平成２１年度

学位論文

中学校数学における代表値に関する研究

主任指導教員　崎谷眞也
指導教員　崎谷眞也

兵庫教育大学大学院　学校教育研究科
教科・領域教育学専攻　自然系コース
M08176C　宮本昌範

目次

はじめに

現在は，情報化社会である。平成 20 年度通信利用動向調査の結果（概要）によると，インターネットの人口普及率は 75.3%であり，13 歳から 40 歳代までの利用率は 90%を超えている。この結果から，多くの人が，インターネットを利用し，情報を手に入れていることが予想される。そして，それらの情報は，統計図表で表現されることも多いと考えられる。例えば，銀行のホームページなどでは，折れ線グラフを用いて為替の変動が表示されており，省庁のホームページでは，様々な調査の結果を表やグラフにまとめて表示している。また，ニュースや新聞でも，情報がグラフや表で表示されることがある。このように，私たちは，統計図表などを介して，様々な情報に接する機会が多くある。このことから，私たちは，統計図表などで表現された情報を的確に読み取ることが要求されるだろう。

しかし，高校 1 年生を対象に行われた，棒グラフを適切に読み取ることに関する，PISA の「盗難事件」の問題の完全正答率は 29.1%であった。このことから，日本の高校生は，グラフを適切に読み取る力が低いのではないかと懸念される。

このような，情報化社会の到来と，生徒の実態を背景に，2008 年 3 月に告示された中学校学習指導要領では，「資料の活用」という領域が新設されている。このことから，統計教育は重要視されていることがわかる。また，領域の名称が「資料の活用」となった理由として，これまでの中学校の統計の学習は資料の整理に重点が置かれ，整理した結果をもとに判断するといった学習が行われていなかったが，今回の改訂では，整理した結果をもとに判断を行うといった学習をするためであると述べられている。これから，統計教育では，これまでの指導よりも充実した指導が求められている。

しかし，平成元年や平成十年に告示された中学校学習指導要領では，統計に関する教育が行われていない。従って，平成元年以降に採用された教員は統計の指導を経験していない。また，それの指導経験を持つ多くの教員が定年退職をしていることが考えられ，多くの中学校教員が統計の指導を経験していないと予想される。筆者は中学校教員を目指していることから，この統計という分野に興味を持ち研究を始めた。そして，統計教材の代表値に注目し，研究を行った。

2009 年 12 月 21 日

宮本 昌範

第１章

統計教育が求められる背景と本研究の目的

本章では，情報化社会の到来に触れながら，統計教育が求められる背景を述べる。そして，統計教育の目的について触れ，算数・数学科における統計教育の目的について述べる。最後に，本研究の目的と本論文の構成について述べる。

本章の構成は以下の通りである。

第１節　統計教育が求められる背景

本節では，まず，携帯電話やパソコンの利用率などに触れながら情報化社会の到来について述べる。その後，統計教材について説明し，学校教育の算数・数学科において求められる統計教育の目的について述べる。

１．情報化社会の到来

現在，情報化社会が到来している。テレビをつければ，日本にいても，アメリカの大リーグや NBA，NFL の試合や，イングランドのプレミアリーグの試合などを生放送でみることができ，ニュースでも海外の情報が流れている。また，テレビだけでなく，パソコンや携帯電話を通してインターネットを利用することで，いつでも自分の欲している情報を手に入れることができる時代である。また，総務省が出している平成 20 年通信利用動向調査の結果では，平成 20 年末の時点で携帯電話の利用率が 75.4%，パソコンの利用率が 64.1%であった。さらに，同調査の結果では，過去 1 年間にインターネッを利用したことがある人は 9,091 万人であり，人口普及率は 75.3%にも及ぶ。これらのことから，多くの人たちがインターネットを通して情報を得ていることがわかる。

そして，その情報は，表，グラフ，代表値などの算数・数学科での統計教育で学習するものを利用して表現されることがある。例えば，ＯＥＣＤ（経済協力開発機構）は，「相対的貧困率」を，「等価可処分所得の中央値の半分の金額未満の所得しかない人口が全人口に占める比率」と定義しており，中央値というものが使用されている。また，新しい団地の土地分譲の看板では，「平均敷地 62 坪」のように，見出しに平均値が使用されている。現代を生きる我々は，このような表現を適切に読み取ることが必要となってくるだろう。

２．統計教育の目的

このような情報化社会の到来を背景に，新中学校学習指導要領において「資料の活用」という領域が新設された。柗元（2008）は，新中学校学習指導要領に「資料の活用」が新設され，統計教育が強調される背景の１つとして以下のように述べている。

