導.明治図書.

柴田録治(1995).計算の指導の概観.柴田録治(編).小学校算数実践指導全集 3　確かな計算力を育てる計算の指導.日本教育図書センター,32-44.

第３章　小数の乗法の演算決定に影響する要因：小数の乗法に焦点をあてて

３．１　小数の乗法・除法の演算決定に関する困難性

小数の乗法・除法の文章題における演算決定の困難性に関して、先行研究では「文章題の場面」「文章題中の数値」「ミスコンセプション」による影響を中心に研究されてきている。

（１）演算決定の困難性

ベルらは、児童に対して実際の計算をせず演算決定だけを求められたとき、文中の数の種類や性質が演算決定に及ぼす影響に関して一連の研究を行っている(Bell ら,1981; Bell ら,1984; Bell ら,1989; Greer,1987; Mangan,1989)。

児童が文章題から演算決定するとき、ミスコンセプションが影響する。ミスコンセプションには、例えば、次がある。

「乗法の結果はいつも大きくなる」

「除法の結果はいつも小さくなる」

「除法ではいつも小さい数で大きい数をわる」

児童がこれらのミスコンセプションを持つとき適切に演算決定できない。これらのミスコンセプションは、小学校教師になろうとする人や小学校教師にも見られる(Graeber and Tirosh,1988; Graeber, Tirosh, and Glover,1989; Tirosh and Graeber,1989)。

De Corte ら(1988)や Luke(1988)によると、乗数が純小数である文章題の演算決定は、乗数が帯小数である文章題よりも困難であることを質問紙調査により明らかにしている。Bell ら(1984)は、質問紙調査から文章題の演算決定は、文中の数値が整数、帯小数、純小数の順序で困難になることを示している。乗法に関して、乗数が「整数」から「帯小数」へ変わると、正答率は 10-15%の割合で減る。乗数が「整数」から「純小数」へ変わると、正答率は 40-50%の割合で減る。対照的に、被乗数の数の種類に関して、正答率に大きな変化はみられない。除法に関して、数値が変わることは大きく影響し、正答率は 60-70%の割合で減る。被乗数と乗数の数値による演算決定の困難度は次のようになる。

易しい←　整数×　整数＜帯小数×　整数＜純小数×　整数
＜整数×帯小数＜帯小数×帯小数＜純小数×帯小数
＜整数×純小数＜帯小数×純小数＜純小数×純小数　**→難しい**

Greer(1987)は、文章題中の数値のみを連続的に変えた問題でも、児童が演算を変えてしまう現象を「演算の非保存」と呼んでいる。De Corte ら(1988)は、文章題から正しい演算として乗法を選ぶ困難さを「乗数効果」と呼んでいる。

わが国において、小原豊(2007)は4年202人、5年226人、6年210人を対象に文章題から演算決定に関する質問紙調査を行い、概ねベルらと同様な結果を得ている。廣瀬隆司ら(2011)は、5年173人を対象に「(小数)×(小数)」「(小数)÷(小数)」の演算決定に関して、文中の数値は同じで、問題場面を変えた課題を示したときの児童の反応を調査している。問題場面は「長さと重さ」→「重さとかさ」→「かさと面積」の順で正答率は低くなり、「(大)×(小)」と演算決定している児童が約15%みられた。

(2)「インプリシットモデル」による影響

Fischbeinら(1985)は、文章題における児童の反応を説明する理論を提案している。それは「インプリシットモデル」と呼ばれており、次のようである。

「算術の基本演算は、暗黙的・無意識的・初源的な直観モデルと結びついている。2つの数値を含む文章題を解くために必要な演算決定は、直接的ではなく、モデルを介在してなされる。モデルは学習過程において制約となる。」 (Fischbeinら,1985,p.4)

彼らによると、乗法のインプリシットモデルは「繰り返しの加法」である。除法に対する唯一のインプリシットモデルは「等分除」で、包含除モデルは指導によって習得されるとする(表-1)。

表-1 演算決定に及ぼすインプリシットモデルの制約

	インプリシットモデル	制　約	系
乗法	繰り返しの加法	「乗数は整数でなければならない」被乗数に制約はない。	「乗法の結果は被乗数よりもいつも大きくなる」
除法	等分除	「除数は整数でなければならない」「被除数は除数よりも大きくなければならない」	「除法の結果は被除数よりも小さくなければならない」
	包含除	「除数は被除数よりも小さくなければならない」	

３．２　比例的推論とメタ認知の影響

３．２．１　比例的推論とメタ認知

児童が小数の乗法の文章題から演算決定できるためには、小数や乗法に関する知識・技能を理解するだけでなく、問題解決ストラテジー・計算技能・比例的推論・メタ認知のような問題解決に関係する能力も伸ばす必要がある。ここでは、小数の乗法の文章題に焦点を当て、演算決定に影響する要因として、「比例的推論」と「メタ認知」の2つを取り上げる。この 2 つを取り上げた理由として、比例的推論は乗法と密接に関わる要因であり、メタ認知は一般的問題解決能力に関わる要因であるからである。

比例的推論とは、2量の数量関係の間に比例関係が成り立つことを前提として、一方の数量の値を変化させたとき他方の数量の値を推論することである(Tourniaire,1986)。人は、

小数の乗法・除法の文章題において、2 量の間の比例関係を仮定しなければ、正しく演算決定できない。なお「比例」とは、2 つの数量があり、一方の数量が 2 倍、3 倍、4 倍、…という変化に伴い、他方の数量も 2 倍、3 倍、4 倍、…と変化することである。「割合」とは、2 つの数量のうち一方を「基準にする大きさ」としたとき、もう一方の「数量」がどれだけに相当するのかを、「数量」を「基準にする大きさ」でわった商で比べることである。比とは、2 つの数量の割合を整数の組を用いて表すことである。従って割合や比が成り立つ前提が比例となっている。

フラベルによると、メタ認知とは、「自分自身の認知過程とその結果やそれらに関連する事柄に関係する知識」(Flavell,1976,p.232)である。人は、小数の乗法・除法の文章題の演算決定において、メタ認知を使って、計算結果が文章題の場面において妥当かどうかを確かめる。

３．２．２　調査方法

被験者は、3 つの公立小学校 313 人の児童である。内訳は、4 年 89 人、5 年 101 人、6 年 123 人である。

調査問題は、4 問の乗法問題、4 問の比例的推論問題、12 問のメタ認知問題である。

調査時期は、1999 年 11 月下旬である。調査時間は概ね 1 時間であった。

乗法問題は次のようにして作成した。Bell ら(1989)よると、小数の乗法の文章題からの演算決定に影響を及ぼす 4 つの要因(「学年」「文章題の場面」「乗数の数値」「被乗数の数値」)のうち、最も「乗数の数値」の影響が大きいと言う。乗法問題は、「乗数の数値」に着目し、わが国の算数の教科書にある問題を参考に作成した。すなわち「(整数)×(帯小数)」「(帯小数)×(帯小数)」「(整数)×(純小数)」「(帯小数)×(純小数)」の 4 問である(表-2)。乗法問題において、児童が、乗法がいつでも正しい演算であるとしないよう、4 問の加減法の問題を含んだ。乗法問題 4 問の正答の平均値を各児童の数値とし、0～4 点の範囲にある。

出題形式は、$\boxed{\quad\quad}$ $\boxed{\quad}$ $\boxed{\quad\quad}$のような形式を提示し、その中に数値と演算を記入するものである。例えば、「1kg が 580 円のあずきを買います。あずき 2.4kg の代金はいくらですか。」という文章題であれば、$\boxed{580}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{2.4}$ となる。乗法については、乗数と被乗数の順序は問わないで正答とした。

比例的推論問題は、Lamon(1993)が用いた問題を参考に作成した(表-3)。ラーモンは比例的推論問題を次の 4 つに分類している。なおこれらは、数学的観点からの分類であり、文章題の具体的場面によっても難易度が異なる。

(1)同種の 2 量の割合
(2)全体の大きさにおける部分の大きさの割合
(3)異種の 2 量の割合
(4)拡大や縮小した大きさ

表-2　小数の乗法の調査問題

(1) 1kg が 580 円のあずきを買います。あずき 2.4kg の代金はいくらですか。(整数)×(帯小数)
(2) あるお店で 1 か月間に、1ℓの重さが 1.2kg のソースを 7.6ℓ使いました。1 か月間に使ったソースの重さは何 kg ですか。(帯小数)×(帯小数)
(3) 1ℓで 600 円の食用油があります。この食用油 0.3ℓの代金は何円ですか。(整数)×(純小数)
(4) 1m の重さが 1.2kg の鉄のぼうがあります。0.8m では何 kg ですか。(帯小数)×(純小数)

比例的推論問題として、4 つの分類から 1 問ずつを取り上げ、全体で 4 問とした。比例的推論問題 4 問の正答の平均値を各児童の数値とし、0～4 点の範囲にある。出題形式は、途中の手続きと答えを記入する自由記述式とした。

表-3　比例的推論の調査問題

(1) ある人は、雑誌を取っていてその支払い方を考えています。支払いは 3 つの方法があります。①6 カ月ごと 3 回 4 千円ずつ支払う、②9 カ月ごとに 3 回 6 千円ずつ支払う、③12 カ月ごとに 3 回 8 千円ずつ支払う。長い間雑誌を取るとき、どの支払い方が得ですか。(同種の 2 量の割合)
(2) 2 この卵パックがあります。①1 ダースの卵(8 この白い卵と 4 つの茶色の卵)、②$1\frac{1}{2}$ダースの卵(10 この白い卵と 8 つの茶色の卵)。どちらのパックに茶色の卵が多く入っていますか。(全体の大きさにおける部分の大きさの割合)
(3) ①7 人で 3 枚のピザを分ける、②3 人で 1 枚のピザを分ける。どちらが一人当たり多くピザをもらえますか。(異種の 2 量の割合)
(4) 5 年前、木 A は 8m の高さ、木 B は 10m の高さでした。現在木 A は 14m の高さ、木 B は 16m の高さです。5 年間でどちらの木が大きくなりましたか。(拡大/縮小)

メタ認知問題は、Fortunato ら(1991)が使った問題を参考に作成した(表-4)。この問題は数学的問題解決におけるメタ認知を評価するために使った。質問紙調査を用いて児童のメタ認知を評価する量的方法は先行研究でも行われている(Okamoto and Kitao,1992; Swanson,1990)。Fortunato ら(1991)の使った項目は、A 解決前：6 問、B 解決中：5 問、C 解決後：5 問、D 解決手段：5 問であったが、それぞれ 3 問ずつにし、計 12 問とした。被験者は各 12 問に 4 点尺度(0(確かにしていない)-1(たぶんしていない)-2(たぶんした)-3(確かにした))のいずれか 1 つを選ぶように求められた。被験者が与えた 12 項目の平均値を各児童のメタ認知能力とした。平均値は、0～3 点の範囲にある。

表-4　メタ認知の調査問題

A.問題を解くまえに何をしましたか？
(1)問題を１回以上読みました。
(2)問題を理解りかいできたかどうか、自分自身考えた。
(3)このような問題をこれまでに解いたことがあるかどうか思い出そうとした。
B.問題を解いているとき何をしましたか？
(1)問題を解いているとき、すべての段階だんかいでよく注意して考えました。
(2)問題を解くとき各段階ごとに合っているかどうかチェックしました。
(3)まちがったときはやり直しました。
C.問題を解き終わったときに何をしましたか？
(1)計算が正しいかどうかチェックしました。
(2)答えが正しいかどうか確かめるために問題を振り返りました。
(3)問題を解くときいくつかの方法を考えました。
D.問題を解くために次のようなことをしましたか？
(1)問題を理解するために図を書きました。
(2)答えを求めるためにいろいろなことを試してみました。
(3)問題を解くために必要なことを紙に書き出しました。

３．２．３　調査結果

学年ごとの小数の乗法の文章題・比例的推論・メタ認知に関する平均値は表-5 である。小数の乗法における平均値に関して、4 年は 0.82、5 年は 2.36、6 年は 3.39 であった。平均値に関して 1 要因分散分析(4・5・6 年)を行ったところ有意差があった。そこで多重比較を行ったところ、すべての学年間で 1%有意であった。

比例的推論における平均値に関して、4 年は 1.12、5 年は 2.07、6 年は 2.32 であった。平均値に関して 1 要因分散分析(4・5・6 年)を行ったところ有意差があった。そこで多重比較を行ったところ、5 年と 6 年の間で 5%有意、あとは 1%有意であった。メタ認知における平均値に関して、4 年は 2.10、5 年は 2.57、6 年は 2.67 であった。平均値に関して 1 要因分散分析(4・5・6 年)を行ったところ有意差があった。そこで多重比較を行ったところ、5 年と 6 年の間では有意差は認められなかったが、それ以外の学年間で 1%有意であった。全体的に小数の乗法・比例的推論・メタ認知のいずれの項目も学年が進むにつれて、平均値が上昇した。

表-5　各学年の平均値

	4 年	5 年	6 年
小数の乗法	0.82	2.36	3.39
比例的推論	1.12	2.07	2.32
メタ認知	2.10	2.57	2.67

学年ごとの「小数の乗法」に対する「比例的推論」と「メタ認知」の相関係数は表-6 である。どの学年でも小数の乗法と比例的推論の相関は高い。しかし小数の乗法とメタ認知との相関に関して、各学年を比べると、4 年で 0.579 と相関が高い一方、5 年で 0.325、6 年で 0.39 と相関が低い。

表-6　各学年の小数の乗法との相関

	4 年	5 年	6 年
比例的推論	0.658	0.699	0.687
メタ認知	0.579	0.325	0.392

学年ごとの重回帰分析の結果は表-7 である。学年ごとの重回帰係数はおよそ 0.52 であった。言い換えれば、小数の乗法問題に関する正答のうちおよそ 52%が比例的推論とメタ認知で説明される。学年ごとの小数の乗法に関する回帰式は次である。

4 年：小数の乗法=0.38 比例的推論+0.36 メタ認知−0.37

5 年：小数の乗法=0.65 比例的推論+0.27 メタ認知+0.32

6 年：小数の乗法=0.57 比例的推論+0.35 メタ認知+1.13

4 年において、比例的推論の係数(0.38)は、メタ認知の係数(0.36)とほぼ同様である。小数の乗法に対して、4 年では、比例的推論とメタ認知は同等の要因である。5 年において、比例的推論の係数(0.65)は、メタ認知の係数(0.27)よりも高い。同様に 6 年において、比例的推論の係数(0.57)は、メタ認知の係数(0.35)よりも高い。小数の乗法に対して、5・6 年において、比例的推論はメタ認知よりも大きな要因である。

表-7　重回帰分析の結果

4 年

(1)統計的有意性				
変動因	自由度	平方和	平均平方	F 値
モデル	2	34.11	17.06	58.65**
誤差	86	25.01	0.29	
全体	88	59.12		

**p<.01

(2)回帰係数			
回帰係数	係数値	標準誤差	t 値
比例	0.38	0.05	7.01**
メタ	0.36	0.07	5.41**
切片	−0.37	0.14	−2.56*

*p<.05, **p<.01　　(3)決定係数：R2=0.577

5 年

(1)統計的有意性				
変動因	自由度	平方和	平均平方	F 値
モデル	2	67.17	33.59	53.09**
誤差	98	62.00	0.63	
全体	100	129.17		

**p<.01

(2)回帰係数			
回帰係数	係数値	標準誤差	t 値
比例	0.65	0.07	9.20**
メタ	0.27	0.11	2.51*
切片	0.32	0.29	1.11

*p<.05, **p<.01　　(3)決定係数：R2=0.520

6 年

(1)統計的有意性				
変動因	自由度	平方和	平均平方	F 値
モデル	2	52.01	26.00	68.94**
誤差	120	45.26	0.38	
全体	122	97.27		

**p<.01

(2)回帰係数			
回帰係数	係数値	標準誤差	t 値
比例	0.57	0.06	9.91**
メタ	0.35	0.09	4.03**
切片	1.13	0.25	4.55**

*p<.05, **p<.01　(3)決定係数：R2=0.535

３．３　演算決定と比例的推論における解決方法との関係

３．３．１　調査方法

比例的推論は、小数の乗法の演算決定に影響する要因である。ここでは、小数の乗法の演算決定と比例的推論における解決方法との関係を明らかにする。

被験者は、3 つの公立小学校 256 人の児童である。内訳は、4 年 83 人、5 年 83 人、6 年 90 人である。調査問題は、4 問の乗法問題と 4 問の比例的推論問題である。調査問題は 3.1 と同じである。調査時期は、2013 年 11 月下旬である。調査時間は概ね 1 時間であった。調査は 3.1 とは別に実施した。

３．３．２　調査結果

各表は、小数の乗法の文章題からの正答数(0～4 問)(縦軸)と比例的推論問題ごとに解決方法をまとめたもの(横軸)である。比例的推論の問題では、正答・誤答と区別するのではなく、どのような解決方法を用いたかを示している。

（1）雑誌の問題

解決方法を学年ごとにまとめたのが表-8,表-9,表-10 である。解決方法に関して、同値類(3 ヶ月・12 ヶ月・36 ヶ月・9 年など)を作る方法が各学年で多かった。この問題において、一当たり量は小数となるため、一当たりを求める解決方法は少なかった。一方、不適や白紙が多かった。その理由として、①2 つの数量ではなく 6 カ月・9 カ月・12 カ月の 3 つの数量を比較する、②「6 カ月ごと 3 回 4 千円ずつ支払う」は、「18 ヶ月で 12000 円」のように意味を置き換えて比較する必要がある、③「どの支払い方が得ですか」と尋ねているが、正答はすべて同じである。

一当たりの解決方法は、演算決定できる児童に多い。一方同値を用いた解決方法は、演算決定の正答数に関係なく、使われている。

表-8　4 年の解決方法

	一当たり	同値	倍比例	不適・白
0 問		1.2%(1)		30.1%(25)
1 問		2.4%(2)	2.4%(2)	30.1%(25)
2 問		3.6%(3)		20.5%(17)
3 問		1.2%(1)		7.2%(6)
4 問		1.2%(1)		
計		9.6%(8)	2.4%(2)	88.0%(73)

表-9　5 年の解決方法

	一当たり	同値	倍比例	不適・白
0 問			1.2%(1)	4.8%(4)
1 問			2.4%(2)	4.8%(4)
2 問	2.4%(2)	3.6%(3)	2.4%(2)	16.9%(14)
3 問	2.4%(2)	12.0%(10)	2.4%(2)	7.2%(6)
4 問	8.4%(7)	9.6%(8)	3.6%(3)	15.7%(13)
計	13.3%(11)	25.3%(21)	12.0%(10)	49.4%(41)

表-10　6 年の解決方法

	一当たり	同値	倍比例	不適・白
0 問				3.3%(3)
1 問		1.1%(1)		7.8%(7)
2 問		1.1%(1)		11.1%(10)
3 問	4.4%(4)	2.2%(2)	4.4%(4)	17.8%(16)
4 問	6.7%(6)	13.3%(12)	4.4%(4)	22.2%(20)
計	11.1%(10)	17.8%(16)	8.9%(8)	62.2%(56)

a．一当たりによる解決例

①12000 円÷18＝666.6…円

②18000 円÷27＝666.6…円

③24000 円÷36＝666.6…円

b．同値(3 ヶ月・12 ヶ月・36 ヶ月・9 年など)による解決例

①6×4000=24000 円

②4×6000=24000 円
③3×8000=24000 円

ｃ．倍比例による解決例

①3×4000＝12000 円(18 ヶ月)　①×2=③　①×$\frac{27}{18}$=②
②3×6000＝18000 円(27 ヶ月)
③3×8000＝24000 円(36 ヶ月)

ｄ．不適の解決例

「支払い期間が長いから」「支払い回数はどれも 3 回」

（２）卵の問題

解決方法を学年ごとにまとめたのが表-11,表-12,表-13 である。解決方法に関して、「茶色の卵を卵全体で比較する場合」と「茶色の卵と白色の卵と比較する場合」の 2 つがある。前者は「部分-全体」による比較、後者は「部分-部分」による比較である。5 年と 6 年で、「部分-全体」を用いる解決方法は、「部分-部分」を用いる解決方法より多い。

この問題において、差を用いる解決方法は、4 年で多い一方、5 年では半数、6 年では 25%程度となり、年々低下していた。差を用いる解決方法は誤りとは言えないが、児童は、学年が進むに従って乗法的な捉え方をしていくと言える。差を用いる解決方法は、演算決定の正答数に関わりなく用いられている。

表-11　4 年の解決方法

	部-部	部-全	一当たり	逆同値	差(加法)	不適・白
0 問					19.3%(16)	12.0%(10)
1 問					34.9%(29)	
2 問		1.2%(1)			20.5%(17)	2.4%(2)
3 問					7.2%(6)	1.2%(1)
4 問					1.2%(1)	
計		1.2%(1)			83.1%(69)	15.7%(13)

表-12　5年の解決方法

	部-部	部-全	一当たり	逆同値	差(加法)	不適・白
0問					4.8%(4)	1.2%(1)
1問	1.2%(1)			1.2%(1)	1.2%(1)	3.6%(3)
2問	1.2%(1)	1.2%(1)		3.6%(3)	18.1%(15)	1.2%(1)
3問		7.2%(6)	1.2%(1)		12.1%(10)	3.6%(3)
4問	8.4%(7)	4.8%(4)	1.2%(1)	3.6%(3)	16.9%(14)	2.4%(2)
計	10.8%(9)	13.3%(11)	2.4%(2)	8.4%(7)	53.0%(44)	12.0%(10)

表-13　6年の解決方法

	部-部	部-全	一当たり	逆同値	差(加法)	不適・白
0問						3.3%(3)
1問		1.1%(1)	1.1%(1)		3.3%(3)	3.3%(3)
2問	1.1%(1)	1.1%(1)		1.1%(1)	6.7%(6)	2.2%(2)
3問	4.4%(4)	6.7%(6)	1.1%(1)	5.6%(5)	6.7%(6)	4.4%(4)
4問	12.2%(11)	15.6(14)	6.7%(6)	3.3%(3)	8.9%(8)	
計	17.8%(16)	24.4(22)	8.9%(8)	10.0%(9)	25.6%(23)	13.3%(12)

ａ．部分ー部分による解決例

①　８：４→１６：$\boxed{8}$
②１０：８→１０：$\boxed{8}$

ｂ．部分ー全体による解決例

①１２：４→$\boxed{３６}$：１２
②１８：８→$\boxed{３６}$：１６

ｃ．一当たりによる解決例

①４÷１２＝0.333…
②８÷１８＝0.444…

ｄ．逆同値による解決例

部分ー部分　①８÷４＝２

　　　　　　②１０÷８＝２．１５
部分ー全体　①１２÷４＝３
　　　　　　②１８÷８＝２．２５

ｅ．差(加法)による解決例

---

①白　８個・茶４個
②白１０個・茶８個→白は２個増えるが、茶は４個増えている。

ｆ．不適の解決例

「数える」

（３）ピザの問題

解決方法を学年ごとにまとめたのが表-14,表-15,表-16である。この問題において、求めるのは 1 人当たりのピザの分量である。求める式は、(ピザ)÷(人)である。しかしこの式は 「(小)÷(大)」となる。4年の児童の18.1%は 「(大)÷(小)」となる「逆一人当たり」による解決方法を使った。5 年の 18.1%の児童は「逆一人当たり」による解決方法を使い、36.1%の児童は、「(小)÷(大)」となる「一人当たり」による解決方法を使った。6年の13.3%の児童が、「逆一人当たり」による解決方法を使い、25.6%の児童は「一人当たり」による解決方法を使い、36.7%の児童は同値による解決方法を使った。児童は、「被除数は除数よりも大きい」というルールに反する解決方法に抵抗がある。

演算決定の正答数の比較では、正答数が少ない児童は逆一人当たりによる解決方法を用いる一方、正答数が多い児童は、同値による解決方法を用いる傾向がある。また正答数が少ない児童は差を用いる解決方法を使う傾向にある。

表-14　4年の解決方法

	一当たり	逆一当たり	同値	差(加法)	不適・白
0問	1.2%(1)	3.6%(3)		4.8%(4)	21.7%(18)
1問	1.2%(1)	7.2%(6)	2.4%(2)	3.6%(3)	20.5%(17)
2問	1.2%(1)	4.8%(4)		7.2%(6)	10.8%(9)
3問		2.4%(2)		2.4%(2)	3.6%(3)
4問				1.2%(1)	
計	3.6%(3)	18.1%(15)	2.4%(2)	19.3%(16)	56.6%(47)

表-15　5年の解決方法

	一当たり	逆一当たり	同値	差(加法)	不適・白
0問		1.2%(1)			4.8%(4)
1問	1.2%(1)	1.2%(1)	1.2%(1)	2.4%(2)	1.2%(1)
2問	9.6%(8)	2.4%(2)	2.4%(2)	1.2%(1)	9.6%(8)
3問	8.4%(7)	8.4%(7)	1.2%(1)	2.4%(2)	3.6%(3)
4問	16.9%(14)	4.8%(4)	6.0%(5)	3.6%(3)	6.0%(5)
計	36.1%(30)	18.1%(15)	10.8%(9)	9.6%(8)	25.3%(21)

表-16　6年の解決方法

	一当たり	逆一当たり	同値	差(加法)	不適・白
0問					3.3%(3)
1問	1.1%(1)	4.4%(4)		1.1%(1)	2.2%(2)
2問	1.1%(1)	1.1%(1)	2.2%(2)	3.3%(3)	4.4%(4)
3問	7.8%(7)	3.3%(3)	10.0%(9)	2.2%(2)	5.6%(5)
4問	16.7%(15)	4.4%(4)	24.4%(22)	1.1%(1)	
計	26.7%(24)	13.3%(12)	36.7%(33)	7.8%(7)	15.6%(14)

ａ．一人当たりによる解決例

①３÷７＝0.43…
②１÷３＝0.33…

ｂ．逆一人当たりによる解決例

①７÷３＝２．３３…
②３÷１＝３

ｃ．同値による解決例

①７：３→７：$\boxed{3}$
②３：１→９：$\boxed{3}$

ｄ．差(加法)による解決例

①｜ $\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$ ｜ $\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$ ｜ $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$ ｜　②｜ $\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$ ｜　①の方が余る

ｅ．不適の解決例

①７×３＝２１
②３×１＝３

（４）木の問題

解決方法を学年ごとにまとめたのが表-17,表-18,表-19 である。差を取る児童が非常に多い。4 年の 41%の児童が差を取る解決方法であった。5 年では差を取る解決方法は少なくなるものの、6 年では多くなる。5 年と 6 年の児童は、最初の値を基準に取る解決方法を使った。一方 6 年の児童だけが最後の値を基準に取る解決方法を使う。

最初の値を基準にとる解決方法に関して、5 年の児童は、演算決定の正答率に関わりなく使うものの、6 年では演算決定の正答率が高い児童が使う。

表-17　4 年の解決方法

	最初基準	最後基準	差(加法)	不適・白
0 問			6.0%(5)	25.3%(21)
1 問			16.9%(14)	18.1%(15)
2 問			14.5%(12)	9.6%(8)
3 問			3.6%(3)	4.8%(4)
4 問				1.2%(1)
計			41.0%(34)	59.0%(49)

表-18　5 年の解決方法

	最初基準	最後基準	差(加法)	不適・白
0 問	2.4%(2)			3.6%(3)
1 問	3.6%(3)			3.6%(3)
2 問	7.2%(6)		12.0%(10)	6.0%(5)
3 問	8.4%(7)		12.0%(10)	3.6%(3)
4 問	13.3%(11)		13.3%(11)	11.0%(9)
計	35.0%(29)		37.3%(31)	27.7%(23)

表-19　6年の解決方法

	最初基準	最後基準	差(加法)	不適・白
0問				3.3%(3)
1問	1.1%(1)		4.4%(4)	3.3%(3)
2問	2.2%(2)		5.6%(5)	4.4%(4)
3問	7.8%(7)	2.2%(2)	10.0%(9)	8.9%(8)
4問	16.67%(15)	1.1%(1)	24.4%(22)	4.4%(4)
計	27.8%(25)	3.3%(3)	44.4%(40)	24.4%(22)

ａ．前の値を基準とする解決例

Ａ：１４÷　８＝１．７５
Ｂ：１６÷１０＝１．６

ｂ．後の値を基準とする解決例

Ａ：　８÷１４＝０．５７１
Ｂ：１０÷１６＝０．６２５

ｃ．差(加法)による解決例

Ａ：１４－　８＝６
Ｂ：１６－１０＝６

ｄ．不適の解決例

「14mと16mでは16m方が長い」

３．４　指導への示唆

３．４．１　比例的推論とメタ認知の影響

回帰式によると、4年においてメタ認知と比例的推論の相関係数は概ね同じである。一方5・6年において比例的推論の相関係数はメタ認知のものよりも相対的に高い。

この結果は児童の認知構造の変化を示すと言える。Inhelder and Piaget(1958)によれば、比例概念は11、12歳ごろから現れるとされる。このことから、小数の乗法の文章題からの演算決定において、5・6年の児童は、4年の児童よりも比例的推論による影響があると言

える。我が国において、5 年で「割合」、6 年で「比例」が指導される。そのような指導も児童の乗法概念や比例概念の発達を促していると推測される。

本研究においても、比例的推論が小数の乗法の文章題からの演算決定に対して主要な要因であることが裏付けられた。この結果は、乗法の文章題解決には割合・比・比例の考えが必要であると言う Vergnaud(1983)の知見とも一致する。一方メタ認知は、小数の乗法の文章題からの演算決定にはわずかしか寄与しない。メタ認知は多くの数学的問題解決に効果がある汎用性の高い能力である一方、小数の乗法の演算決定には強く寄与しない。

小数の乗法の文章題からの演算決定を比例的推論とメタ認知によって説明するモデルの寄与率はおよそ 52%であった。小数の乗法の文章題からの演算決定に関して、比例的推論とメタ認知は半数を説明する要因であるが、それ以外の要因にも配慮しながら指導する必要がある。

３．４．２　演算決定と比例的推論の関係

4 年の多くの児童が使った解決方法は、加法(差)を取る方法である。4 年での小数の乗法の文章題からの演算決定の正答率も低い。5・6 年の児童は、差を取る解決方法を取らなくなる一方、単位当たりや同値による解決方法を使うようになっていく。Dole(2008)が指摘するように、加法的推論から乗法的推論への移行という視点でみれば、小数の乗法の演算決定と比例的推論の問題解決に関係があることが裏付けられた。

Noelting(1980)や Karplus,Pulos, and Stage(1983)によれば、「部分-全体」による解決方法は「部分-部分」による解決方法よりも難しいとされる。しかし(2)の「卵の問題」において、5・6 年の児童が使った解決方法として、「部分-部分」による方法よりも「部分ー全体」による解決方法が多かった。「全体-部分」による方法が多かった理由として、問題文中に全体量(1 ダースと $1\frac{1}{2}$ ダース)が示されていたことがあげられる。

(3)の「ピザの問題」において、結果を求める式は(小)÷(大)であるにも関わらず、(大)÷(小)とする解決方法が多かった。これは、「被除数は除数よりも大きい」のようなインプリシットモデルが影響していると言える(Fischbein ら,1985)。これは小数の乗法の文章題からの演算決定でも影響するが、比例的推論の問題でも同様に影響している。

第 3 章の引用文献

Bell,A.W., Fischbein,E., and Greer,B.(1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size, problem structure and context. Educational Studies in Mathematics,15,129-147.

Bell,A.,Greer,B.,Grimison,L., and Mangan,C.(1989). Children's performance on multiplicative word problems: Elements of a descriptive theory, Journal for Research in Mathematics Education,20(5),434-449.

Bell, A., Swan, M., and Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problem with decimal numbers. Educational Studies in Mathematics,12,399-420.

De Corte,E.,Verschaffel,L., and Van Coillie,V.(1988). Influence of number size, problem structure, and response mode on children's solutions of multiplicative word problems, Journal of Mathematical Behavior,7,197-216.

Dole,S.(2008). Ratio tables to promote proportional reasoning in the primary classroom. Australian Primary Mathematics Classroom,13,18-22.

Fischbein,E.,Deri,M., Nello,M.S., and Marino, M.S.(1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. Journal for Research in Mathematics Education,16(1),3-17.

Flavell,J.H.(1976). Metacognition aspects of problem solving. In L.Resnick(Ed.), The Nature of Intelligence(pp.231-236). Hillsdale,NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Fortunato,I., Hecht,D., Tittle,C.K., and Alvarez,L.(1991). Metacognition and problem solving. Arithmetic Teacher,39(4),38-40.

Graeber,A.O. and Tirosh,D.(1988). Multiplication and division involving decimals: Preservice elementary teachers' performance and beliefs. Journal of Mathematical Behavior,7, 263-280.

Graeber,A.O., Tirosh,D., and Glover,R.(1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. Journal for Research in Mathematics Education, 20,95-102.

Greer,B.(1987). Nonconservation of multiplication and division involving decimals. Journal for Research in Mathemaitcs Education,18,37-45.

廣瀬隆司ら(2011).「小数×小数、小数÷小数」の立式における問題場面の状況が及ぼす影響に関する研究：第 5 学年を対象として.日本科学教育学会研究会研究報告,26(1),17-22.

Inhelder,B., and Piaget,J.(1958). The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence. A.Parsons, and S.Milgram(Trans.). New York: Basic Books.

Karplus,R.,Pulos,S., and Stage,E.(1983). Proportional reasoning of early adolescents', in R.Lesh and M.Landau(eds.). Acquisition of Mathematical Concepts and Processes(pp.45-90). Academic Press.

Lamon,S.J.(1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. Journal for Research in Mathematics Education,24(1),41-61.

Luke,C.(1988). The repeated addition model of multiplication and children's performance on mathematical word problems. Journal of Mathematical Behavior,7,217-226.

Mangan,C.(1989). Multiplication and division as models of situation: What research has to say to the teacher. In B.Greer, and G.Mulhern(Eds.), New Direction in Mathematics Education(pp.107-127). London: Routledge.

Noelting,G.(1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part I Differentiation of stages. Educational Studies of Mathematics,11,217-253.

小原　豊(2007).小学校児童による有理数の乗法における乗数効果の分析.鳴門教育大学研究紀要,22,206-215.

Okamoto,M. and Kitao,N.(1992). The role of metacognitive knowledge and aptitude in arithmetic problem solving. Psychologia,35,164-172.

Swanson,H.L.(1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. Journal of Educational Psychology,82,306-314.

Tirosh,C., and Graeber, A.O.(1989). Preservice elementary teacher's explicit beliefs about multiplication and division. Educational Studies in Mathematics,20,79-96.

Tourniaire,F.(1986). Proportions in elementary school. Educational Studies in Mathematics,17,401-412.

Vergnaud,G.(1983). Multiplicative structures. In R.Lesh and M.Landau(Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and processes(pp.127-174). New York:Academic Press.

第４章　小数の乗法・除法の演算決定と意味：
小数の乗法に焦点を当てて

４．１　小数の乗法・除法に関する意味理解の実態とその指導

（１）小数の乗法に関する意味理解の実態

中島健三(1968)は、5 年生に対して①小数の乗法の指導における拡張の必要性の意識、②拡張された乗法の意味理解、③乗法の意味を抽象する際の被乗数と乗数を区別の影響を明らかにするため実態調査を行った。さらに浅田真一(2006)は、中島健三(1968)の調査問題の一部を含んだ実態調査を 2004 年に行った(表-1 と表-3)。2 つの調査結果(表-2 と表-4)を比較すると、意味の拡張の必要性を認識する児童は増加した一方、拡張された意味の理解については未だ問題があると言える。

表-1　意味拡張の必要性に関する問題

2 年生で『｢かけざん」は「同じ大きさのもの」が「いくつかある」とき、その「ぜんたいの大きさ」を求める計算である』と学習してきました。 たとえば、7×4 は「7 が 4 つあつまった大きさ」を表していて、たし算で 7＋7＋7＋7 と書くことができます。 次に、7×2.4 という、かける数が小数になっているかけ算を考えてみましょう。上で言っていることと同じように考えられるでしょうか？自分が正しいと思うもの 1 つの□に○をつけましょう。 (1)同じように考えられる。 (2)同じように考えられない。 (3)どちらとも言えない。

表-2　意味拡張の必要性の認識に関する比較

	1967 年実施(中島,1968)	2004 年実施(浅田,2006)
(1)同じように考えられる	46.2%(139 名)	36.7%(117 名)
(2)同じように考えられない	45.8%(138 名)	52.7%(168 名)
(3)どちらともいえない	8.0%(24 名)	10.7%(34 名)

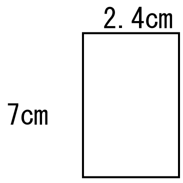
（%は小数第 2 位を四捨五入）

表-3　小数の乗法の意味の問題

27×2.4 のように、かける数が小数のかけざんは、どんな考えを表わしているといえますか？次の(1)～(5)で、自分がもっともよいと思うもの 1 つだけに○をつけましょう。また、他の人の考え方の人は、右上の(6)を書きましょう。

(1)7 を 2.4 回たすと考える

(2)たて 7cm、よこ 2.4cm の長方形の面積を表わすと考える



(3)(もとにする大きさ)×(倍)の式で、「もとにする大きさ」が 7、「倍」が 2.4 と考える

(4)下の図のように、7 の大きさを 1 目もりにして数直線をかいたとき、2.4 の目もりのところになる大きさを表わすと考える

(5)7×2.4 は、7 を 1 とみたとき、2.4 にあたる大きさを表わすと考える

(6)その他の考え

表-4　小数の乗法の意味に関する比較

	1967 年実施(中島,1968)	2004 年実施(浅田,2006)
(1)2.4 回(同数累加)	22.8%(69 名)	4.4%(14 名)
(2)長方形の求積	16.6%(50 名)	42.3%(135 名)
(3)倍の考え	―	24.8%(79 名)
基準×割合	14.2%(43 名)	―
(4)数直線図	18.5%(56 名)	19.7%(63 名)
(5)「1 とみる」考え	23.5%(71 名)	6.0%(19 名)
拡大	4.3%(13 名)	―
(6)その他	―	2.2%(7 名)
無解答、複数解答	―	0.6%(2 名)

（２）小数の乗法の意味に関する指導

①比例のイメージ化

平林一栄ら(1979)は、乗法の概念形成の基礎には比例概念が存在するという考えを強調し、「比例のイメージ」を基礎とする小数の乗法の意味に関する指導を提案している。比例のイメージとは、形式化された厳密な意味での「比例」ではなく、「一方が増えれば、他方も増える」「一方が 2 倍、2.5 倍、3 倍になれば、他方もそれに従って、2 倍、2.5 倍、3 倍になる」という伴って変わる 2 量に対するイメージである。

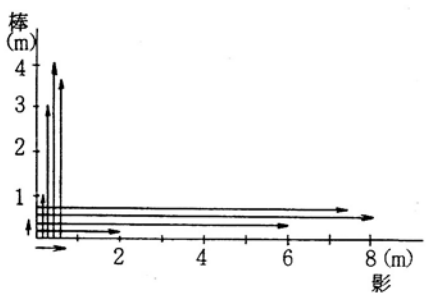


図-1　影のモデル

具体的には「1m の棒を立てると 2m の影ができるとき、3m、4m の棒ならどれだけの影ができるでしょうか。3.7m、0.3m の棒はどのくらいになるでしょうか。」という「影のモデル」による実験授業である(図-1)。展開の特徴として、①棒の長さと影の長さに比例のイメージを想定している、②棒の長さと影の長さが分離している、③影の長さを求めた後 2×3.7 や 2×0.3 の式を立てたことが挙げられる。

②意味拡張の必要性への着目

小数の乗法の指導において、児童は乗法の意味拡張の必要性を感じないことがこれまで指摘されている。中島健三(1979)は、180×3.4 の立式の根拠について、整数の乗法の場合を振り返り、累加の考えが通用しないことを確認し、「倍」に着目し、数直線図を導入し、意味の拡張を図っていく展開の実践をしている。

③表現手段(具体的場面・テープ図・数直線図)の関連づけ

小数の乗法において、児童の意味の理解を図る観点から、具体的場面・テープ図・数直線図・言葉の式・計算のきまりなどの関係づけを図る実践は広く行われている。例えば、田窪豊(1989)は、小数の乗法の文章題を解決する手がかりとして、具体的場面・液量図・テープ図・数直線図を活用した実践をしている。

(３)先行研究の課題

以上のように、小数の乗法の意味理解に関する実態調査において、意味の拡張の必要性を認識する児童は増加した一方、拡張された意味の理解については未だ問題があることが指摘され、これまで数直線図を始めとして、意味理解を図る様々な表現手段が講じられてきた。その一方で、児童はどのように意味理解を図り、小数の乗法の文章題からの演算決定とどのような関係であるか十分には明らかではない。それらが明らかになることが指導の改善に役立つと言える。

４．２　小数の乗法の演算決定と意味に関する学習水準

４．２．１　小数の乗法の学習状態を捉える枠組み

児童が文章題から正しく演算決定でき、さらに小数の乗法の意味を理解するためには、小数の乗法に関する様々な内容を学習する必要がある。その中でも本研究では 2 章で示した「求答」「演算決定」「演算処理」「意味の理解」に着目する。小数の乗法の文章題において、目的が結果を求めること(求答)だけであれば、×(小数)と演算決定する必要はない。児童が×(小数)と演算決定できるためには、×(小数)という表現で表す必要性も理解する必要がある。

児童は小数の乗法を学習する前、整数の乗法を学習している。整数の乗法に関する学習として、「整数の乗法の求答(つまり計算)」、「整数の乗法の演算決定」の 2 つがある。小数の乗法の学習に関する状態を設定する前提は、児童が既に「小数を知っている」「整数の乗法の求答ができる(整数の乗法の文章題から結果を求められる)」、「整数の乗法の文章題から演算決定できる」とする。状態(0)は、児童が、「小数」「整数の乗法の求答」「演算決定」

のいずれかに困難を持つ。

小数の乗法の学習をとらえる枠組みである「求答」と「演算決定」に基づくと、小数の乗法の演算決定に関して、「演算決定できる状態」と「演算決定できない状態」の 2 つができる。小数の乗法の求答に関して、「求答できる状態」と「求答できない状態」の 2 つができる。小数の乗法の学習には(1)～(4)の 4 つの状態ができる。