> 「10年前や20年前と比較して，インターネット，携帯サイトなどに代表されるように情報化社会が到来し，小学生や中学生でも簡単に情報にアクセスできる時代になった。しかも，その情報は玉石混淆である。統計的に加工された資料が大量にあり，鵜呑みにすると生命の危険につながる場合もある。今求められているのは，加工された資料の価値を見抜く目である。」（p.46）

この記述からも，情報化社会の到来，そして，統計教育の必要性を読み取ることができる。

そもそも，統計学とはどのようなものであろうか。川口ら（1970）は，次のように述べている。

> 「統計学には歴史的な事情もあって２つの流派がみられ，社会現象を対象として，その観察と解釈に重きを置く社会統計学と，統計方法の中で主として分析手法を取り扱う数理統計学とがある。後者は，さらに，平均・標準偏差などの算出方法を紹介する記述統計学と，確率論を基礎とした推定や検定などの方法を研究している推測統計学とに，ふつう分けられている。」（p.3）

また，中野（1966）は教育課程における統計教育の目的について次のように述べている。

> 「算数・数学科は，統計的な見方・考え方・処理のしかたの基本，つまり，統計のための「道具」を与えることを目的とする。この道具を用いて，生活の場に起きる社会現象や自然現象のいろいろな問題の解明にあたるのが社会科と理科における統計教育の役目である。」（p.3）

これら２つの記述から，学校教育における社会科と理科が社会統計学に関連す

るものであり，算数・数学科が数理統計学に関連するものであると推測できる。つまり，算数・数学科における統計教育では，平均・標準偏差や推定・検定といったものを学習し，それらを用いて資料を適切に処理し，処理された結果から資料の傾向を読み取ることができるようになることが求められていると考えられる。

第２節　本研究の目的と本論文の構成

本節では，前節で述べた情報化社会の到来を背景に，統計教育が重要視されていることを述べる。また，代表値について述べた後，日本人の代表値に関する実態について述べる。これらを踏まえて，本研究の目的と，本論文の構成について述べる。

１．本研究の目的

第１節で述べたように，現在，インターネットの普及などにより情報化社会が到来している。こうした社会の状況から，我々は，表やグラフといった資料を目にする機会が増え，それらを適切に読み取る必要に迫られることが多々あるだろう。こういったことを背景に，統計教育は注目されている。また，平成 20 年に告示された中学校学習指導要領においても，「資料の活用」という確率・統計を主とする領域が新設され，統計教育が重要視されていることがわかる。

この統計教育で扱う教材のうち，平均値，中央値，そして，最頻値といった代表値は，資料を１つの数字で簡潔に表すことができる反面、分布などの情報をみえなくしてしまう。そのため，それぞれの代表値の特徴を理解しいていなければ誤った判断をすることに繋がると考えられる。また，詳細は第 2 章で述べるが，平均値は統計学において重要な概念であり，その概念を利用して，より高度な統計処理を行うことが専門的な研究などでは必要となり，学問的にも必要性の高いものであると考えられる。

しかし，多くの日本人は，資料を代表させる（まとめる）ということを，単純に平均値を求めることだと考えているようである。例えば，中学生がテスト返しの後，自分の成績を代表的な成績と比べるために，教科指導の先生にテストの平均点を尋ねることや，ニュースにおいて，30 代男性の代表的な年収として平均年収という言葉をアナウンサーが使用することなど，日本の社会において平均値というものが頻繁に使われていると言えるだろう。また，詳細は第３章で述べるが，本研究で大学生を対象とした調査においても，資料を代表させる際に，平均値を求める学生が多くいることがわかった。

そこで，本論文では，中学校数学における統計教育の中の代表値に関して研究を行う事とする。そして，本研究の目的は，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）において述べられている，外れ値があるときや，分布が非対称である

ときは代表値として平均値が適切ではない場面があり，そのようなときには，最頻値や中央値を用いるということを生徒に指導するための教材や指導法について考察することである。

２．本論文の構成

本論文は5つの章からなる。本章では，統計教育が求められる背景や，その目標について述べ，本研究の目的を述べた。

第2章では，戦後から平成20年の間に告示された中学校学習指導要領における統計教材の目標と学習内容の変遷について述べる。第1節では，中学校学習指導要領における統計教材全般の学習目標と内容について述べる。第2節では，中学校学習指導要領における統計教材の代表値に焦点を当て，それの変遷と，学問的意義，教材としての意義について述べる。

第3章では，オーストラリアの生徒と日本の大学生の代表値に関する理解の実態について述べる。第1節では，Watson & Moritz（1999a）が行った，オーストラリアの生徒を対象とした調査について述べる。第2節では，Watson & Moritz（1999a）の調査をもとに考案した調査問題を用いた，日本の大学生を対象とした調査について述べる。