児童は小数の乗法の一般的な意味を理解していなくとも、小数の乗法の文章題から演算決定できる。しかし小数の乗法の一般的意味をとらえていない児童は、「文中の数値」「問題の構造」「文章題場面」の影響を受けやすく、複雑な文章題に対して正しく演算決定できない。児童がより確実に演算決定できるためには、小数の乗法の意味を理解する必要がある。

小数の乗法の演算決定に関して、単に「演算決定できる状態」と「小数の乗法の意味に基づいて演算決定できる状態(乗数と被乗数を区別できる)」の 2 つを設ける。小数の乗法の学習には表-5 のように(1)、(2)、(3-a)、(3-b)、(4-a)、(4-b)の 6 つの状態ができる(表-3)。

（１）状態(1)

状態(1)において、児童は、整数の乗法の求答(つまり計算)ができ、かつ整数の乗法に関する文章題から演算決定でき、かつ小数を理解しているが、小数の乗法の求答ができず、小数の乗法に関する文章題から演算決定できない。

（２）状態(2)

状態(2)において、児童は小数の乗法の求答ができるが、小数の乗法の文章題から演算決定できない。つまり児童は、小数の乗法の文章題に対して具体的場面などを参照しながら整数の乗法・除法を用いて求答できるが、小数の乗法の文章題に対して演算決定できない。

多くの児童は、小数の乗法の学習前、状態(1)あるいは状態(2)にある。

（３）状態(3-a)

状態(3-a)において、児童は小数の乗法の求答ができないが、小数の乗法の文章題から演算決定できる。

（４）状態(4-a)

状態(4-a)において、児童は小数の乗法の求答ができ、小数の乗法の文章題から演算決定できる。

状態(3-a)と状態(4-a)の児童の中には、小数の乗法の一般的意味を理解していないので、演算決定はできても乗数と被乗数とを区別できないことがある。例えば、「1ℓの重さが 1.03kg の牛乳があります。この牛乳 0.18ℓの重さは何 kg ですか。」という文章題に対して、児童の中には、「1.03×0.18」ではなく「0.18×1.03」と演算決定することがある。

また状態(3-a)と状態(4-a)の児童の中には、「1m の重さが 10g のはり金があります。このはり金 2.6m の重さは何 g ですか。」という文章題に対して、「10×2.6」ではなく計算しやすいように「2.6×10」と演算決定することがある。

この状態になる児童は、乗数が純小数である小数の乗法の文章題から演算決定し求答できることから、「小数の乗法の結果は被乗数よりも小さくなることがある」という性質を理解している。

（５）状態(3-b)

状態(3-b)において、児童は小数の乗法の求答ができないが、小数の乗法の文章題から小数の乗法の意味(「(基準にする大きさ)×(割合)」)に基づいて演算決定できる。

（６）状態(4-b)

状態(4-b)において、児童は小数の乗法の求答ができ、小数の乗法の文章題から小数の乗法の意味(「(基準にする大きさ)×(割合)」)に基づいて演算決定できる。例えば、児童は、「1ℓの重さが 0.92kg の油があります。この油 2.8ℓの重さは何 kg ですか。」という文章題に対して、(基準にする大きさ)が 0.92、(割合)が 2.8 として、「0.92×2.8」と演算決定できる。

表-5　小数の乗法の学習に関する状態

小数の乗法		求　答	
		できない	できる
演算決定	できない	(1)	(2)
	できる	(3-a)	(4-a)
	意味に基づいて演算決定できる	(3-b)	(4-b)

４．２．２　調査方法

小数の乗法の学習に関する状態に関して、学年ごとに児童の学習状態の実態を把握することを目的に質問紙調査を行った。被験者は、3 つの公立小学校 344 人の児童である。内訳は、4 年 120 人、5 年 122 人、6 年 102 人である。4 年の児童は小数の乗法が未習である。5・6 年の児童は既習である。調査時期は、1998 年 3 月中旬であった。調査時間は概ね 25～30 分であり、時間制限は行わなかった。調査問題は、(1)既習内容問題(小数、整数の求答、整数の演算決定)、(2)小数の乗法の求答問題、(3)小数の乗法の演算決定問題、(4)小数の乗法の意味理解問題である(表-6 と表-7)。

小数問題は、数直線上で小数の位置を表す問題と小数値が 0.1 をいくつ集めたものかを問う問題とした。整数の求答問題は、(整数)×(整数)が 1 問、(帯小数)×(整数)が 1 問の計 2 問とした。整数の演算決定問題は、(整数)×(整数)が 2 問、(帯小数)×(整数)が 1 問、(純小数)×(整数)が 1 問の計 4 問とした。

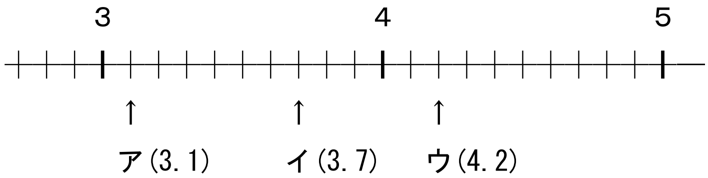
小数の乗法の求答問題は、(整数)×(帯小数)が 1 問、(整数)×(純小数)が 1 問の計 2 問とした。解決は自由記述である。

小数の乗法の演算決定問題は、3 章で行った調査問題と同じである。小数の乗法の意味理解問題は、中島健三(1968)が使った問題を参考にした。

表-6　既習事項を確認する問題

小　数

(a)下の数直線で、ア、イ、ウのめもりが表す数はいくつですか。



(b)次の数は、0.1 をいくつ集めた数ですか。

ア　0.7 (7)　　イ　2.6 (26)　　ウ　５ (50)

整数の乗法の求答

次の 2 つの問題について答えを求めなさい。

(1)1 こ 23 円のみかんを 34 こ買います。代金は何円ですか。(23×34)

(2)1 本 1.8ℓ入りのジュースが 7 本あります。全部で何ℓになりますか。(1.8×7)

整数の乗法の演算決定

次の問題について式だけを書きなさい。答えを出す必要はありません。

(1)1 まい 12 円の画用紙を 23 枚買うと、代金はいくらになりますか。(12×23)

(2)1 さつ 90 円のノートを 200 さつ買うと、代金はいくらになりますか。(90×200)

(3)さとうが 1.25kg 入ったふくろが 8 つあります。さとうはぜんぶで何 kg ありますか。(1.25×8)

(4)牛乳を 1 人に 0.2ℓずつ配ります。6 人では牛乳は何ℓいるでしょうか。(0.2×6)

表-7　小数の乗法に関する調査問題

小数の乗法の求答

次の 2 つの問題について答えを求めなさい。

(1)1m のねだんが 180 円のリボンを 2.5m 買いました。代金は何円ですか。(180×2.5)

(2)1ℓの重さが 3kg の食塩があります。この食塩 0.2ℓの重さは何 kg ですか。(3×0.2)

小数の乗法の演算決定

次の問題について式だけを書きなさい。答えを出す必要はありません。

(1)1kg が 580 円のあずきを買います。あずき 2.4kg の代金はいくらですか。(580×2.4)

(2)あるお店で 1 か月間に、1ℓの重さが 1.2kg のソースを 7.6ℓ使いました。1 か月間に使ったソースの重さは何 kg ですか。(1.2×7.6)

(3)1ℓで 600 円の食用油があります。この食用油 0.3ℓの代金は何円ですか。(600×0.3)

(4)1m の重さが 1.2kg の鉄のぼうがあります。0.8m では何 kg ですか。(1.2×0.8)

割合の考えによる演算の意味理解

「1kg のねだんが 60 円の大豆を 2.3kg 買いました。代金は何円ですか。」という問題について、答えを求める式は「60×2.3」になりました。A と B 君がそれぞれこの式の意味を説明しました。この式の意味としていえるものには○、いえないものには×を□につけ、

それぞれのわけを[　　　]の中に書きなさい。

[A 君の説明]

5×3 は 5+5+5 で求められるから 5×3 は 5 を 3 回たすという意味です。だから 60 を 2.3 回たすということです。

[B 君の説明]

かけ算は、もとにする大きさを 1 としたときその割合にあたる大きさを求めるということです。だから 60 を 1 としたとき、2.3 にあたる大きさを求めるということです。

```
0            60              120   60×2.3     180  (円)
├────────────┼───────────────┼────────┼────────┼────
├────────────┼───────────────┼────────┼────────┼────
0            1               2        2.3      3   (kg)
```

「小数の乗法を学習するために必要な既習事項問題」の判定基準は、表-8 の通りである。「小数の理解問題」では、数直線上の位置の問題で 3 問中 2 問以上正答、「小数の大きさ問題」で 3 問中 2 問以上正答とした。

表-8　小数の乗法を学習するために必要な既習事項

観点	判定基準
小数の理解	(a)のうち 3 問中 2 問以上正答、かつ(b)のうち 3 問中 2 問以上正答。
整数の乗法の求答	2 問中 2 問正答。あるいは 2 問中 1 問のみ誤答し「小数の乗法」の求答の問題 2 問中 2 問正答。
整数の乗法の演算決定	4 問中 3 問以上正答。

「小数の乗法の演算決定問題」と「小数の乗法の求答問題」の判定基準は次の考えに基づいて作成した。最も基本的な判定基準は、2 つの観点、すなわち乗数が帯小数である問題と乗数が純小数である問題とにそれぞれ正答することである。

「小数の乗法の演算決定問題」において、表面上は乗数が帯小数である問題と乗数が純小数である問題にそれぞれ 1 問ずつに正答すればよい。しかしテスト自身の測定誤差が考えられ、実測値は 2 問正答であっても、真値は 2 問正答にはならない。クロンバックαによって推定された「小数の乗法の演算決定問題」の信頼度係数は、4 年で 0.70、5 年で 0.72、6 年で 0.74 であった。

そこで真値が 2 問以上正答となるように、乗数が帯小数である問題と乗数が純小数である問題をそれぞれ均等に 2 問ずつにし、判定基準を 4 問中 3 問以上正答とした(表-9)。この判定基準では、児童は必ず乗数が帯小数である問題と乗数が純小数である問題とに正答している。調査問題について、実測値 3 問正答の場合の真値は回帰推定すると、それぞれ 4

年で 2.73、5 年で 2.96、6 年で 2.95 となり、2 問以上正答したものとなる。なお次のモデル式から真値を回帰推定した。

真値=平均+信頼度係数(測定値−平均)

表−9　小数の乗法の演算決定

観点	判定基準
小数の乗法の演算決定	4 問中 3 問以上正答。

「小数の乗法の求答問題」において、記述式テストであることと時間的制約から、乗数が帯小数である問題と乗数が純小数である問題にそれぞれ 1 問ずつにして、判定基準は 2 問とも正答とした(表−10)。

表−10　小数の乗法の求答

観点	判定基準
小数の乗法の求答	2 問中 2 問正答。

「割合の考えによる演算の意味理解問題」において、「小数の乗法の演算決定に関する問題」での解答に条件を付けている。すなわち、4 問中 3 問以上とし、かつ解答において「(基準にする大きさ)×(割合)」の順序で正答していることとした。

表−11　割合の考えによる演算の意味理解

観点	判定基準
割合の考えによる演算の意味理解	「小数の乗法の演算決定に関する問題」を 4 問中 3 問以上「(基準にする大きさ)×(割合)」の順序で正答。かつ「B 割合の考え」を選択。

４．２．３　小数の乗法に関する学習の状態

小数の理解に関する調査結果は表−12 である。表中の数値は、先に示した判定基準を基に小数を理解しているとみなす児童の割合を示す((a)と(b)の設問において 3 問中 2 問以上正答)。小数を理解しているとみなせる児童は各学年とも約 98%以上であった。

表−12　小数の理解

	(a)	(b)
4 年	99%	100%
5 年	100%	98%
6 年	100%	99%

整数の乗法と小数の乗法の演算決定に関する調査結果は表−13 と表−14 である。乗数が小

数である場合の演算決定の正答率は、乗数が整数である場合よりも低かった。この結果はFischbein ら(1985)の知見と一致する。乗数が純小数である場合の演算決定の正答率は、乗数が帯小数である場合よりも概ね低かった。この結果は De Corte ら(1988)や Luke(1988)の知見と一致する。

表-13　整数の乗法に関する演算決定

	(1)12×23	(2)90×200	(3)1.25×8	(4)0.2×6
4 年	98%	98%	98%	93%
5 年	98%	96%	98%	90%
6 年	100%	98%	100%	96%

表-14　小数の乗法に関する演算決定

	(1)580×2.4	(2)1.2×7.6	(3)600×0.3	(4)1.2×0.8
4 年	69%	60%	38%	45%
5 年	83%	69%	70%	68%
6 年	83%	65%	68%	67%

整数の乗法と小数の乗法の求答に関する調査結果は表-15 と表-16 である。乗数が純小数である場合の求答の正答率は、乗数が整数や帯小数である場合よりも低かった。この結果もまた De Corte ら(1988)や Luke(1988)の知見と一致する。

表-15　整数の乗法の求答(計算)

	(1)23×34	(2)1.8×7
4 年	96%	92%
5 年	91%	90%
6 年	97%	96%

表-16　小数の乗法の求答

	(1)180×2.5	(2)3×0.2
4 年	68%	39%
5 年	90%	76%
6 年	95%	73%

小数の乗法の演算決定と求答に関する調査結果もまた、Fischbein ら(1985)、De Corte ら(1988)や Luke(1988)の先行研究の知見と概ね一致していた。従って研究方法及び調査結果は妥当性を持ち、次に示す学習状態に着目した集計結果も同様に妥当性を持つと言える。

割合の考えによる演算の意味理解に関する調査結果は表-17 である。この問題は、小数の

乗法の文章題から演算決定できる児童(状態(3-a)、(3-b)、(4-a)、(4-b))に限定して行われた。表中の数値は、「小数の乗法の文章題から演算決定できる児童が選択した内訳」を学年ごとの被験者全体に占める割合で示した。

表-17　割合の考えによる演算の意味理解

	A累加あてはまらない B割合あてはまる	A累加あてはまる B割合あてはまる	A累加あてはまる B割合あてはまらない	A累加あてはまらない B割合あてはまらない	無回答
4年	15%	9%	1%	0%	3%
5年	26%	24%	6%	4%	2%
6年	23%	27%	5%	0%	5%

今度は表-14、表-16、表-17の調査結果について、先に示した判定基準に基づいて個々の児童について小数の乗法に関する学習状態を判定する。児童が割合の意味を理解して演算決定しているとする判定基準は、単に「B割合の意味」を選択しているだけでは十分ではない。なぜなら児童は「B割合の意味」を選択していても、その意味に基づいて演算決定しているとは限らないからである。そこで上述のように判定基準に次の条件も加えた。すなわち「小数の乗法の演算決定の問題」を4問中3問以上「(基準にする大きさ)×(割合)」の順序で正答していることである。その学年別の集計結果は表-18、表-19、表-20である。なお、表-17で「B割合の意味」を選択している児童の数と表-18、表-19、表-20で「意味に基づいて演算決定できる児童(状態3-bと4-b)」の数は必ずしも一致しない。

表-18　小数の乗法に関する学習状態の分布(4年)

4年		求答 できない	求答 できる
既習を理解していない	状態0　7%		
演算決定	できない	状態(1)　51%	状態(2)　13%
	できる	状態(3-a)　3%	状態(4-a)　2%
	意味に基づいてできる	状態(3-b)　4%	状態(4-b)　20%

表-19　小数の乗法に関する学習状態の分布(5年)

5年		求答 できない	求答 できる
既習を理解していない	状態0　8%		
演算決定	できない	状態(1)　17%	状態(2)　12%
	できる	状態(3-a)　2%	状態(4-a)　11%
	意味に基づいてできる	状態(3-b)　3%	状態(4-b)　47%

表-20　小数の乗法に関する学習状態の分布(6 年)

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">6 年</td><td colspan="2">求　答</td></tr>
<tr><td>できない</td><td>できる</td></tr>
<tr><td>既習を理解していない</td><td colspan="3">状態 0　4%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">演算決定</td><td>できない</td><td>状態(1) 20%</td><td>状態(2) 14%</td></tr>
<tr><td>できる</td><td>状態(3-a) 5%</td><td>状態(4-a) 14%</td></tr>
<tr><td>意味に基づいてできる</td><td>状態(3-b) 2%</td><td>状態(4-b) 41%</td></tr>
</table>

状態 0 の児童、すなわち小数の乗法を学習するために必要な既習事項を十分理解していない児童が、4 年で 7%、5 年で 8%、6 年で 4%みられた。

状態(3-a)と(3-b)の児童、すなわち小数の乗法の求答はできないが演算決定はできる児童は少なかった。

状態(3-a)と(3-b)の児童が少ない理由は次のように考えられる。小数の乗法の求答ができるためには、小数の乗法の文章題における具体的場面と文中の数値とを関係づけたり比例関係に着目したりできることが必要である。小数の乗法の演算決定ができるためには、小数の乗法の文章題における具体的場面と文中の数値とを関係づけたり比例関係に着目したりできることに加えて、演算決定の方法や演算の意味を学習することも必要である。児童が小数の乗法の文章題から演算決定できるようになるための条件は、小数の乗法での求答の条件に比べて多い。従って小数の乗法の求答はできないが、演算決定はできる児童は少ないものと考えられる。

また状態(3-a)と(3-b)の児童が少ないことは、判定基準の観点からも妥当であると考えられる。すなわち本稿で示した判定基準とは別に、もしも「求答」の判定基準を 2 問とも正答から 1 問以上正答に緩めたとすれば、求答できないと判定される児童は減少する。また本研究で示した判定基準とは別に、「演算決定」の判定基準を「3 問以上正答」から「乗数が純小数と帯小数の場合にそれぞれに 1 問以上正答」に緩めて再度集計し直した。すると演算決定できると判定される児童は 4 年で 6%、5 年で 3%、6 年で 2%増加するにすぎなかった。

次で各状態の児童の典型例を示す。

（１）状態(1)の児童

児童 Su は、状態(1)であると判定された児童である。

児童 Su は、演算決定に関して 4 問中 2 問正答であった(表-21)。

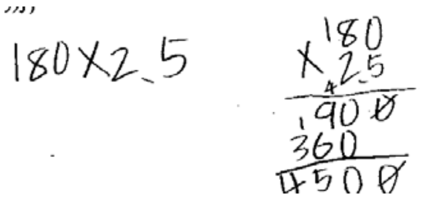
表-21　児童 Su の演算決定

課題	反応
(1)580×2.4	正答
(2)1.2×7.6	1.2÷7.6
(3)600×0.3	600÷0.3
(4)1.2×0.8	正答

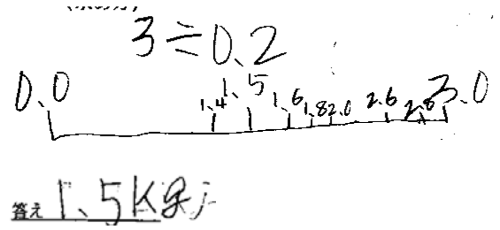
児童 Su は、求答に関して次のように示した。

---

①180×2.5



②3×0.2



---

①に対して、児童 Su は「180×2.5」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。②に対して、児童 Su は「3÷0.2(除法)」と誤った演算決定をしている。児童 Su は、3kg を 0.2 ずつ等分した図を示している。図には食塩の重さ(kg)が示されているが、体積(ℓ)は示されていない。児童 Su は、課題を「3kg を 0.2kg ずつ等分する」課題と解釈している。児童 Su は、食塩の重さ(kg)と容積(ℓ)の間の関係を十分把握していない。

児童 Su は、演算決定に関して 2 問しか正答せず、また求答に関しても 1 問しか正答していないことから、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握していない。

（2）状態(2)の児童

児童 Si は、状態(2)であると判定された児童である。
児童 Si は、演算決定に関して 4 問中 1 問正答であった(表-22)。

表-22　児童 Su の演算決定

課題	反応
(1)580×2.4	正答
(2)1.2×7.6	1.2÷7.6
(3)600×0.3	600÷0.3
(4)1.2×0.8	1.2-0.8

児童 Si は、求答に関して次のように示した。

---

①180×2.5

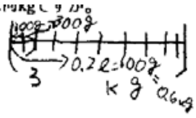
$$180\times2.5=450$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times\ 2.5 \\ \hline 900 \\ 360\ \ \\ \hline 450.0 \end{array}$$

②3×0.2

1ℓ=10dℓ
0.2ℓ=2dℓ
3kg=3000g

3000÷10=300g=1dℓの食塩の重さ
300×2=600(g)
600g=0.6kg



答え0.6kg

---

①に対して、児童 Si は「180×2.5」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。一方②に対して、児童 Si は次のように求めている。

1ℓは 10 dℓ、3kg は 3000g であることから、1 dℓの重さは 3000÷10=300g である。

2 dℓの重さは 300×2=600g である。

600g は 0.6kg である。

児童 Si は、単位をℓからdℓへ、kg から g へ換算し、dℓと g の関係で結果を求め、その結果を kg に換算している。

児童 Si は、複雑な単位換算をして結果を求めていることから、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握している。児童 Si は、演算決定に関して 1 問しか正答していないけれども、文章題の具体的場面や数量間の関係を把握できている。

状態(1)の児童 Su と状態(2)の児童 Si は、ともに小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できないと判定される。しかし状態(2)の児童 Si は、状態(1)の児童 Su と比較して、求答課題において結果を正しく求めることができていることから、小数の乗法の文章題での具体的場面や数量間の関係は把握できている。

（３）状態(3)の児童

児童 Ta は、状態(3)であると判定された児童である。

児童 Ta は、演算決定に関して 4 問中 4 問正答であった。

児童 Ta は、求答に関して次のように示した。

---

①180×2.5

180×2.5=4500　　答え4500円

②3×0.2

3÷0.2=1.5　　答え1.5kg

---

①に対して、児童 Ta は「180×2.5」と演算決定しているが、結果は 4500 としている。一方②に対して、児童 Ta は「3÷0.2=1.5(除法)」と誤った演算決定をしている。求答問題への反応から児童 Su は、小数の乗法に関する演算決定の根拠を十分理解していない。

児童 Ta は、演算決定に関して 4 問正答しているけれども、求答に関して正しく演算決定できない。児童 Su は、他の問題状況になると正しく演算決定できないことから、必ずしも小数の乗法の演算決定の根拠を十分理解しているわけではない。

（４）状態(4)の児童

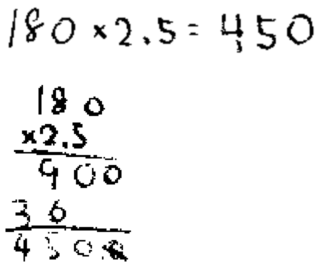
児童 To は、状態(4)であると判定された児童である。

児童 To は、演算決定に関して 4 問中 4 問正答であった。

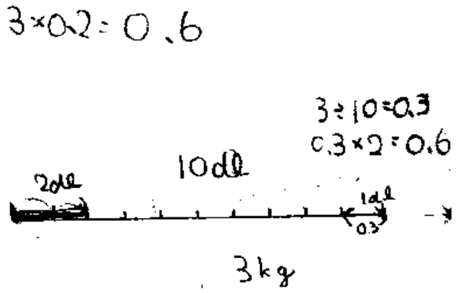
児童 To は、求答に関して次のように示した。

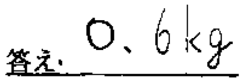
---

①180×2.5



②3×0.2





---

①に対して、児童 To は「180×2.5=450」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。一方②に対して、児童 To は「3×0.2=0.6」と演算決定し、筆算を用いて結果を求めている。さらに児童 To が示した図には、「1ℓ当たり 3kg」、「1 dℓ当たり 0.3kg」、「求める重さが 0.6kg」、と示されている。児童 To は、演算決定に関して 4 問正答し、求答に関しても文章題の具体的場面や数量間の関係を把握して演算決定している。

状態(3)の児童 Ta と状態(4)の児童 To は、ともに小数の乗法の文章題に対して正しく演算決定できると判定される。しかし状態(3)の児童 Ta は、求答において、誤った演算決定

をしている。状態(3)の児童 Ta は、状態(4)の児童 To と比較して、小数の乗法に関する演算決定の根拠を十分理解していない。

４．２．４　小数の乗法の演算決定と意味に関する学習水準

状態(3-a)と状態(3-b)の児童は全体的にみれば少ないので、多くの児童は、基本的には、状態(1)から状態(2)、状態(4-a)を経て状態(4-b)へ移行していくものと言える。また学年が進むにつれて、状態(1)の児童が減少し状態(4-b)の児童が増加している。従って状態(1)から状態(2)、状態(4-a)を経て状態(4-b)へ移行する過程は、学年ごとにみたとき、小数の乗法の文章題からの演算決定に関する基本的な学習水準を示すものと言える。これらのことを踏まえて小数の乗法の学習水準を次のように設定する(表-23)。

第０水準：小数の乗法を学習するために必要な既習事項を理解していない。
第Ⅰ水準：小数の乗法の文章題から演算決定できず、かつ求答ができない。
第Ⅱ水準：小数の乗法の文章題から演算決定はできないが、求答はできる。
第Ⅲ水準：小数の乗法の文章題から演算決定でき、かつ求答ができる。
第Ⅳ水準：割合の考えによる演算の意味に基づいて小数の乗法の文章題から演算決定でき、かつ求答ができる。

表-23　小数の乗法の学習水準

小数の乗法		求　答	
		できない	できる
既習を理解していない	状態　0		
演算決定	できない	I →	II
	できる		III
	意味に基づいてできる		IV

４．３　小数の乗法の意味

４．３．１　小数の乗法の意味を捉える枠組み

小数の乗法の文章題における演算決定は、小数の乗法の意味を必ずしも理解していなくとも可能である。小数の乗法の文章題における演算決定ができるかどうかだけでは、小数の乗法の意味を理解しているかどうかは判断できない。小数の乗法の文章題における演算決定とともに、それを支えている小数の乗法の意味も重要である。

中島健三(1968)が行った研究は、児童の小数の乗法に関する意味の実態を明らかにすることに焦点が当てられている。そのため小数の乗法の文章題における演算決定と小数の乗法の意味との関係は考察されていない。小数の乗法の意味拡張に着目させることの適切性を明らかにするのであれば、小数の乗法の学習後ある程度経過した段階において小数の乗

法に関する意味の実態を明らかにすることも必要である。調査問題の形式が多肢選択であり、小数の乗法の意味に関する実態をより詳細には分析しにくい。

一般には小数の乗法の意味とは、割合に当たる大きさを求めること、すなわち「割合の考えによる意味」である。小数の乗法の意味理解に関する 1 つ目の局面は、児童が小数の乗法を「割合の考えによる意味」で捉えているかどうかである。

児童は、「割合の考えによる意味」を単に知っているだけではなく、なぜそのような割合の考えによる意味を考えなければならないのかその必要性も捉えている必要がある。割合の考えによる意味を考えなければならない 1 つの理由は、累加の考えによる意味が小数の乗法に対してあてはまらないからである。小数の乗法の意味理解に関する 2 つ目の局面は、児童が累加の意味が小数の乗法に対して不都合であることを認めているかどうかである。中島健三(1968,1980)も、小数の乗法の意味を理解するには、児童が累加の考えによる意味に不都合を認めることが必要であることを指摘している。

児童は小数の乗法を学習した後でも、整数の乗法を累加の考えによる意味で捉え、小数の乗法を割合の考えによる意味で捉えるなどして、累加の考えによる意味を保持し続けていることがある。これは乗法を割合の考えによる意味に基づいて拡張したことにはならない。児童は、乗法全体を割合の考えによる意味で捉え直す必要がある。小数の乗法の意味に関する 3 つ目の局面は、児童が小数の乗法に対して累加の考えによる意味はあてはまらないが割合の考えによる意味はあてはまるとしているかどうかである。

以上の 3 つの局面は、小数の乗法の意味に関する局面を抽出したものである。小数の乗法の意味を捉える枠組みは、次の 3 つの局面から構成される。

①累加の考えによる意味と乗数が小数である乗法との関係
②割合の考えによる意味と乗数が小数である乗法との関係
③累加の考えによる意味と割合の考えによる意味との関係

小数の乗法の意味の 3 つの局面の関係を図示すれば、図-2 のようになる。上記の①～③は図-3 の①～③に対応する。この 3 つの局面に基づいて児童の小数の乗法に関する意味の実態を明らかにすることを目的として質問紙調査を行う。

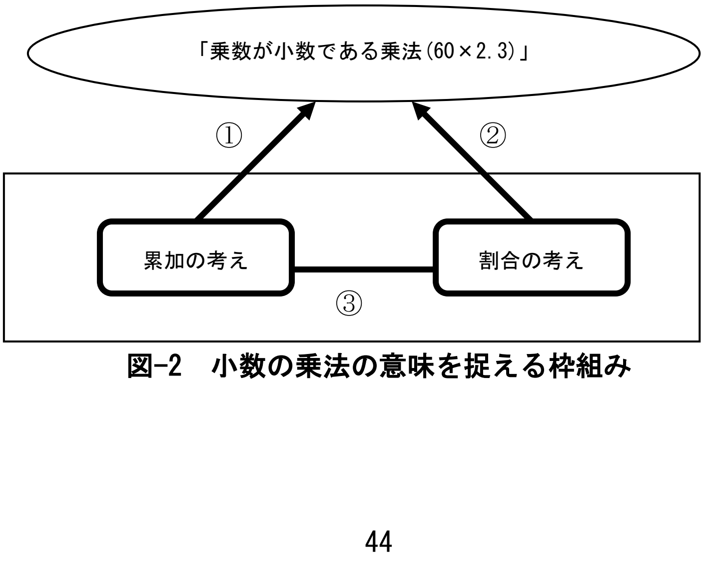


図-2　小数の乗法の意味を捉える枠組み

４．３．２　調査方法

被験者は、2 つの公立小学校の 174 人の児童である。内訳は、5 年 89 人、6 年 85 人である。児童は小数の乗法は既習である。調査時期は、1998 年 3 月中旬である。調査時間は概ね 25〜30 分であり、時間制限は行わなかった。

調査問題は、演算決定問題と意味問題である。演算決定問題は 3 章で行った調査問題と同じである。意味問題は 4.2 で行った調査問題と同じである。

小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるとみなす基準は、次のようにした。「演算決定問題」の正答数に基づいて上位群と下位群に分け、上位群の児童を小数の乗法の文章題において正しく演算決定できる児童とする。中間値は 4 問中 2 問正答となるので、上位群は 4 問中 3 問以上正答の児童、下位群は 4 問中 2 問次正答の児童である。

小数の乗法の意味を捉える枠組みと小数の乗法の意味に関する調査問題とは、次のように対応している。

「①累加の意味と乗数が小数である乗法」の関係は、「A 君の説明（累加の意味）」に対する反応から判断する。

「②割合の意味と乗数が小数である乗法」の関係は、「B 君の説明（割合の意味）」に対する反応から判断する。

「③累加の意味と割合の意味」の関係は、「A 君の説明」と「B 君の説明（割合の意味）」に対する両方の反応から判断する。

４．３．３　調査結果

「演算決定問題」の調査結果は表-24 である。意味理解に関する分析対象は、上位群の児童となり、すなわち第 5 学年で 62 人、第 6 学年で 56 人の合計 118 人である。

表-24　小数の乗法の演算決定

	5 年	6 年
上位群（3〜4 問正答）	62 人	56 人
下位群（0〜2 問正答）	27 人	29 人

「意味問題」の調査結果は表-25〜表-28 である。表-25 と表-26 は、累加の意味と割合の意味について、「あてはまる」と「あてはまらない」との反応を集計したものである。表-27 は、上位群である児童の意味の理解の調査結果である。表-28 は、下位群である児童の意味理解の調査結果である。

表-25　上位群の意味の理解

上位群の意味の理解		割合の意味		
		あてはまる	あてはまらない	合計
累加の意味	あてはまらない	37.3％(44)	3.4％(4)	40.7％(48)
	あてはまる	47.4％(56)	11.9％(14)	59.3％(70)
合　計		84.7％(100)	15.3％(18)	100％(118)

表-26　下位群の意味の理解

下位群の意味の理解		割合の意味		
		あてはまる	あてはまらない	合計
累加の意味	あてはまらない	30.4%(17)	5.4%(3)	35.8%(20)
	あてはまる	44.6%(25)	19.6%(11)	64.2%(36)
合　計		75.0%(42)	25.0%(14)	100%(56)

表-27　上位群の意味の理解の理由

上位群の意味の理解の理由			割合の意味							
			あてはまる					あてはまらない		
			割合	形式	倍概念	その他	無答	その他	無答	合計
累加の意味	あてはまらない	不都合	12		2	2	11	1	1	29
		その他	1				5		1	7
		無答				11			1	12
	あてはまる	解釈し直す	6			1		1		8
		語用上拡張	5	3	1		5		2	16
		乗法=加法	3			2	1	1	1	8
		倍概念	1	1	1		1			4
		その他	4		1	1	2	1		9
		無答					17	1	7	25
		合計	32	4	5	6	53	5	13	118

表-28　下位群の意味の理解の理由

下位群の意味の理解の理由			割合の意味							
			あてはまる					あてはまらない		
			割合	形式	倍概念	その他	無答	その他	無答	合計
累加の意味	あてはまらない	不都合	1			1		1		3
		その他								0
		無答	1				14		2	17
	あてはまる	解釈し直す	1							1
		語用上拡張	4					1		2
		乗法=加法	1	1			2	1		8
		倍概念	1							1
		(具体場面)	1					2		3
		その他	2				3		1	3
		無答				1	8	1	5	6
		合計	12	1	0	2	27	6	8	56

反応に関する典型例は、3 人以上の児童に見られたものである。

（１）累加の考えによる意味

Ａ.「あてはまらない」を選択

ａ．累加の考えに不都合を認める

[Y.Y,5 年,男子]

60 を 2.3 回たすことは、2.3 は、小数だからむりです。

児童 Y.Y は、60 を 2.3 回たすことはできないと述べている。これは、累加の意味が小数の乗法の場合には不都合であることを示すものである。

ｂ．その他

「その他」は、文意の解釈できなかったものや文意を取り違えているものなどが含まれる。例えば次のようなものがみられた。

[K.H,6 年,男子]

60+2.3 には、ならないから

児童 K.H は、問題文の説明を取り違え、60+2.3 とすることは「あてはまらない」としている。

ｃ．無答

「無答」には、無答の他、「わからない」、「なんとなく」などが含まれる。

Ｂ.「あてはまる」を選択

ａ．累加の考えに合うように解釈し直す

[H.K,5 年,男子]

5×3 は 5+5+5 でもとめられるから 60×2.3 は 60+60 とのこりの 0.3 を 23 ばい(原文ママ、実際は 0.3 を 60 倍)して 18 だから 60+60+18 でもとめられる。

児童 H.K は、乗数の 2.3 を整数部分(2)と小数部分(0.3)にわけて、それぞれ求めて、それらを加えて、60+60+18 とすると述べている。児童 H.K は、累加の意味に合うように、小数の乗法の場合も「60×2.3=60+60+18」と解釈し直している。なお 60 と 18 は異なるので、厳密には 60+60+18 は累加ではない。これは、累加の意味が小数の乗法の場合にも合うように解釈し直したものである。

ｂ.「何回かたす」という語用を小数の場合にも適用する

[J.O,5 年,男子]

5×3は5を3回たす。だから60×2.3は60を2.3回たす。

児童J.Oは 「5×3は5を3回たす」ということに基づいて「60×2.3も60を2.3回たす」と述べている。整数の乗法における「何回かたす」という言葉が、小数の乗法においても用いられている。「何回かたす」という言葉は語用上用いられているだけなので、その意味内容は考慮されていない。従って児童 J.O は、累加の意味に不都合を認めていないと言える。

c．乗法は累加である

[A.M,6年,女子]
もともとかけざんは、たしざんであらわすものを、みじかくしただけなので、計さんすることができる。

児童A.Mは、「乗法の結果は累加で求められる」ということだけを述べている。児童A.Mは、小数の乗法の求め方に言及していないので、累加の意味に不都合を認めていないと言える。

d．倍概念で捉える

[A.K,6年,女子]
1kgが60円でそれが2.3倍だから。

児童A.Kは、60×2.3は2.3倍を求めることと述べている。児童A.Kは、問題文の累加の意味に言及せず、乗法を倍概念に基づいて捉えている。

e．具体場面で捉える

[T.H,6年,男子]
1kg60円の物を2.3kg買うから

この反応例は、小数の乗法の文章題からの演算決定の問題において下位群であった児童だけにみられたものである。

児童T.Hは、1kg60円の大豆を2.3kg買うという具体的場面に基づいて、乗法を捉えている。これは、整数の範囲で成り立つ「(値段)×(重さ)」という数量関係が、小数の範囲でも成り立つとするものである。

f．その他

「その他」は、文意の解釈できなかったものや文意を取り違えているものなどが含まれる。例えば次のようなものがみられた。

[M.I,6年,女子]
60×2.3の答えをだす方法を説明しているからです。

児童M.Iは、「小数の乗法の計算は整数の乗法に帰着して行う」と文意を解釈し、その事柄は正しいとして、上記のような反応を示したと推測される。

ｇ．無答

「無答」には、無答の他、「わからない」、「なんとなく」などが含まれる。

（２）割合の考えによる意味

Ａ「あてはまる」を選択

ａ．割合の考えに基づいて捉えている

[K.S,5年,女子]
私も、かけ算は、もとにする大きさを 1 としたときその割合にあたる大きさを求めるということだと思うので、いいと思います。

児童 K.S は、割合の意味を示し、問題文に書かれてあることに同意している。児童 K.S は、小数の乗法を割合の意味で捉えている。

ｂ．形式を小数の場合に拡張する

[A.O,5年,男子]
2のときは60×2=120と求められるので、2.3も60×2.3となる。

児童A.Oは、「乗数が2のとき60×2である」ことに基づいて「乗数が2.3のときも60×2.3である」と述べている。これは、整数の範囲で成り立つ形式が小数の範囲でも成り立つとするものである。

ｃ．倍概念で捉える

[B.T,6年,男子]
60円をもとにして2.3倍したらいいから。

児童B.Tは、60×2.3は2.3倍を求めることと述べている。児童B.Tは、乗法を倍概念に基づいて捉えている。

ｄ．その他

「その他」は、文意の解釈できなかったものや文意を取り違えているものなどが含まれる。例えば次のようなものがみられた。

[T.K,6 年,女子]
グラフにするのはすごくいいことだと思うから

児童 T.K は、割合の意味ではなく、問題文の表現に数直線を用いていることを評価している。

ｅ．無答

「無答」には、無答の他、「わからない」、「なんとなく」などが含まれる。

Ｂ「あてはまらない」を選択

「あてはまらない」を選択した中で、3 人以上の児童に見られた反応例はなかった。

ａ．その他

「その他」は、文意の解釈できなかったものや文意を取り違えているものなどが含まれる。例えば次のようなものがみられた。

[M.I,6 年,女子]
どうしてこの式をたてたのかを説明しているからです。

児童 M.I は、割合の意味があてはまらない理由として上記のことを示しているが、その文意は解釈できない。

ｂ．無答

「無答」には、無答の他、「わからない」、「なんとなく」などが含まれる。

４．３．４　指導への示唆

意味の理解に関する上位群と下位群を比較したのが表-29 である。この表によると、小数の乗法に対して、累加の考えによる意味があてはまらないとし、かつ割合の考えによる意味があてはまるとしている児童は、上位群で 37.3%、下位群で 30.4%であった。また小数の乗法に対して、累加の考えによる意味があてはまるとし、かつ割合の考えによる意味があてはまらないとしている児童は、上位群で 11.9%、下位群で 19.6%であった。

表-29　意味理解に関する上位群と下位群の比較

	上位群	下位群
累加：あてはまらない 割合：あてはまる	37.3%(44)	30.4%(17)
累加：あてはまる 割合：あてはまらない	11.9%(14)	19.6%(11)

上位群の児童は、下位群の児童に比べて、小数の乗法に対して「累加の考えによる意味」が不都合であることを認め、乗法を「割合の考えによる意味」で捉えていることが裏付けられた。つまり小数の乗法の文章題において演算決定できる児童(上位群)は、そうでない児童(下位群)に比べて、小数の乗法の意味を理解していることが本調査でも確認された。

小数の乗法(60×2.3)と累加の考えによる意味との関係は次のように分類される。一方は、小数の乗法に対して累加の考えによる意味が「あてはまらない」とした児童である。この児童は、累加の考えによる意味が不都合であることを認めている。他方は、小数の乗法に対して累加の考えによる意味が「あてはまる」とした児童である。これらの児童はさらに2つに分けられる。

1つは、累加の考えによる意味が不都合であることに気づいていない児童である。例えば、ある児童は「乗法は累加である」として累加の考えによる意味があてはまるとしているが、小数の乗法の求め方には言及していない。またある児童は整数の乗法における「何回かたす」という言葉を小数の乗法を意味する言葉としても用いている。しかし「何回かたす」という言葉は語用上で用いられているだけなので、その意味内容までは考慮されていないと言える。

1 つは、累加の考えによる意味に合うように解釈した児童である。例えば、ある児童は60×2.3 を 60+60+18 のように累加の考えによる意味に合うように解釈し直している。なお中島健三(1968)の研究において、累加の考えによる意味があてはまるとした児童が多数みられることは指摘されていたが、あてはまるとする理由までは明らかではなかった。

小数の乗法の文章題から正しく演算決定できる児童であっても、概念的には必ずしも累加の考えによる意味が不都合であることを認めていない。そのような児童は、小数の乗法を累加の考えによる意味に合うように解釈し直したり、累加の考えによる意味が不都合であることに気づいていない。

このことは、児童に対して単に乗数が小数である乗法を提示するだけでは、累加の考えによる意味が不都合であることを認めないことを示している。教師が、児童に小数の乗法を指導するときには、児童は累加の考えによる意味が不都合であることを認めたかどうかまでより詳細に確認する必要がある。

小数の乗法に対して割合の考えによる意味があてはまるとしている児童は、上位群で84.7%、下位群で 75.0%であった。このことから、小数の乗法の文章題において正しく演算決定できる児童とそうではない児童との間には、若干の差異が認められるが、小数の乗法を学習した多くの児童は、小数の乗法(60×2.3)を「割合の考えによる意味」で捉えることはできていると言える。

小数の乗法の文章題において正しく演算決定できない児童でも、概念的には「割合の考えによる意味」を捉えている。このことより、児童が小数の乗法の文章題において正しく演算決定できない理由は、割合の考えによる意味自身を認めていないためではなく、演算決定するような状況において「割合の考えによる意味」を活用できないためであると言え

る。教師が児童に小数の乗法の文章題における演算決定を指導するとき、「割合の考えによる意味」と演算決定との関係をより結びつけて指導する必要がある。

小数の乗法の文章題において正しく演算決定できる児童において、累加の考えによる意味と割合の考えによる意味との間には次のように 3 つの状態がある。

1 つは、「累加の考えによる意味」を「あてはまらない」とし、「割合の考えによる意味」を「あてはまる」とした児童であり、全体で 37.3%である。1 つは、「累加の考えによる意味」を「あてはまる」とし、「割合の考えによる意味」も「あてはまる」とした児童であり、全体で 47.5%である。1 つは、「累加の考えによる意味」を「あてはまる」とし、「割合の考えによる意味」を「あてはまらない」とした児童であり、全体で 11.9%である。

37.3%の児童は、小数の乗法に対して「累加の考えによる意味」があてはまらないとし、「割合の考えによる意味」をあてはまるとしている。このような児童は、乗法を「割合の考えによる意味」で捉えていると言える。

47.5%の児童は、小数の乗法に対して「累加の考えによる意味」はあてはまり、「割合の考えによる意味」もあてはまるとしている。「累加の考えによる意味」と「割合の考えによる意味」は並存関係にある。Fischbein ら(1985)は、小数の乗法が指導された後でも、「インプリシットモデル」として「累加の考えによる意味」が保持されつづけることを指摘している。このような児童は、乗法を「累加の考えによる意味」から「割合の考えによる意味」で捉えるようになるための過渡期の状態にあると推測される。

11.9%の児童は、小数の乗法に対して「累加の考えによる意味」はあてはまり、「割合の考えによる意味」をあてはまらないとしている。このような児童は、乗法を累加の考えによる意味で捉えていると言える。このような児童は、小数の乗法の文章題において正しく演算決定できるのにも関わらず、概念的には乗法を「累加の考えによる意味」で捉えているので、特に指導上の配慮が必要である。

第 4 章の引用文献

浅田真一(2006).乗法の意味に関する児童の理解の実態調査：小数の乗法における意味の拡張を中心に.日本数学教育学会誌,88(12),2-10.

De Corte,E., Verschaffel,L., and Van Coillie,V.(1988). Influence of number size, problem structure, and response mode on children's solutions of multiplicative word problems, Journal of Mathematical Behavior,7,197-216.

Fischbein,E.,Deri,M.,Nello,M.S., and Marino, M.S.(1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. Journal for Research in Mathematics Education,16(1),3-17.

平林一栄ら(1980).数学的概念の認識過程についての基礎研究(2)：比例のイメージに基づく小数乗の意味理解の指導.広島大学教育学部附属共同研究体制研究紀要,8,27-33.

Luke,C.(1988). The repeated addition model of multiplication and children's

performance on mathematical word problems. Journal of Mathematical Behavior,7,217-226.
中島健三(1968).乗法の意味について.日本数学教育会誌,50(2),2-6.
中島健三(1979).小数のかけ算(導入)(5年).新しい算数研究,7月号,33-42.
中島健三(1980).算数・数学教育と数学的な考え方：その進展のための考察＜第 2 版＞.金子書房.
田窪　豊(1989).「見通し」をきたえよう：「小数のかけ算」.教育科学　算数教育,387(3月号),49-53.

第５章　小数の乗法・除法に関する指導の改善：小数の除法の授業に焦点を当てて

５．１　小数の乗法・除法の演算決定に関する指導の手立て

小数の乗法・除法の演算決定に関する指導の手立てに関して、先行研究を概観する。

（１）×(純小数)による導入

×(純小数)の乗法は、×(帯小数)の乗法と比べて、結果が被乗数よりも小さくなるなど児童にとって困難である。そのため一般には×(帯小数)の乗法が導入問題である。しかし×(純小数)の乗法を導入問題とすることは、整数の乗法との違いがより明確になるという点もある。×(純小数)の乗法を導入問題とする実践がいくつかなされている(長須一紘ら,1979;武田政幸・辻本元男,1987)。

河合弘隆・平野年光(1981)は、児童が乗法の拡張を意識できることをねらいとして、×(純小数)の乗法を導入問題として、20×0.3、20÷10×3、20÷0.3 の 3 つの式を比較する実践をしている。

彦阪栄克・村田克也(1987)は、次のような×(純小数)の乗法を導入問題とする実践を示している。「1m の重さが 300g のはりがね 0.6m 分の重さはどれだけですか。」という文章題が示され、結果を求める式として 300×0.6 と 300÷0.6 の 2 つに焦点が当てられる。2 つの立場における演算決定の根拠を明確にする話し合いを行う。300×0.6 と演算決定した児童は、数直線や言葉の式に基づくのに対して、300÷0.6 と演算決定した児童は「結果が小さくなること」に基づく。

（２）3 つの式を同時に提示する導入

文章題の数値を変化させる場合でも、1 つの文章題に対して 1 つの式を順に扱う。それに対して上原哲男(1991)は、整数の乗法と小数の乗法との違いを明確にするため、1 つの文章題(オートバイが消費するガソリンと走る距離)に対して、×(整数)、×(帯小数)、×(帯小数)の 3 つの式を同時に示す実践をしている。上野和彦ら(1983)も、1 つの文章題に対して(小数)×(帯小数)、(整数)×(帯小数)、(小数)×(純小数)の 3 つの式を同時に示す実践をしている。

（３）複数の文章題を提示する導入

小数の乗法の単元で扱われる文章題は乗法で解決できる。そのため児童は演算決定の必要性を感じない。児童が演算決定能力を伸ばすことができるように、複数の文章題を提示して演算決定する実践がある。

例えば、樋口幸子(1982)は、演算を独立して指導するのではなく、乗法と除法を合わせた単元構成をしている。導入時に乗法と除法の文章題を取り混ぜて示している。

長沢桂子ら(1987)は、小数の乗法の導入問題として、通常の文章題と小数倍の 2 つの文章題を同時に示す実践を示している。2 つの文章題を同時に示す理由として、倍という言葉が示された文章題は演算決定しやすく、他方の文章題を理解する手かかりとなるとしている。なお長沢らは、小数の除法の指導においても、小数の乗法の文章題と小数の除法の 2 つの文章題を示し、演算決定の根拠を明らかにする実践もしている。

（４）数直線図の活用

小数の乗法・除法において、演算決定、演算の意味、計算の仕方の指導において数直線図を活用する実践はこれまで広く行われている(安部知恵子,1984;黒田春海,1974;小川尚志,1974)。田中一男(1985)は、小数の乗法の指導において「テープ図」を活用した実践をしている。小山修(1988)も、線分図を活用した実践をしている。

児童が小数の乗法の学習に数直線図を活用できるためには、数直線図を自由に使える必要がある。そのため事前に数直線図に関する指導が必要となる。榎薗高士ら(1983)は、児童が小数の乗法における数直線図を活用できるためには、4 年における整数の乗法や除法の指導において、乗法や除法の意味と数直線図を関係づけたり、比例の考えを意識したりすることが必要としている。

白井一之ら(1997)は、演算決定における数直線図の活用に関する 5 つの段階を示している。5 つの段階とは、①数を数直線上の点に表すまでの段階、②異種 2 量の数直線に移行する段階、③数量の対応をつかむ段階、④比例的な関係を基に演算を決定する段階、⑤活用する段階である。この段階で、5・6 年が④や⑤の段階に該当する。

（５）先行実践の課題

小数の乗法・除法の指導に関して様々な指導の手立てが提案されているものの、次のような課題があるため一般的な指導にはなっていない。導入課題として×(純小数)の文章題を取り上げることによって、児童は、単元全体を通して、導入課題においてより難しい学習課題に取り組むことになってしまう。同様に除法も含めた複数の演算や複数の文章題を同時に取り上げることは、児童にとって一度に考える対象が増えることになる。

数直線図の活用は、割合の考えによる乗法・除法の意味を理解するために優れた表現方法であるが、表現自体が複雑である。児童にとって、乗法・除法自体の意味を拡張し理解すること以外に、数直線図自体を理解する必要も生じる。白井ら(1997)のように小数の乗法・除法の学習前に整数の乗法・除法から数直線図を導入する方法もあるが、整数の乗法・除法では、あえて複雑な数直線図を用いなくとも別の理解しやすい表現方法がある。

５．２　小数の除法の授業における話し合い

５．２．１　授業における話し合いを捉える枠組み

（１）話し合いに着目する意義

上述のように小数の乗法・除法に関する様々指導の手立てがある。しかしそれらの指導の手立ては、実際の授業で効果的であったりそうでなかったりする。この理由として、

Rathouz(2010)は、実際の授業での話し合いで使われている言葉には曖昧さが伴うもので、長所・短所が両方あることを指摘している。指導の手立てが効果的でなかった要因は様々であるが、本研究では、教室という空間で児童が学習する社会的状況、その中でも「話し合い」に着目する。例えば、児童は、授業における話し合いを通して、何を問題とし、どのように解決し、何を解決したものとみなすのか、ということを暗黙に学習している。授業における話し合いを通して児童がこれらを学習していることは、教師にとって指導を円滑に進める上で必要である。教師と児童との話し合いを通して形成され維持されている。児童が授業における話し合いを通して「問題を１つの解決だけでなく別の解決もしてみる」「問題を一般化したり特殊化したりしてみる」という態度を形成していくことは望ましい。

また小数の乗法・除法に関する研究の文脈に、授業における話し合いを位置づけたとき、児童が小数の乗法・除法の内容が十分相手に伝わるようには理解していなかったり、仮に内容を理解していてもうまく表現できなかったりする。どちらの場合も、話し合いが進展しなかったとされる。そのため授業における話し合いに着目することで、小数の乗法・除法の指導の手立てがより効果的になる示唆が得られると考える。

（２）話し合いをとらえる枠組み

①分析の観点を問題解決に置くこと

言語学において話し合いを分析するとき、その観点は話し手が発した情報が聞き手に適切に伝わっているかどうかである。従って話し合いは情報の伝達という観点で分析される。算数・数学の授業においても、児童が「情報」とともに「課題」をどのようにとらえているかということも重要である。算数・数学の授業では、児童が設定する問題の質が重要である。授業において、児童が原問題から問いを連続させていくとき、問題の発展の仕方が重要である。例えば、問題の発展の仕方について、単に原問題の数値を変えるだけよりも、原問題の条件を拡張して性質の成り立つ範囲を調べる方が、問題をより発展的に扱っている。児童は、一人で学習するときよりも、他の児童と協同する方がより問題を発展することができる。多くの児童がいれば様々な視点で原問題をとらえられ、問題を多面的に深く考察できる。従って、算数・数学の授業における話し合いは、問題設定という観点で分析する。

②児童の認知と表現を区別すること

授業における話し合いは主として日常言語を用いてなされる。児童は数学的内容を話し合うとき自由に数式を使うことはできない。話し手である児童は、自分の数学的内容を他の児童にも共有できるよう適切に表現できないことがある。授業における話し合いが進展しないとき、2 つの理由が考えられる。1 つは、児童が他の児童あるいは教師が示した数学的内容自体を理解できない場合である。1 つは、児童が他の児童あるいは教師が示した表現自体を理解できない場合である。後者の場合、表現が適切であれば、聞き手の児童は数学的内容を理解できる。さらに児童は、話し手が示そうとした数学的内容を理解できなくとも児童が示した表現自体の洗練さを認めて納得してしまうこともある。授業における話し

合いでは、児童が数学的内容を理解できない場合と表現できない場合を区別する。

③単元全体を通してなされる話し合いの仕方に着目すること

小数の乗法・除法の内容は、単元全体を通して理解されていくとの立場に立てば、単元を通して一貫してなされる話し合いの仕方が重要である。そのため児童が個々の小数の乗法・除法に関する内容ではなく、小数の乗法・除法の授業で全体的に一貫した話し合いの仕方に着目する。

（３）話し合い過程モデル

話し合いの過程モデルを示す(図-1)。話し合いとは、児童あるいは教師が提示した課題に対して、聞き手 1 がある解決を示し、その発言を受けて聞き手 2 が問いを連続させて解決し、それは聞き手 1 に対して影響を及ぼす一連の行為である。

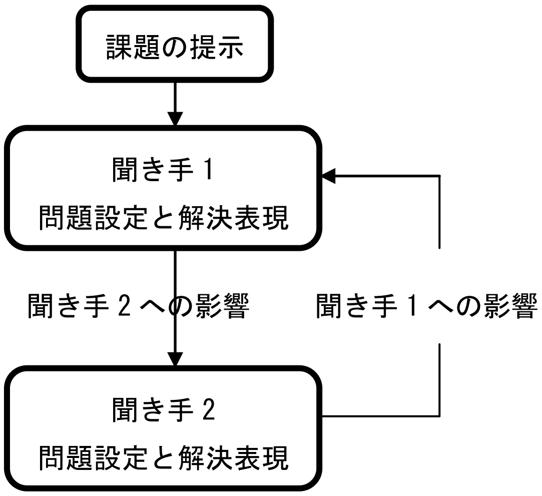


図-1　話し合いの過程モデル

まず「課題の提示」が事前になされる。ここでいう「課題」とは、教師あるいは児童が示した「問い」である。聞き手 1 は自分の認知枠組みに基づいて「課題」から「問題」を設定し解決する。聞き手 1 は発言、すなわち表現する。聞き手 2 は、自分の認知枠組みに基づいて聞き手 1 の表現から「問題」を設定し解決する。聞き手 2 は表現する。聞き手 2 の表現は聞き手 1 に対する評価となる。

話し合い過程モデルで、聞き手 2 の表現が重要である。なぜなら聞き手 2 の表現は聞き手 1 に対する評価になるからである。つまり聞き手 2 が聞き手 1 に対して肯定的評価をすれば、聞き手 1 は自分の解決あるいは表現が適切であるととらえる。聞き手 2 が聞き手 1 に対して否定的な評価をすれば、聞き手 1 は自分の解決あるいは表現が適切ではないととらえる。聞き手 2 が教師であるとき、その表現は聞き手 1 に対する介入になり、そこに教師の意図・ねらい・期待などが反映される。聞き手 2 が児童であるとき、その表現はもとの課題での発展の仕方を決定する。

授業における話し合いによって児童の数学的信念・ねらい・期待・応答のパターンが形

成され維持される。話し合いの過程モデルに基づくと、このような事柄の形成と維持は聞き手 2 の表現によってなされる。

例えば、教師が「180×3.4 はどのように計算するか」と課題を提示したとする。聞き手 1 は、その課題に対して「筆算の仕方を説明しなさい」と問題設定しその説明をする。その説明に対して教師は「他の説明の仕方はありますか」と発問する。聞き手 2 は「計算のきまりを用いて計算の仕方を説明しなさい」と問題設定し「『乗数を 10 倍しても結果を 10 でわればもとの結果と変わらない』ことに基づいて、180×(3.4×10)÷10=180×34÷10=612÷10=61.2」と説明する。教師は聞き手 2 の発言を認める。聞き手 1 はこの話し合いを通して、計算の仕方に関する課題が出されたとき、その意図は、計算のきまりを用いた計算の仕方の説明であり、筆算の計算に関する仕方の説明ではないととらえる。このような話し合いのパターンが繰り返されることによって、計算の仕方を説明する課題が提示されたとき、「計算のきまりを用いた計算の仕方を説明する」という応答パターンが形成され維持される。

５．２．２　調査方法

研究方法はケーススタディであり、除法の学習が乗法より困難であることから、除法の授業を取り上げることとした。本研究で用いられるデータは、国立小学校の 5 年 1 クラス(男子 20 名、女子 20 名)である。小数の除法の授業は、1996 年 6 月 10 日から 7 月 5 日の間に 8 時間行われた(表-1)。

表-1　小数の除法の単元構成

	日時	内　容
1	6/10	除法の意味の学習
2	6/11	計算の仕方の学習
3	6/12	除法になる文章題の作問
4	6/17	筆算の学習
5	6/25	純小数の除法の学習
6	7/ 2	あまりのある除法の学習(1)(未観察)
7	7/ 3	あまりのある除法の学習(2)
8	7/ 5	等分除の文章題の作問

５．２．３　分　析

（１）認知に関する側面からの分析

児童が小数の除法の学習を進めるとき、どのような既習内容を活用して学習を進めるのか、そのとき教師や児童との話し合いが児童の学習にどのような影響を及ぼすのか、認知に関する側面と話し合いの関係に着目する。

①エピソード１：逆算で定義する

この事例は6月10日に行われた。授業では、まず「1mの重さが18kgの鉄のぼうがあります。このぼう4.5mの重さは□kgです。」という小数の乗法の文章題(18×4.5)が示された。次に「1mの重さが□kgの鉄のぼうがあります。このぼう0.5mの重さは2.5kgです。」という文章題が示された。次のエピソードでは、まず児童Mが、文章題の式は2.5÷0.5となる理由を説明した。指導のねらいは演算決定の根拠を説明することであった。課題は「これはわり算の式になるっていうこと。どうしてそう思ったの。」であった。

1教師：これはわり算の式になるっていうこと。どうしてそう思ったの。

2児童M：たし算とかひき算のとき、確かめのとき、やるときに、反対から。例えば、たしてみて計算したときに、ひき算で確かめやったりするから。かけ算で確かめるときには反対のわり算で。

3教師：いまのどういう意味だ。Mさんの言ったこと。

4児童O：たし算とひき算の確かめをするときに、例えば、ひき算でやるときに。

5教師：例えば、言ってみな、例えばどんな数字。

6児童O：3－2だとしたら1になって、確かめするときには、1+2をやれば3が出て、かけ算とわり算のときも同じようになる。

7教師：例えば、どんなかけ算、わり算。

8児童O：5×4=20。20÷4。

9教師：20÷4ということは、なんだ。

10児童S：2.5をあのMさんの20にあてはめて、これが2.5。

11 教師これがわかんないやつだな。そうするとそれをこっち側にあてはめると、2.5÷0.5となりそうだっていうんだね。

児童M(聞き手1)は、課題に基づいて「なぜこの文章題の式が2.5÷0.5となるのか」という問題を設定し、「除法は乗法の逆算であるから」と解決した。この発言を受けて、児童Oと児童S(聞き手2)は、「除法は乗法の逆算であることの具体例を示しなさい」という問題を設定し、「整数の乗法・除法と小数の乗法・除法を対応づけて」解決した。児童Mの解決は、小数の除法の演算決定に関する根拠を説明したものであるから、ここでのねらいは達成された。

この話し合いにおいて、児童Mの解決は、児童Oと児童Sによって支持された。そのため児童Mは、自分の解決が、教師が示した課題を解決したととらえた。児童Oと児童Sが設定した問題は「除法は乗法の逆算であることの具体例を示しなさい」であった(図-2)。この問題の発展の仕方は、児童Mの理由に対する具体的事例を示すもので望ましいものであった。なぜなら具体例が示されることで他の児童は児童Mの根拠をより理解できるからである。

認知に関する側面からは、児童Mは直前での既習内容を活用し解決していた。同一の文

章題において、乗法として演算決定してから数値のみを変更するという文脈が作られることで、「除法は乗法の逆算である」ということが小数の除法の演算決定に関する根拠として導かれていた。教師の意図する文脈が形成されていた。

５×４＝20　→　20÷４＝□
｜　｜　｜　　　｜　｜　｜
□×0.5=2.5　→　2.5÷0.5=□

図-2　整数の乗法・除法と小数の乗法・除法の対応

②エピソード2：わり進まないようにする

この事例は7月3日の授業で行われた。「2.5mのリボンがあります。リボンを0.8mずつわけると全部で何本できますか。(包含除)」という文章題に対して、式は2.5÷0.8=3.125となった。さらに0.125の意味が議論された。指導のねらいは、この0.125の意味を解釈することであった。課題は「何の計算したことなのか」であった。

1教師：何の計算したことなの。わり算やってる。あそこまでいって何の計算したの。この0.1をまだ0.8で割ってんだよな。0.1を0.8で割ったんだよな。
2児童S：一応3本あまり0.125mあまるっていうのは間違いで、3本あまり0.1mって割りきらなくても、0.1の時点で終わりにしちゃっていいんじゃないか。3本あまり0.1m。
3児童N：俺、最初それやって。
4教師：その計算の意味というのは無理やりやったんだけど、その結果出てきたこの数字は、この中のこれだけ分というのを表してるわけだ。それがあまりと同じことだ。

児童S(聞き手1)は、課題に基づいて「0.125はどのような意味か」という問題を設定し、「0.1を0.8で割らずに、0.1をあまりとすればよい」と解決した。これは、包含除の文章題において割り進まずあまりとすることである。この発言を受けて、児童N(聞き手2)は、同様の問題を設定し、児童Sの発言を支持した。指導のねらいに対して、0.125の意味は0.1を0.8で割ったものであるということまで示されているが、それ以上の意味づけはされていないので、この時点ではねらいは達成されていなかった。「0.125とは0.8を1としたときに0.1にあたる大きさである」ということを意味する発言が得られれば、ここでのねらいは達成される。

この話し合いにおいて、児童Sの発言が児童Nに支持された。そのため、包含除の文章題において、わり進まずにあまりとすることが授業において支持された。

認知に関する側面から、児童Sはあまりのある整数の除法で学習した既習内容を活用し解決した。「除数よりも小さい数をわる」ことに焦点化する文脈が作られたため、「あまりとして処理する」ことが導かれた。整数の除法で学習した内容が小数の除法を学習する上

で障害となっていた。これは、Greer(1989)が指摘した「概念的障害」であると言える。児童 N も同様にあまりのある整数の除法で学習した既習内容を活用して児童 S の発言を支持した。

③エピソード 3：結果が小さくなる理由を説明する

この事例は 6 月 25 日の授業で行われた。教師は、演算の結果が被乗数あるいは被除数よりも大きくなるか小さくなるかを即座に判断する課題を提示した。7.2×1.2、7.2×0.5 の後に、「7.2÷2.4」と書かれたカードが提示された。児童は「7.2÷2.4 の結果は被除数よりも小さくなる」と反応した。指導のねらいは、除法の結果が被除数よりも大きくなったり小さくなったりすることの根拠を理解することであった。課題は、「これどう考えたらいいだろう」であった。この課題の意図は「なぜ 7.2÷2.4 の結果は被除数よりも小さくなるのか」であった。

---

1 教師：せいのどん(「7.2÷2.4」と書かれたカードを提示)。今度ちょっと悩んだ人もいるんだけど、これどう考えたらいいだろう。

2 児童 O：7.2÷2.4 を両方とも 10 倍して、72÷24 にする。

3 教師：今のところ計算できるんだなあ。簡単に。

4 児童 M：2.4 は 1 より大きい数だけど、0.いくつとかなると、7.2 をいくつ分に分けるっていう数が小さくなるから、その数よりも大きくなるから反対に 1 より大きい数は 7.2 をたくさん分けるから、答えは小さくなる。

5 教師：意味分かる。分かった人？

児童 O(聞き手 1)は、課題に基づいて「7.2÷2.4 の計算はどのようにするのか」という問題を設定し、「7.2÷2.4 を両方とも 10 倍して 72÷24 にする」と解決した。この発言を受けて、児童 M(聞き手 2)は、「なぜ 7.2÷2.4 の結果は被除数よりも小さくなるのか」という問題を設定し、「包含除の意味で、7.2 から 1 ずつ取るよりも 7.2 から 2.4 ずつ取っていく方が取れる数は少ないからである」と解決した。教師は、児童 M の発言を認め、繰り返すように求めた(「意味分かる。分かった人？」)。児童 M は、7.2÷2.4 の結果が被除数よりも小さくなることを説明しているので、ここでのねらいは達成された。

この話し合いにおいて、教師が示した元の課題に対して異なる解釈(聞き手 1 と聞き手 2 が行ったもの)が行われ、2 つの問題が設定された。教師は、児童 M の解決の方を支持した。そのため児童 O は、自分の解決が教師の意図したものではないととらえた。

これは授業における話し合いの特徴を示している。なぜなら授業における話し合いでは、教師の課題には、解決の条件や範囲が厳密に示されることは少ない。そのため児童は、過去の授業における応答パターンから類推し、条件や範囲を補って問題を設定しなければならない。ここで教師は、問題設定を制御することで、教師が意図する問題を設定するような応答パターンを形成しようとしていた。

認知に関する側面からは、なぜ児童 O は課題に対して「7.2÷2.4 の計算はどのようにするのか」という問題を設定したのか。前時(6 月 17 日)では、「6.12÷7.2」の計算の仕方が取り上げられ、この計算をするときには、被除数と除数にそれぞれ 100 倍して計算するということが議論された。そのため児童 O は前時と同様の議論であると判断し、ここでの教師の質問に対して計算の仕方を示した。児童 O は前時の議論に基づいて発言していると言える根拠は、除数のみを 10 倍する方法ではなく、被除数と除数にそれぞれ 100 倍する方法を示しているからである。児童 O は、小数の除法で学習した既習内容を活用して問題を設定した。ところが課題に対する問題設定が教師と意図と児童 O とは異なっていた。

（２）表現に関する側面からの分析

児童が小数の除法の学習を進めるとき、適切に数学的内容を表現できるのか、そして教師や児童との話し合いが、児童の表現活動にどのような影響を及ぼすのか、表現に関する側面と話し合いの関係に着目する。

④エピソード 4：数式で表現する

この事例は 7 月 3 日の授業で行われた。「2.5m のリボンがあります。リボンを 0.8m ずつわけると全部で何本できますか。(包含除)」という文章題に対して、2.5÷0.8=3.125 という式が得られた。指導のねらいは、3.125 の意味をリボンの場面に基づいて解釈することであった。課題は「これを 3 倍。どういうこと。」であった。

---

1 児童 B：0.125 を 3 倍すれば、3 本と 1 本あまり。0.125 というのは 1 本のあまりだから。
2 教師：これを 3 倍。どういうこと。
3 児童 B：3.125 というのを 3 と 0.125。それをそれぞれ 0.8 倍すれば。
4 教師：意味わかる。3.125 を 3 と 0.125 に分けて、それぞれを 0.8 倍すれば。
5 児童 B：0.8 倍してたすと、2.625 になるから。
6 教師：そこまではいいな。はいどうぞ。
7 児童 B：0.125 というのを 0.8 倍してそうすると、0.1 だから、あまりが 0.1。
8 教師：頷いている人もいるねえ。なるほどと思った人。よく分からない。こっちは 2.4、こっちは 0.1。これがあまりになるんじゃないかと思ったわけだ。
9 児童 F：それは 0.8m で割ったんだから、反対にかけたらいいんじゃないか。
10 児童 S：式にすると、3×0.8+0.125×0.8 って式になるんだから、0.8 かけると同じだから、3.125×0.8 っていう確かめ算をやってることになる。
11 教師：ちょっと整理するぞ。こうして分けたらこれの確かめ算じゃないかっていうんだな。この前みんなが問題にしてたのは、ここの部分のこれなあにって聞いてたわけだ。これはどんな意味があるの。
12 児童 K：0.8m が 3 本。0.8m だから、0.8×3 だから、0.8×3+0.8×0.125。

児童 B(聞き手 1)は、課題に基づいて「3.125 の意味を説明しなさい」という問題を設定

し、「3 本と 1 本あまりを示すものである」と解決した。児童 B は「3.125」をリボンの場面に基づいて解釈しようとしているが、その発言からはその関係を十分とらえていなかった。教師はさらに明確にするため他の児童に同様の質問を続ける判断をした。児童 F は逆算について発言した。それを受けて、児童 S(聞き手 2)は、同一の問題を設定し、「3×0.8+0.125×0.8 を示すものである」と解決した。「3.125」の意味が式表現を用いて、3×0.8+0.125×0.8 としてまとめられた。この後の議論で、0.8m が 3 本、0.8m を 1 としたとき 0.1m にあたるのが 0.125 とまとめられた。ここでの指導のねらいは達成された。

表現に関する側面から、日常言語による表現は、児童 B の発言のように不明確である。一方数式による表現は、児童 S の発言のように簡潔である。同一の数学的内容を表現するとき、数式による表現が日常言語による表現よりもより簡潔である。

この話し合いでは、児童 B は、児童 S の発言を聞くことで自分の考えがより明確になると言える。児童 B がまず先に日常言語による表現を示し、次に児童 S が数式による表現を示して、両者を比較するコンテクストが作られることによって、式表現のよさがより鮮明になった。このように話し合いを通して、同一の問題に対して表現を変えて解決されることによって、児童は数式表現のよさを理解する。

認知に関する側面から、このエピソードにおいて、教師や児童 B や児童 S の話し合いは、その発言を聞いている児童の認知発達を促すことが認められた。エピソードにある児童 K は他の児童と同一の問題を設定し、「0.8m が 3 本、0.8m を 0.125 倍したものが 0.1m」と解決した。しかし以前の授業において児童 K は次の学習ノートにあるように、同様の問題に対して自力では解決できなかった。つまりある問題解決に対して自力では解決できないと認められている児童 K が、自分より能力のある児童とともに言い換えに参加する(援助を受ける)ことによって解決できた。

児童 K の学習ノート

次の学習ノートは 7 月 2 日(6 時間目)に書かれた。

やっぱり問題が、全部で何本ですか、と書いてあるので、答えは 3 本か、3.125 本というのがあったら、3.125 本だと思う。

だけれど、問題に「何本とれて何 m あまりますか？だったら、答えは、3 本とれて、0.125m あまるだとおもう。

0.8+0.8+0.8+0.125=2.525m

あれ！答えが、なんとふえてしまった。へんだ。

---

⑤エピソード 5：割合の考えを図示する

この事例は 6 月 25 日に行われた。まず教師は、7.2÷0.4 という式を示し、その結果が被除数よりも大きくなるか小さくなるか尋ねた。児童は、大きくなると答えた。次いで教師は、前時までに取り扱った「0.5m の重さが 2.5kg である鉄の棒がある。1m の長さの鉄の棒

は何 kg か。(2.5÷0.5=5)」という文章題を提示した。指導のねらいは、児童が 7.2÷0.4 という式と前時までに取り扱った文章題とを関連づけ、結果が被除数よりも大きくなることを理解することであった。課題は「このときの図を誰かに書いてもらおうか。」であった。

---

1 教師：1m の重さが分からなくて、0.5m の重さが 2.5kg だった。こういうときに、1m の重さを求めるのに、2.5÷0.5 をしたんだよな。このときの図を誰かに書いてもらおうか。

2 児童 K：(次の図を書く)

```
                          2.5
├─┼───┼───┤
   0.5
```

3 教師：他に図、書いた人いない。

4 児童 M：(次の図を書く)

```
1
├────┼──┤
0.5      0.5
```

児童 K(聞き手 1)は、課題に基づいて「文章題の数量関係を図示しなさい」という問題を設定し、「包含除の図を示して」解決した。児童 K の示した図は、全体の長さを 5 等分した 1 つ分のところを 0.5 とした。この文章題(鉄の棒の長さと重さ)は等分除であった。この解決は教師が意図しないもので、意図する解決を引き出すために他の児童を指名した。この発言を受けて、児童 M(聞き手 2)は、同一の問題を設定し、「1 を 0.5 と 0.5 にわけた図を示して」解決した。この段階では、7.4÷0.4 の式と前時で扱った文章題と明確に関係づけられていないので、ここでのねらいは達成されなかった。

表現に関する側面から次のことが示される。図表に表現することは数量関係が明確に示される。ところが児童 K は等分除である小数の除法の文章題に関する数量関係を図に表現できなかった。児童にとって、等分除の小数の除法に関する数量関係を図示することは、整数の除法の数量関係を図示するよりも難しかった。小数の除法の学習を進めるためには、児童は、数直線・図式・モデルなどの表現手段を事前に持つ必要がある。たとえ児童が小数の除法の数量関係を理解していたとしても、その数量関係を表現することが困難であると、他の児童には数学的内容が理解されない。教師は小数の除法の授業にあたって、児童が十分数量関係を図示できるように配慮する必要がある。

５．２．４　指導への示唆

（１）話し合いの特徴

各エピソードにおける話し合いでは、課題提示後 2 人目の児童(聞き手 2)の発言が重要な

役割を果たしていた。第 1 に、聞き手 2 の発言が、聞き手 1 の解決を支持するかどうかをきめる。例えば、エピソード 1 の事例では、聞き手 1 の解決が支持されていた。一方エピソード 3 の事例では、聞き手 1 の解決が支持されていなかった。エピソード 3 の聞き手 1 は、教師の意図しない応答パターンを参照し解決しているからである。しかし必ずしも指導上望ましい解決が話し合いにおいて支持されるわけではない。例えば、エピソード 2 の事例において、聞き手 1 の解決が支持されているが、それは指導上望ましくない。

第 2 に、聞き手 2 が、聞き手 1 の問題をいかに発展させて問題設定するかが重要である。例えば、エピソード 1 の事例では、聞き手 1 の説明に対する具体的事例を示すことを問題とした。またエピソード 4 の事例では、同一の問題に対して数式化して表現した。

第 3 に、教師は、聞き手 2 の問題設定や解決あるいは意図する応答パターンを制御することによって、話し合いにおける応答パターンを形成し維持する。例えば、聞き手 2 が教師の意図する問題設定、問題解決、あるいは意図する応答パターンを示さなければ、教師自らが同様の発問をしたり、説明をしたりしていた(例えば、エピソード 3 の事例)。

（２）話し合いと認知の仕方

授業において児童が問題を設定し解決するために既習内容を参照するとき、様々なレベルがある。エピソード 1 の事例の児童 M は、「直前で学習した既習内容」、エピソード 3 の事例の児童 O は、「前時(小数の除法の単元内)で学習した既習内容」、エピソード 2 の事例の児童 S は、「整数の除法で学習した既習内容」であった。児童が問題を設定し解決するとき、教師は、教師の意図する既習内容を活用するように配慮する必要がある。例えば、エピソード 2 の事例では、児童 S は小数の除法においても割り進まないであまりとすればよいを発言した。これは、整数の除法で学習した内容を活用したため起こったものである。この事例で整数の除法で学習した内容が小数の除法を学習するときに障害となっていた。

（３）話し合いと表現の仕方

授業における話し合いにおいて、児童が数学的内容を理解していることとそれを表現できることとは区別しなければならない。児童は、数学的内容を理解していてもそれを表現できなければ、話し合いを進めることはできない。例えば、エピソード 4 の事例にあるように、児童 B は数量関係を日常言語で表現したため、他の児童は理解しにくかった。一方児童 B の後に発言した児童 S は、数式を用いて表現し、明確に数量関係を表現した。

しかし、エピソード 5 の事例にあるように児童は、「割合の考え」を表現することは困難である。これは従来から指摘されていた「割合の考え」を表現することの困難性であり、小数の除法に固有である。そのため、小数の除法の学習を進めるために、児童は、数直線図・図式・モデルなどの表現手段を事前に持つ必要がある。

５．３　小数の除法の授業における学習を促す指導の手立て

５．３．１　数学的内容と数学的表現

（１）話し合いにおける数学的内容と数学的表現への着目

児童が自分の考えを一方的に示すだけの話し合いよりも、他の児童の考えを理解した上でそれを発展させていく話し合いの方が望ましい。ここでいう質の高い話し合いとは、児童が自分の考えを明確に持ち、他の児童の考えを十分理解しようとする意思を持って話しを聞き、他の児童の考えを対象化し、お互いの考えを統合・発展させながら、合意に到達することである。

話し合いをとらえる枠組みとして、前節と同様に、「数学的内容からみた話し合い」と「数学的表現からみた話し合い」の 2 つの観点に着目し、指導の手立てを抽出する。

（2）数学的内容からみた話し合い

児童が話し合いをするとき、その内容に関して次のような局面が考えられる。すなわち児童は、他の児童が示した数学的内容自体をよりよく理解する(「対象化」)。児童は、他の児童が示した数学的内容に対して自分なりに別の解釈をする(「意味づけ」)。さらに児童は、他の児童が示した数学的内容を理解することから離れて、数学的視点からその内容を発展させる(「問題解決」)。話し合いの内容を「対象化」、「意味づけ」、「問題解決」の 3 つに分ける。

「対象化」とは、児童が話し合いをするとき、他の児童が示した操作・過程・行為を当初の目的とは異なる別の視点から考察することである。数学的概念が構成されるのは、操作・過程・行為が対象化されるときとされる(Cobb, Wood, and Yackel,1993)。児童は、「考えについて話す」だけでなく「考えについて話していることについて話す」必要がある。児童が考えを対象化するときでも、単に似ている点を見つけたり関係づけたりするよりも、考えのよさを指摘したり統合・発展させたりする方が望ましい。話し合いの対象化に関して、3 つの段階が考えられる。①児童は考えを示したり付け加えたり、解決の正誤の判断をしたりする。②児童は考えの相違点を見つけたり、関係づけたり、比較したりする。③児童は考えの簡潔性・明確性・効率性などのよさを指摘したり、統合・発展させたりする。

「意味づけ」とは、児童が話し合いをするとき、他の児童が示した解決や考えに関して、当初の意味とは異なる別の意味を与えることである。児童は、具体的場面・数や計算に関する内容(例えば、計算のきまり)を用いて多様な意味づけができるようになる必要がある。

「問題解決」とは、児童が話し合いをするとき、多様な数学的問題解決活動をすることである。数学的問題解決活動には、単に問題を解決するだけでなく、問題を定式化したり、問題を設定したり、発展させたりすることがある。問題の定式化とは、他の児童が示した問いを他の児童にも理解できるように問題として示すことであり、問題の設定とは、問題を解決したあとさらに別の問題を作ることである。実際の話し合いにおいて、児童の問いは単なる疑問にすぎず、他の児童に十分理解されないことがある。児童の問いを問題として定式化することも重要である。児童が、問題を設定するよりも、一般化させたり、発展させたりする方が望ましい。話し合いの問題解決に関して、4 つの段階が考えられる。①児童は問題の解決を示す。②児童は問題を定式化する。③児童は問題を設定する。④児童は問題を一般化させたり発展させたりする。

（３）数学的表現からみた話し合い

児童が話し合いをするとき、その表現に関して次のような局面がある。すなわち児童は、他の児童が示した数学的内容を理解する(「読み」)。児童は自分の考えを表す(「表現手段」)。児童は相手にうまく伝わるように数学的内容を整理して話す(「組織化」)。話し合いの表現を「読み」「表現手段」「組織化」の 3 つに分ける。

「読み」とは、児童が話し合いをするとき、他の児童が示した解決や考えを読み取ることである。読み取ることには、他の児童の考えを理解するだけでなく新しい事柄を見出すことも含む。例えば、他の児童が示した数式から、計算のきまりのような規則を見出すことである。

<table>
<tr><th></th><th>観点</th><th>局　面</th></tr>
<tr><td rowspan="3">内容</td><td>①対象化</td><td>①児童は考えを示したり付け加えたり、解決の正誤の判断をしたりする。
②児童は考えの相違点を見つけたり、関係づけたり、比較したりする。
③児童は考えの簡潔性・明確性・効率性などのよさを指摘したり、統合発展させたりする。</td></tr>
<tr><td>②意味づけ</td><td></td></tr>
<tr><td>③問題解決</td><td>①児童は問題の解決を示す。
②児童は問題を定式化する。
③児童は問題を設定する。
④児童は問題を一般化させたり発展させたりする。</td></tr>
<tr><td rowspan="3">表現</td><td>①読み</td><td>ー</td></tr>
<tr><td>②表現手段</td><td>①児童は具体物・操作・日常言語を使う。
②児童が数学的言語を使う。
③児童は表現手段の長所・短所を理解し、目的に応じて使い分ける。</td></tr>
<tr><td>③組織化</td><td>①児童は自分の考えをそのまま示す。
②児童は自分の考えを筋道立てたり整理したりする。
③児童は他の児童の考えと自分の考えの相違が分かるようにする。</td></tr>
</table>

表-2　内容と表現からみた話し合いをとらえる枠組み

「表現手段」とは、児童が話し合いをするとき、多様な表現手段を使ったり、表現間で変換したりすることである。表現手段には、具体物・操作・日常言語・図形・図表・グラフ・数式・記号がある。児童が、話し合いをするとき、単に表現手段を使うだけよりも、それぞれ表現手段の長所・短所を理解し、目的に応じて使い分ける方が望ましい。話し合いの表現手段に関して、次の 3 つの段階が考えられる。①児童は具体物・操作・日常言語を使う。②児童が数学的言語を使う。③児童は表現手段の長所・短所を理解し、目的に応

じて使い分ける。

「組織化」とは、児童が話し合いをするとき、他の児童が理解できるように自分の考えを筋道立てたり、整理したりすることである。児童は自分の考えを組織化するとき、他の児童の考えと自分の考えの相違が分かるように配慮することが望ましい。数学的話し合いの組織化に関して、次の 3 つの段階が考えられる。①児童は自分の考えをそのまま示す。②児童は自分の考えを筋道立てたり整理したりする。③児童は他の児童の考えと自分の考えの相違が分かるようにする。

上記をまとめると、表-2 のようになる。

５．２．２　調査方法

研究方法はケーススタディであり、前節と同様に除法の学習が乗法より困難であることから、除法の授業を取り上げる。具体的には、優れた教師が行う小数の除法の授業を 1 単元観察し、そこから児童の話し合いを高める指導の手立てを抽出する方法を取る。その授業において、児童は質の高い話し合いをしていると考えられる。

本研究で用いられるデータは、国立小学校 5 年 1 クラス 40 名(男子 20 名、女子 20 名)である。小数の除法の授業は、1994 年 5 月 19 日～6 月 3 日の間に 12 時間行われた。表-3 は、各時における指導内容である。

表-3　小数の除法における各時の指導内容

	日　時	指導内容
1	5/19	問題提示(1.8m で 360 円のリボンの 1m の値段)
2	5/20	360÷1.8 の計算の仕方(1)
3	5/23	360÷1.8 の計算の仕方(2)
4	5/24(1)	360÷1.8 の演算決定の根拠(1)
5	5/24(2)	360÷1.8 の演算決定の根拠(2)
6	5/26	12÷0.4 の計算の仕方
7	5/27	小数の除法の作問(1)
8	5/30	5.76÷1.8 の計算の仕方
9	5/31(1)	小数の除法の作問(2)
10	5/31(2)	7.38÷1.8 の筆算の仕方
11	6/2	小数の除法で成り立つ計算のきまり
12	6/3	計算練習

５．２．３　分　析

小数の除法に関する授業おける話し合いの分析は、計算の仕方に関する話し合いの分析に焦点を当てる。1 時間目教師は、「1.8m で 360 円のリボン、1m では何円か」という課題を

示し、児童は各自結果を求めた。2、3 時間目の「計算の仕方」において、児童は既習内容を活用して結果を発表した。結果を求めるだけであれば、児童は必ずしも「360÷1.8」と演算決定しなくとも結果を求めることができる。例えば、0.1m 分の値段は 360÷18=36 で 20 円である。1m 分の値段は 20×10=200 で 200 円となる。4・5 時間目の「演算決定」において「360÷1.8」と演算決定した式が取り上げられた。次の 4 つのエピソードは、児童の話し合いの分析を高める指導を説明するときに必要な具体例となる。

（1）エピソード1

このエピソードは、5 月 20 日(2 時間目)である。前時に教師は、「1.8m で 360 円のリボン、1m では何円か」という課題を示した。児童は様々な計算の仕方を示した。本時で、児童は下図 4～6 の 3 つの計算の仕方に焦点を当てた話し合いをしている。

1.8×10=18m
360×10=3600 円
3600÷18

図-4 児童 M.M の計算の仕方

1.8×5=9
360×5=1800
1800÷9=200
9÷9=1　　200 円

図-5 児童 T.Y の計算の仕方

360÷18×10=200　200 円

図-6 児童 M.Y の計算の仕方

---

1 教師　　：児童 M.M のは、ここ 10 じゃなくて 5 だろ。これどう考えたらいい。10 でもいいんじゃないか。児童 T.Y の場合は 5 でやって。

2 児童 T.I：同じ数。

3 教師　　：同じ数ならいいだろう。どことどこが同じだ。

4 児童 S.Y：まだ下のが、よく分からないんだけど、ここの 10 っていうのは両方に 10 倍して、それで 3600÷18、18 にしたときにまた 10 かけたから、なんとなく。

5 教師　　：ここが 200 となるんだけど、この 200 はまだ駄目じゃないかと。10 かけておいたから、10 で割らなくちゃいけないじゃないかと。かけたんだから元へ戻さなきゃいけないんじゃないかと。

6 児童 Y.I：だから両方 10 倍してあるんだから大丈夫だと。片方だけだと割らなきゃいけないかもしれないけど、両方とも同じ量だけ増やしているから、片方だけ増やしているわけでないから。

7 教師　　：両方ならいいのか。今言ったことはすごいことあるんだよ。片方だけでもできるんじゃないかっていってるんだよね、そうだろ。でも両方だからやらなくていいだろ、元へ戻さなくていいだろ。でも、片方だけでもやってなんか 10 倍してもいいじゃないかって。

8 児童 N.Y：片方だけだったら、360 円で、18 だとしたら、20 円をそれまた 10 倍すれば。

9 教師　　：先生はこの 5 を考えてもらいたい。それでこれはどうなるんだよ。

10 児童 T.K：できるだけ小さくしたからだと思う。例えばさあ、何でもかんでもできるん

だけど、一番少ないので、1.8 が整数になるのは 5 だったから。

教師は、児童 M.M と児童 T.Y の計算の仕方を説明するよう求めた。児童 T.I は、児童 T.Y の計算の仕方に対して、被除数と除数の両方に同じ数をかけていると述べた。児童 S.Y は、児童 M.M の計算の仕方に対して、被除数の 360 と除数の 1.8 の両方に 10 をかけていると述べたが、十分には理解していない。教師は児童 M.M と児童 T.Y の計算の仕方を比較するよう求めた。児童 Y.I は被除数と除数のどちらかにかけるのではうまくいかないが、両方に同じ数をかければよいと述べた。教師は、被除数と除数のどちらかにかけてもできるかどうかと述べた。児童 N.Y は、1.8 を 10 倍して、360÷18 を計算し、結果を 10 倍すればよいと述べた。教師は、児童 T.Y の計算の仕方を説明するよう求めた。児童 T.K は、5 倍したり 10 倍したりするのは小数を整数にするためであると述べた。

（２）エピソード２

このエピソードは、5 月 23 日(3 時間目)である。教師は、図-7 の計算の仕方について「0.9=180 円」のように等号の使い方が適切でなく、「0.9m→180 円」のような表現が適切であると述べた。本時で、児童は児童 J.I の示した計算の仕方に焦点を当てて話し合いを行っている。

0.9=180 円
180÷9=20 円
0.1=20 円
180+20=200 円

図-7　児童 J.I の計算の仕方

---

1 教師　　：矢印にすると気持ちが伝わるか。矢印にしといたらいいんじゃないか。それはそれとして、児童 J.I のこの考えはどういう考えだろうねえ。誰か児童 J.I にかわって説明してくれないか。

2 児童 T.B：まずこの 0.9 っていうのは、あの 1.8m を、あれ 2 個にして、2 個にすると 360 円の半分になるから、180 円になって、そうすると 1.8 をわると 0.9 になるから、180÷9 にするとここは 0.9 だから、0.1 の値段の 20 円がでて、それで 180+20 円っていうのは 180 は 1.8÷2 の 0.9 だから、それに 0.1 たすと 1 になるから 200 円です。

3 教師　　：話しの仕方としてはなかなかいいぞ。もうちょっと上手にできないか。

4 児童 A.E：0.9 に 0.1 たすと 1m だから、0.9m の値段と 0.1m の値段を。

5 教師　　：0.9m の値段が 180 円。0.1m の値段は 20 円。0.9 と 0.1 たしたら 1m の値段。他の説明の仕方あるか。

6 児童 M.K：0.9 は÷2 だから、こっちも÷2 をして、180 にして、0.9 の。1/9 だから÷9 をすると、これは 20 円。この 0.9m と 0.1m をたすと 1m になるから。

[児童 M.K は次を板書]

1.8→360
÷2↓　　　↓÷2
0.9→180
÷9↓　　　↓÷9　÷(2×9)
0.1→20
1m→200

7 教師　　：こう書いたらすごくよく分かるね。
8 児童 R.M：合計で 18 で割ったんじゃない。
9 教師　　：何。
10 児童 R.M：360 で 18。
11 教師　　：ああそうか。360。合計ってなんなんだ。
12 児童 R.M：÷2。
13 教師　　：今児童 R.M が合計っていったのは何か分かるか。合計 18 で割ってるだろ。2 でわって 9 で割るのにどうしてこうなるんだろうねえ。合計 18 になるんだろうねえ。
14 児童 E.K：全体を 2 で割って、分けた 1 つ分を 9 で分けるから、2×9=18。

教師は、児童 J.I の計算の仕方を説明するよう求めた。児童 T.B は、児童 J.I の計算の仕方に対して、具体的場面に基づいて 0.9m 分の値段と 0.1m 分の値段をたしたと述べた。児童 A.E も同じことを述べた。児童 M.K は、被除数と除数の比例関係を対応させた「比例図表」を示した。教師は比例図表を支持した。児童 R.M は、比例図表から、被除数と除数をそれぞれ 18 で割っていると述べた。児童 E.K は、児童 R.M の発言と同じことを述べた。

（3）エピソード 3

このエピソードは、5 月 26 日(6 時間目)である。教師は、「12÷0.4」の結果を求める課題を示した。児童は計算の仕方について話し合っている。

---

1 教師　　：どういうふうにやったか。どういうふうに考えたか。分からないというところを言うことが大事だぞ。
2 児童 H.K：これとこれに単位をつけて両方とも、12 センチと 0.4 センチにして、それで 12 センチっていうのは 1 ミリの 120 倍だから 120 に直して、0.4 センチは 4 ミリのことだから、120÷4 で 30。

12÷0.4
120mm÷4mm=30
0.4=4
120÷4=30

3 教師　　：これ聞いて分からないという人いないだろう。単位をつけて 12 センチメートル。だれかこういう話ししなかったっけ。それをそのまんまここに。単位を付けて考える。すごい説得力ね。児童 H.K と同じこと考

えた人手を挙げて。結構いるんだ。他の考え方聞こうかな。

4 児童 K.S：0.4 って、0.4 ていうのは、小数で、小数はやりにくいから、整数にしてそれで、0.4 も、0.4 は 10 倍したら 4 になるから、120 を、12 を 10 倍して 120 にして。

5 教師　　：なるほど、どういうふうに書いたらいいのかなあ。表現としてはあまりよくないよなあ。どう書いたらいいのかなあ。

6 児童 T.I：[児童 T.I は次を板書]

0.4×10=4

12×10=120

120÷4=30

7 児童 S.Y：[児童 S.Y と児童 T.Y は次を板書]

12÷0.4

120÷4

8 児童 T.Y：　60÷2　（次児童 T.Y 加える）

30÷1

9 教師　　：先生が何も言わないうちに、12÷0.4 がなんてことはない、30÷1 になった。変身した。

10 児童 N.Y：[児童 N.Y は次を板書]

0.4×10=4

12÷4×10=30

11 教師　　：児童 N.Y のあれどういうことなんだよ。

12 児童 M.M：児童 N.Y のは、片方に 10 倍してるんだけど、児童 N.Y のは最初に 0.4×10 やって、最後に 12÷4×10。

13 教師　　：そうか、児童 T.I のやつは両方 10 倍してるけど、児童 N.Y のやつは片方だけ 10 倍している。だから、答えが、片方だけ 10 倍している。

14 児童 T.M：先生、このまえ児童 M.Y とかやったやりかたと似てる。

15 教師　　：そうか、あれと似てるか。4 で割っといて 10 倍しているというのは、0.1 分を求めておいて、10 倍したと似てる。こないだ 360÷1.8 をどうやってやったかというと、360 を 18 で割っといて、10 倍したじゃん。まだあるかねえ。

16 児童 E.K：[児童 E.K は次を板書]

12÷0.4

6÷0.2

1 の中に 0.2 が 5 つあるから、5×6=30

17 教師　　：児童 E.K のやつを育てられないか。

18 児童 A.M：[児童 A.M は次を板書]

12÷0.4

$$\begin{array}{rl} 2.34 & \times 100 \\ \times\ \ 4.2 & \times\ 10 \\ \hline 468 & \\ 936 & \\ \hline 9.828 & \end{array}$$

6÷0.2

3÷0.1

19 教師　：12 を 2 で割って 6、0.2 さらに両方 2 で割って、こっちを 0.1 にしてこっちを 3 にした。

児童 H.K は、具体的場面に基づいて長さの単位をつけて結果を求めた。児童 K.S は、被除数と除数の両方を 10 倍する計算の仕方を示した。教師は児童 K.S の表現が適切ではないと述べた。児童 T.I は通常の数式を示した。児童 S.Y と児童 T.Y は比例図表の表現を示した。児童 N.Y は、除数を 10 倍して計算し、その結果を 10 倍する計算の仕方を示した。児童 M.M は、児童 N.Y の計算の仕方を述べた。児童 T.M は、児童 N.Y の計算の仕方は 360÷1.8 の計算で取り上げられた計算の仕方と同じであると述べた。児童 E.K は、比例図表による計算の仕方を示した。児童 A.M は、児童 E.K の計算の仕方を精緻化した。

（4）エピソード 4

このエピソードは、5 月 31 日(10 時間目)である。教師は、7.38÷1.8 の筆算の仕方を例示した。そのあと児童は、7.38÷1.8 の筆算に焦点をあてて話し合いの分析を行っている。

---

1 児童 T.I：なんでさあ、10 倍したのにそのままでいいの。

2 教師　：かけ算のときには戻さなきゃいけなかったよね。かけ算のときには、2.3×1.2 とやったときに、小数見ないぞってやったよな、整数にしようという。にさんがろく、ににんがし、いちさんがさん、ににんがにとやって、これじゃ駄目だったよな。どうしなきゃいけなかった。

```
  2.3
 ×1.2
 ────
  4 6
 2 3
 ────
 2.7 6
```

3 児童 Y.M：小数点をつける。

4 教師　：10 倍して 10 倍するから、割らなきゃいけなかったんだよな。そうなるとわり算のときにはそのまま、あげちゃっていい、なぜか。

5 児童 Y.I：その 2.35 ってなったら、どうするの。

6 教師　：2.35×4.2 と。こうなったらどうするんだろ。にしがはち、にさんがろく、ににんがし、ししじゅうろく、1 あがって、しさんじゅうに、しにがはち。こうなったときはどうすんの。

7 児童 T.U：100 分の 1 と 10 分の 1 だから、1000 分の 1 で。

8 教師　：これ消すということは、100 倍ということだろ。これ消したということは 10 倍したことだよな。だから全部で 100 倍して 10 倍したから、110 倍じゃなくて 1000 倍するんだよ。だからこれを 1000 でわればいいでしょ。なぜそのとき戻さなくていいんだ。

9 児童 Y.M：かけ算のときは、かけ算のときかければ、1×1 は 1 って言うんでしょ。当然でしょ。それを 1÷1 はそれも 1 でしょ。だけどこれを例えば、4 つとも 10 倍して、

10×10 は 100。10×10 は 100 になるでしょ。で、10÷10 は 1 になるでしょ。だからこれは 1÷1 も 1 だったし、10÷10 も 1 だったからこれはどっちとも同じ数をかければ答えは 1 になるっていう。

10 教師　　：児童 Y.M のお話しがよく分かった人手を挙げてみろ。

11 児童 T.Y：かけ算の場合はええと両方とも 10 倍したら、100 倍したことになるけど、わり算の場合は同じ、そのまま、答えはそのまま同じになるっていう。

児童 T.I は、被除数と除数の両方を 10 倍したのに結果はそのままでよいのかと疑問を述べた。教師は除法と乗法を比較するため、2.3×1.2 の筆算を示した。児童 Y.I は小数点第 2 位の計算はどうなるのかと疑問を述べた。教師は、2.35×4.2 の筆算を示した。児童 T.U は、小数の乗法の場合、被乗数に 100 倍と乗数に 10 倍しているので、結果を 1000 でわると述べた。教師は除法と乗法を比較するように求めた。児童 Y.M は、乗法の場合は 1×1=1、10×10=100 であるが、除法の場合は 1÷1=1、10÷10=1 であると述べた。児童 T.Y も乗法の場合結果は 100 倍であるが、除法の場合はそのままであると述べた。

５．２．４　指導への示唆

小数の除法の授業における話し合いを分析したところ、次の 4 つの指導の手立てが重要な役割を果たしていた。

（１）始めに手続きだけを示し、次にそれを意味づける

児童は黒板に自分で考えた計算の仕方だけを示し、その意味を説明しなかった。計算の仕方の意味は、その計算の仕方を示した児童ではなく、他の児童によって説明された。授業は、始めに計算の仕方だけが示され、次にそれを意味づける展開となっている。このような指導は話し合いの「対象化」や「意味づけ」を高めるものである。

「対象化」に関して、黒板には計算の仕方だけが示され、意味は示されていない。そのため他の児童は計算の仕方を示した児童がどのように考えたかを解釈しなければならない。すなわち児童は、他の児童の考えを対象化しなければならない。例えばエピソード 4 において、この場面は筆算手続きに関するものであるが、教師が 7.38÷1.8 の筆算手続きを示したあと、児童 T.I はこの除法の筆算手続きが乗法の手続きとは異なると述べた(1 児童 T.I)。児童らは、小数の除法の計算手続きと乗法の筆算手続きと関係づけた(9 児童 Y.M や 11 児童 T.Y)。

「意味づけ」に関して、児童が計算の仕方とともにその意味も同時に示せば、その意味が計算の仕方の「本来の意味」となる。他の児童がその計算の仕方に対して別の意味を示しても、その意味は「本来の意味」とは別の意味である。計算の仕方を示した児童の意味は他の児童が示した意味よりも上位の扱いとなる。しかし計算の仕方を示した児童がその意味を示さず、別の児童が意味を示せば、それらの意味は同等である。解決(意味づけ)が 1 つではなく多様になる。このような状況によって、児童は 1 つの計算の仕方に対して多様

な意味を示すことができる。例えばエピソード 2 において、児童 J.I が示した計算の仕方に対して、児童は、具体的場面(2 児童 T.B や 4 児童 A.E)や計算のきまり(「被除数と除数の両方に同じ数をかけても結果は変わらない」、6 児童 M.K)の意味を示している。エピソード 3 においても、教師は課題として「12÷0.4」と数式だけ示し、具体的場面を示さなかった。このことより、児童は、単位をつけるというような具体的場面(2 児童 H.K)や計算のきまり(「被除数と除数に同じ数をかけても結果は変わらない」、4 児童 K.S や 16 児童 E.K)、(「除数を 10 倍しても結果を 10 倍すれば元の結果と変わらない」、10 児童 N.Y)の意味を示している。

（2）複数の考えを同時に提示する

この授業において、児童は 1 時間目に問題解決だけを行っている。2 時間目に複数の児童の考えが同時に黒板に示された。児童は、考えを 1 つずつ順番に検討していくのではなく、複数の考えを同時に見ながら、それぞれの考えを検討する。このような指導は、数学的話し合いの「対象化」や「組織化」を高めるものである。

「対象化」に関して、黒板には複数の考えが同時に示されている。児童はそれぞれの考えを関係づけたり比較したりしやすくなっている。児童は、他の児童の考えを対象化しやすくなる。例えばエピソード 1 において、児童は、他の児童が示したそれぞれの計算の仕方に関する相違について述べている。黒板には 3 つの計算の仕方、すなわち「被除数と除数の両方に 5 倍する仕方(児童 T.Y)」「被除数と除数の両方に 10 倍する仕方(児童 M.M)」除数を 10 倍し結果を 10 倍する仕方(児童 M.Y)」が示されている。児童 N.Y は、「両方に 10 倍する仕方」に関連する計算の仕方として、「除数を 10 倍し結果を 10 倍する仕方」を述べている(8 児童 N.Y)。児童 T.K は、「両方に 5 倍する仕方」と「両方に 10 倍する仕方」に対して、被除数と除数の両方に何倍かして 1.8 を整数にしている仕方であると共通点を述べている(10 児童 T.K)。

「組織化」に関して、児童は、複数の考えを比較するためには表現を統一する必要がある。例えばエピソード 3 において、12÷0.4 の計算の仕方について、児童は、前時までに学習した比例図表の表現に書き換えて、いくつかの計算の仕方に関する相違を明らかにしやすくしている(7 児童 T.I や 18 児童 A.M)。

（3）気づいたことや疑問に思ったことを自由に発言させる

この授業において、児童は単に問題の解決だけでなく、気づいたことや疑問に思ったことなど様々なことを自由に発言させる雰囲気ができている。このことは、1 つの教室文化が形成されているとも言える。例えばこの授業では次のことがしばしばみられた。①考えを示した児童に代わって他の児童が納得する説明をする。②考えを示した児童はどのように考えたかを話す。③自分はどのような点に疑問を持ったり分からなかったりしたかを話す。④他の児童はどのような点で分からないと思うかを話す。⑤他の児童の説明を聞いて気づいたことを話す。このような指導は、話し合いの「問題解決」や「読み」を高めるものである。

「問題解決」に関して、児童は様々なことを発言させるということは、「問い」を示したり、問題を発展させたりしやすい。例えばエピソード 4 において、児童 T.I は、乗法で学習したことに基づいて、被除数と除数の両方を 10 倍したのに結果はそのままでよいのかと疑問を述べた(1 児童 T.I)。小数点第 1 位の計算が取り上げられたあと、児童 Y.I は小数点第 2 位の計算はどうなるのかと疑問を述べた(5 児童 Y.I)。この発言は、小数点第 1 位の計算の仕方が小数点第 2 位の場合にも適用できるかを尋ねたもので、計算の仕方の一般性を問題にしたものである。

「読み」に関して、児童は様々なことを発言させるということは、別の視点からの発言が生じやすい。児童は、計算の仕方を理解する以外にも、新しい事柄を導く可能性がある。例えばエピソード 2 において、児童 R.M は、比例図表から、被除数と除数をそれぞれ 18 で割っていると述べた(8 児童 R.M)。これは、比例図表から別の事柄を示したものである。

（４）他の児童の考えを言い換える

この授業において、児童は他の児童の考えを頻繁に言い換える。ただし児童は、他の児童の発言とまったく同じことを繰り返すこともあるが、内容を整理したりより洗練された表現になるように配慮して言い換える。言い換えによって児童の数学的概念が明確になる。このような指導は、話し合いの「表現手段」や「組織化」を高めるものである。

「表現手段」に関して、児童は他の児童の考えを言い換えることによって、その表現はより洗練されていく。例えばエピソード 2 において、教師は、児童に対して、「誰か児童 J.I にかわって説明してくれないか。」(1 教師)や「話しの仕方としてはなかなかいいぞ。もうちょっと上手にできないか。」(3 教師)と言い換えを促した。これに対して、児童 M.K は、通常の数式表現とは異なる比例図表を示している(6 児童 M.K)。この比例図表は、被除数と除数を同時に変化させたときの関係が理解しやすい表現である。

「組織化」に関して、児童は他の児童の考えを言い換えることによって、内容はより整理されていく。例えばエピソード 2 において、児童は、前に発言した児童に比べて「0.9 に 0.1 たすと 1m だから、0.9m の値段と 0.1m の値段を。」というように長さと値段の数量関係を整理して言い換えている。

第 5 章の引用文献

安部知恵子(1984).小数の計算の意味理解をはかる：5 年.教育科学　算数教育,322(9 月号),41-58.

Cobb,P., Wood,T., and Yackel,E.(1993). Discourse, Mathematical Thinking, and Classroom practice. In E.A.Forman, N.Minick, and C.A.Stone(Eds.), Context for Learning: Sociocultual dynamics in children’s development(pp.91-119). Oxford, England: Oxford University Press.

榎薗高士ら(1983).関数の考えを用いた乗法の指導(5 年　小数のかけ算)：数直線を使った指導を通して.日本数学教育学会誌,65(6),124-128.

Greer,B.(1989). Conceptual obstacles to the development of the concepts of multiplication and division. In H.Mandl, E. de Corte, S.N.Bennett, and H.F.Friedrich(Eds.), Learning and instruction: European research in an international context(vol.2.2,pp.461-476). Oxford: Pergamon.
樋口幸子(1982).小数の乗法・除法が用いられる場面を把握させる指導の試み.日本数学教育学会誌,64(4),8-12.
彦坂栄克・村田克也(1987).分数乗法の意味の指導について：小数乗法と関連づけて.日本数学教育会学誌,69(8),194-198.
河合弘隆・平野年光(1981).児童の思考特性を踏まえた小数乗法の意味指導.日本数学教育会学誌,63(6),112-116.
小山　修(1988).かけ算の式と線分図を使った割合の指導.教育科学　算数教育,377(7 月号),42-47.
黒田春海(1972).小数のかけ算の指導.新しい算数研究,13(4 月号),49-51.
長沢桂子ら(1987).演算決定の能力を伸ばす指導の工夫：小数,分数の乗除において.日本数学教育学会誌,69(6),17-21.
長須一紘ら(1979).計算方法を自ら考える力を育てる指導：小数の乗法の意味を中心として.日本数学教育会学誌,61(10),188-190.
小川尚志(1974).小数乗の意味.新しい算数研究,38(5 月号),52-54.
Rathouz,M.(2010). Ambiguity in units and their referents: Two cases in rational number operations. For the Learning of Mathematics,30(1),43-51.
白井一之ら(1997).乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導.日本数学教育学会学誌,79(6),51-56.
田中一男(1985).小数のかけ算の意味指導の工夫.教育科学　算数教育,327(1 月号),56-62.
武田政幸・辻本元男(1987).子供の主体的解決力の育成を目指す乗法(×純小数)の指導.日本数学教育学会誌,69(8),199-203.
上原哲男(1991).乗法の意味を拡張するよさを求めて.教育科学　算数教育,423(9 月号),37-41.
上野和彦ら(1983).効果的な算数指導を支える導入素材の研究(その 4)：5 年・小数の乗法の意味の指導において.日本数学教育会学誌,65(4),55-59.

第６章　研究の結論と今後の課題

６．１　研究の結論

（１）研究の結論

本研究は、小数の乗法・除法に関する学習・指導を改善することを目的に「演算決定」と「意味」に焦点を当てて、3 つの課題を明らかにした。

研究課題（１）：小数の乗法の文章題からの演算決定に焦点を当てて、どのような要因が影響しているのかを明らかにする。

児童が小数の乗法の文章題から演算決定できるためには、小数や乗法に関する知識・技能を理解するだけでなく、問題解決ストラテジー・計算技能・比例的推論・メタ認知など様々な要因が挙げられるが、乗法と密接に関わる要因である「比例的推論(整数値であるもの)」と一般的な問題解決能力に関わる要因である「メタ認知」に焦点を当てて質問紙調査を行った。その結果、4 年においてメタ認知と比例的推論の相関は概ね同じであった。一方 5・6 年において比例的推論の相関はメタ認知のものよりも高かった。

本研究では小数の乗法の演算決定に関して、先行研究では、文章題中の数値や具体的場面などが影響することは知られていたが、それ以外の要因と程度について具体的に指摘した。すなわち、小数の乗法の文章題からの演算決定に関わる一般的要因である「メタ認知」と「比例的推論」の寄与の違いを指摘したことである。またミスコンセプションやインプリシットモデルが、小数の乗法の文章題からの演算決定とともに問題中の数値が整数である比例的推論の解決方法にも見られることを指摘した。これは、整数値を扱った比例的推論の発達が小数の乗法文章題からの演算決定にも影響を及ぼすことを示す。

研究課題（２）：小数の乗法の文章題からの演算決定と演算の意味に焦点を当てて、児童の実態を明らかにする。

小数の乗法の文章題解決の特徴として、演算決定しなくとも整数の乗法の既習内容を使って「求答」できることに着目し、質問紙調査を行い、次の 5 つの水準を明らかにした。

第 0 水準：小数の乗法を学習するために必要な既習事項を理解していない。
第Ⅰ水準：小数の乗法の文章題から演算決定できず、かつ求答ができない。
第Ⅱ水準：小数の乗法の文章題から演算決定はできないが、求答はできる。
第Ⅲ水準：小数の乗法の文章題から演算決定でき、かつ求答ができる。
第Ⅳ水準：割合の考えによる演算の意味に基づいて小数の乗法の文章題から演算決定でき、かつ求答ができる。

さらに、小数の乗法の「演算決定」と「意味理解」の関係についてより詳細に質問紙調査を行ったところ、小数の乗法の文章題において正しく演算決定できる児童であっても、累加の考えによる意味が不都合であることを認めていないことがある。そのような児童は、

小数の乗法を累加の意味に合うように解釈し直したりして､｢累加の考えによる意味｣と｢割合の考えによる意味」が並存しているなど意味の理解の様相は多様である。

研究課題（３）：小数の除法に関する授業を事例研究として、文章題からの演算決定と演算の意味に関して、実際の話し合いに基づいて効果的な指導の手立てを明らかにする。

小数の乗法・除法に関する授業で行われる話し合いにおいて、児童がその数学的内容を理解していることと表現できることの両方とも必要であり、数学的内容とその表現を区別することの重要性を指摘した。すなわち小数の乗法・除法の指導において、数学的内容として｢割合の考えによる意味｣の理解があげられるが、これは児童にとって理解が難しい。さらに数学的表現として｢数直線図｣があげられるが、これも児童にとって理解が難しい。そのため実際の授業において話し合いがうまく進展していないとき、その進展していない原因が、数学的内容であるのか数学的表現にあるのか見極めて対応する必要がある。

さらに別の小数の除法に関する授業観察を行い、話し合いを効果的にする 4 つの指導の手立てを抽出した。すなわち①始めに手続きだけを示し、次にそれを意味づける、②複数の考えを同時に提示する、③気づいたことや疑問に思ったことを自由に発言させる、④他の児童の考えを言い換えるである。

（２）研究の独自性

小数の乗法・除法の文章題から演算決定ができるようになるためには、演算の意味理解が不可欠であるとされ、意味の理解に重点が当てられていた。例えば、片桐重男(1975)は次のように述べている。

「演算決定の力を伸ばすには、それぞれの演算が用いられる種々の場を理解させることが必要である。これをただあの時にもこの場合にも用いられるといったように、個々の種々の場を知らせるだけでなく、それらに対して同じ演算が用いられる根拠を明らかにし、これらを統合して各演算の一般的意味をつかませなくてはならない。」（片桐重男,1975,pp.75-76)

文部省の指導資料である『数と計算の指導』でも同様のことが述べられている。

「小数の乗法、除法の指導では、問題に直面したとき、乗法、除法の演算決定の判断ができなければならない。この判断ができて初めて、形式的な計算技能を生かすことができる。したがって、まず乗法、除法の意味が正しく理解されていることが必要である。｣(文部省,1986,p.287)

しかし小数の乗法・除法の特徴は、×(小数)や÷(小数)という演算決定をしなくとも、整数の乗法・除法の内容を使って、結果だけは求められることにある。本研究では、演算

の意味の理解を理解する前に、求答(整数の乗法・除法の知識を使ってその結果を求めること)の重要性に着目し、既習内容を活用した活動(数直線図、言葉の式など)を足がかりに、そこに×(小数)や÷(小数)と書く乗法・除法の演算があることを認識させ、漸進的に小数の乗法・除法の意味理解を図っていくことを指摘したことである。

さらに児童の小数の乗法・除法の意味理解の様相は多様であることを指摘したことである。例えば、小数の乗法の演算決定が正しくできる児童の中には、「累加の考えによる意味」と「割合の考えによる意味」が並存していた。演算の意味は、様々な具体的場面を統合して一般化されるものであるので、様々な文章題を取り扱ったり、また計算の仕方や計算のきまりでも演算の意味と関係付けたりすることが意味理解においても役立ち、単元を通して漸進的に図っていくことの重要性を指摘した。

６．２　今後の課題

本研究で明らかにされた小数の乗法・除法に関する児童の学習の実態について、より信頼性や妥当性を高めていくことが必要である。小数の乗法・除法に関する指導の手立てについては、児童の学習状態によってその手立ては多様であり、さらに事例を重ねながら、多面的に望ましい指導の手立てを明らかにする必要がある。

学力調査で課題とされている「乗数と積の大きさの関係」「除数と商の大きさの関係」についても研究を進める必要がある。

第 6 章の引用文献

片桐重男(1975).小数の乗除の意味の指導について.横浜国立大学教育研究紀要,15,74-93.
文部省(1986).小学校算数指導資料　数と計算の指導.大日本図書.

本論文に関わる主な研究

岸本忠之(1996).小数の乗法の学習モデル.筑波大学教育学研究科研究集録,20,69-78.

岸本忠之(1997).小数の除法の授業における相互作用に関する考察.筑波大学教育学系論集,22(1),51-62.

岸本忠之(1999a).小数の乗法の意味理解に関する研究：児童の意味理解に関する実態調査の分析.筑波大学教育学系論集,23(2),73-84.

岸本忠之(1999b).小数の乗法の学習水準に関する研究.科学教育研究,23(2),121-129.

Kishimoto,T.(2000a). Solving multiplicative word problems with decimal fractions: The effects of proportional reasoning and metacognition. In T. Nakahara and M. Koyama (Ed.), Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(vol.3,pp.143-150).

岸本忠之(2000b).小数の乗法における学習状態の移行.富山大学教育学部附属教育実践総合センター紀要,1,1-8.

岸本忠之(2001a).小数・分数の乗法の教材を検討するための論点：『尋常小学算術書(黒表紙教科書)』を手がかりに.富山大学教育学部紀要,55,25-32.

岸本忠之(2001b).小数の乗法を学習する意義.富山数学教育学研究,1,1-6.

Kishimoto,T.(2001c). Assessment framework for mathematical problem posing. Journal of Science Education in Japan,25(3),180-190.

岸本忠之(2002a).小数の乗法に関する指導実践の概観.富山数学教育学研究,2,17-24.

岸本忠之(2002b).小数の除法における児童の概念変容をうながすコンテクストの形成に関する予備的研究.富山大学教育学部紀要,56,53-60.

岸本忠之(2005).小数の除法における児童の数学的コミュニケーションを高める指導.日本数学教育学会誌,87(2),2-10.

岸本忠之(2009).算数科の授業づくりの視点と方法：小数のかけ算における表現力の育成.富山大学教科教育学研究会(編).小学校教科教育論:授業づくりの視点と方法.富山大学出版会.60-84.

Kishimoto,T.(2015). Solving multiplicative word problems with decimal fractions: Focus on relationships of proportional reasoning. In K.Beswick, T.Muir and J.Wells (Ed.), Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(vol.3,pp.169-176).

Kishimoto,T.(2018a). Solving word problems of division with decimal: Focus on relationship of proportional reasoning. Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education(Vol.2,pp.8-17).

岸本忠之(2018b).算数科教科書における小数の乗法の歴史的変遷:『黒表紙教科書』から『算数』までを分析対象として.富山大学人間発達科学部紀要,13(1),15-25.

引用文献

安部知恵子(1984).小数の計算の意味理解をはかる：5 年.教育科学　算数教育,322(9 月号),41-58.

浅田真一(2006).乗法の意味に関する児童の理解の実態調査：小数の乗法における意味の拡張を中心に.日本数学教育学会誌,88(12),2-10.

Bell,A.W., Fischbein,E., and Greer,B.(1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size, problem structure and context. Educational Studies in Mathematics,15,129-147.

Bell,A.,Greer,B.,Grimison,L., and Mangan,C.(1989). Children's performance on multiplicative word problems: Elements of a descriptive theory, Journal for Research in Mathematics Education,20(5),434-449.

Bell, A., Swan, M., and Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problem with decimal numbers. Educational Studies in Mathematics,12,399-420.

Cobb,P.,Boufi,A.,McClain,K., and Whitenack,J.(1997). Reflective discourse and collective reflection. Journal Research in Mathematics Education,28(3),258-277.

Cobb,P., Wood,T., and Yackel,E.(1993). Discourse, Mathematical Thinking, and Classroom practice. In E.A.Forman, N.Minick, and C.A.Stone(Eds.), Context for Learning: Sociocultual dynamics in children' s development(pp.91-119). Oxford, England: Oxford University Press.

De Corte,E.,Verschaffel,L., and Van Coillie,V.(1988). Influence of number size, problem structure, and response mode on children's solutions of multiplicative word problems, Journal of Mathematical Behavior,7,197-216.

Dole,S.(2008). Ratio tables to promote proportional reasoning in the primary classroom. Australian Primary Mathematics Classroom,13,18-22.

榎薗高士ら(1983).関数の考えを用いた乗法の指導(5 年　小数のかけ算)：数直線を使った指導を通して.日本数学教育学会誌,65(6),124-128.

Fischbein,E.,Deri,M., Nello,M.S., and Marino, M.S.(1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. Journal for Research in Mathematics Education, 16(1),3-17.

Flavell,J.H.(1976). Metacognition aspects of problem solving. In L.Resnick(Ed.), The Nature of Intelligence(pp.231-236). Hillsdale,NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Fortunato,I., Hecht,D., Tittle,C.K., and Alvarez,L.(1991). Metacognition and problem solving. Arithmetic Teacher,39(4),38-40.

Graeber,A.O. and Tirosh,D.(1988). Multiplication and division involving decimals: Preservice elementary teachers' performance and beliefs. Journal of Mathematical

Behavior,7, 263-280.
Graeber,A.O., Tirosh,D., and Glover,R.(1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. Journal for Research in Mathematics Education, 20,95-102.
Greer,B.(1987). Nonconservation of multiplication and division involving decimals. Journal for Research in Mathemaitcs Education,18,37-45.
Greer,B.(1989). Conceptual obstacles to the development of the concepts of multiplication and division. In H.Mandl, E. de Corte, S.N.Bennett, and H.F.Friedrich(Eds.), Learning and instruction: European research in an international context(vol.2.2,pp.461-476). Oxford: Pergamon.
樋口幸子(1982).小数の乗法・除法が用いられる場面を把握させる指導の試み.日本数学教育学会誌,64(4),8-12.
彦坂栄克・村田克也(1987).分数乗法の意味の指導について:小数乗法と関連づけて.日本数学教育会学誌,69(8),194-198.
廣瀬隆司ら(2011).「小数×小数、小数÷小数」の立式における問題場面の状況が及ぼす影響に関する研究:第 5 学年を対象として.日本科学教育学会研究会研究報告,26(1),17-22.
平林一栄ら(1980).数学的概念の認識過程についての基礎研究(2):比例のイメージに基づく小数乗の意味理解の指導.広島大学教育学部附属共同研究体制研究紀要,8,27-33.
Inhelder,B., and Piaget,J.(1958). The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence. A.Parsons, and S.Milgram(Trans.). New York: Basic Books.
Karplus,R.,Pulos,S., and Stage,E.(1983). Proportional reasoning of early adolescents', in R.Lesh and M.Landau(eds.). Acquisition of Mathematical Concepts and Processes(pp.45-90). Academic Press.
河合弘隆・平野年光(1981).児童の思考特性を踏まえた小数乗法の意味指導.日本数学教育会学誌,63(6),112-116.
川又由香(2008).演算決定における数直線図の活用について.数学教育研究.新潟大学教育学部数学教室,43(2),17-22.
片桐重男(1975).小数の乗除の意味の指導について.横浜国立大学教育研究紀要,15,74-93.
片桐重男(1995).数学的な考え方を育てる「乗法・除法」の指導.明治図書.
Lamon,S.J.(1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. Journal for Research in Mathematics Education,24(1),41-61.
Luke,C.(1988). The repeated addition model of multiplication and children's performance on mathematical word problems. Journal of Mathematical Behavior,7,217-226.
国立教育政策研究所(2003).平成 13 年度小中学校教育課程実施状況調査

.(www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h13/top.htm)
国立教育政策研究所(2005).平成 15 年度小中学校教育課程実施状況調査.(www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h15/index.htm)
国立教育政策研究所(2007).特定の課題に関する調査(算数・数学)調査結果(小学校・中学校).(www.nier.go.jp/kaihatsu/tokutei/index.htm)
国立教育政策研究所(2012).全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ：児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて(小学校編).教育出版.
小山　修(1988).かけ算の式と線分図を使った割合の指導.教育科学　算数教育,377(7 月号),42-47.
黒田春海(1972).小数のかけ算の指導.新しい算数研究,13(4 月号),49-51.
Mangan,C.(1989). Multiplication and division as models of situation: What research has to say to the teacher. In B.Greer, and G.Mulhern(Eds.), New Direction in Mathematics Education(pp.107-127). London: Routledge.
文部省(1986).小学校算数指導資料　数と計算の指導.大日本図書.
長沢桂子ら(1987).演算決定の能力を伸ばす指導の工夫：小数,分数の乗除において.日本数学教育学会誌,69(6),17-21.
長須一紘ら(1979).計算方法を自ら考える力を育てる指導：小数の乗法の意味を中心として.日本数学教育会学誌,61(10),188-190.
中島健三(1968).乗法の意味の指導について.日本数学教育会誌,50(2),2-6.
中島健三(1979).小数のかけ算(導入)(5 年).新しい算数研究,7 月号,33-42.
中島健三(1980).算数・数学教育と数学的な考え方：その進展のための考察＜第 2 版＞.金子書房.
Noelting,G.(1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part I Differentiation of stages. Educational Studies of Mathematics,11,217-253.
Okamoto,M. and Kitao,N.(1992). The role of metacognitive knowledge and aptitude in arithmetic problem solving. Psychologia,35,164-172.
小川尚志(1974).小数乗の意味.新しい算数研究,38(5 月号),52-54.
小原　豊(2007).小学校児童による有理数の乗法における乗数効果の分析.鳴門教育大学研究紀要,22,206-215.
Rathouz,M.(2010). Ambiguity in units and their referents: Two cases in rational number operations.For the Learning of Mathematics,30(1),43-51.
坂本美紀(2003).小数を扱う算数文章題の解決に関連する要因と知識.愛知教育大学研究報告(教育科学編),47,101-108.
柴田録治(1995).計算の指導の概観.柴田録治(編).小学校算数実践指導全集 3　確かな計算力を育てる計算の指導.日本教育図書センター,32-44.

白井一之ら(1997).乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導.日本数学教育学会学誌,79(6),51-56.

Swanson,H.L.(1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. Journal of Educational Psychology,82,306-314.

田中一男(1985).小数のかけ算の意味指導の工夫.教育科学　算数教育,327(1 月号),56-62.

武田政幸・辻本元男(1987).子供の主体的解決力の育成を目指す乗法(×純小数)の指導.日本数学教育学会誌,69(8),199-203.

田窪　豊(1989).「見通し」をきたえよう：「小数のかけ算」.教育科学　算数教育,387(3月号),49-53.

Tirosh,C., and Graeber, A.O.(1989). Preservice elementary teacher's explicit beliefs about multiplication and division. Educational Studies in Mathematics,20,79-96.

Tourniaire,F.(1986). Proportions in elementary school. Educational Studies in Mathematics,17,401-412.

上原哲男(1991).乗法の意味を拡張するよさを求めて.教育科学　算数教育,423(9 月号),37-41.

上野和彦ら(1983).効果的な算数指導を支える導入素材の研究(その 4)：5 年・小数の乗法の意味の指導において.日本数学教育会学誌,65(4),55-59.

Vergnaud,G.(1983). Multiplicative structures. In R.Lesh and M.Landau(Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and processes(pp.127-174). New York:Academic Press.

矢部敏昭ら(1999).小数の除法の意味の拡張を図る学習に関する一考察:第 5 学年における数直線の活用.鳥取大学教育学部教育実践研究指導センター研究年報,9,13-20.

Yackel,E., and Cobb,P.(1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. Journal for Research in Mathematics Education,27,458-477.