第4章では，第3章で述べた日本の大学生を対象とした調査から理解不足が明らかとなり，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）でも学習するよう求められている，外れ値や分布の形に関する指導を行うための教材を提案する。第1節では，資料の比較を行わせる教材を提案する。第2節では，生徒に認知的葛藤を体験させることができると思われる教材を提案する。

第5章では，本研究のまとめと，今後の課題について述べる。

第２章

中学校学習指導要領における統計教材

本章では，第 1 節で，戦後の中学校学習指導要領における統計教育の学習内容の変遷についてみる。そして，統計教育がどのように扱われてきたかを述べる。その後，平成 20 年告示の中学校学習指導要領における統計教育について述べる。次いで，第 2 節では，戦後の中学校学習指導要領における代表値の学習内容の推移をみていく。その後，中学校新学習指導要領での代表値の扱いや，代表値の教材の意義について述べる。

本章の構成は以下の通りである。

第１節　中学校学習指導要領における統計教育の目標と変遷

1．戦後の中学校学習指導要領における統計教育の変遷

2．中学校新学習指導要領における統計教育

第２節　中学校学習指導要領における代表値の推移

1．戦後の中学校学習指導要領における学習内容としての代表値の推移

2．中学校新学習指導要領における学習内容としての代表値

3．代表値の意義

第１節　中学校学習指導要領における統計教育の目標と変遷

本節では，まず，戦後の中学校学習指導要領における統計教育の学習内容の変遷をみていく。その後，平成 20 年告示の中学校学習指導要領における統計教育の学習内容について述べる。

１．戦後の中学校学習指導要領における統計教育の変遷

戦後に告示された中学校学習指導要領において，統計の学習について記述されているのは，昭和 22 年告示の第 9 学年，昭和 26 年告示の第 7 学年，第 8 学年，第 9 学年，昭和 33 年告示の第 3 学年，昭和 44 年告示の第 1 学年，第 3 学年，昭和 52 年告示の第 2 学年，第 3 学年，平成元年告示の第 2 学年，第 3 学年での学習内容においてである。以下の表 2‐1 はそれぞれの目標，学習内容，用語・記号をまとめたものである。ただし，昭和 22 年，昭和 26 年告示の学習指導要領は試案であり，昭和 33 年以降の学習指導要領とは書式が異なっている。従って，目標，学習内容，用語・記号は，学習指導要領（試案）の中から，それらに対応すると思われる記述を表にまとめている。(※)

表２‐１

戦後の中学校学習指導要領における統計教育の目標，学習内容と用語・記号

	学年	目標	学習内容	用語・記号
昭和22年※	第９学年	数はどんなに発達してきたか，また，どんなに使われているかを明らかにして，数学的処理方法をまとめること。	○具体的な現象，あるいは量の変化を他のひとつの量との関係において理解する。 ○具体的な二つの変数に関連して，対應の観念を理解する。 ○具体的ないくつかの変化する量の間に関係を予測し，これらを表に表したり，グラフにかいたりする。	カ氏温度計 税 銀行割引 割引率 手形 小切手 かわせ 保險 保險金 保險料

			○表やグラフに表された二つの変化する量について，変化の特徴や規則性を見出す。 ○銀行などの金融機関が，社会における事業経営などに対してはたしている役割を調べる。 ○手形，小切手などの意味と社会における役割とを知り，これに関する割引計算などをする。 ○国家の財政について理解し，その個人生活への影響を調べる。 ○保険や社会の安全保障制度などについて理解し，それに関する計算をする。いろいろの経済変動が国家及び個人生活に及ぼす影響を考え，これを指数などによって調べる。	保険利率
昭和26年※	第7学年	数量的な資料を示すのに，表やグラフの形式を用いると，簡潔で，しかも具体的であることを知り，表やグラフを用いて，実際的にしかも簡潔に表現する能力を養う。	○棒グラフ・折れ線グラフ・帯グラフ・正方形グラフ・円グラフを読んだり，作ったりする。 ○グラフに表すのに資料を適当に整理する。 ○いろいろなグラフの特徴を知って，グラフの適切なものを選択する。	円グラフ 正方形グラフ 帯グラフ

	第 8 学年	数量的な資料を示すのに，表やグラフの形式を用いると，簡潔で，しかも具体的であることを知り，表やグラフを用いて，実際的にしかも簡潔に表現する能力を養う。	○円グラフ・柱状グラフを読んだり作ったりする。	柱状グラフ
	第 9 学年	個人的な問題や社会的な問題を処理するのに必要な，信頼できる資料を求めたり，利用したりする能力を養う。	○具体的な現象,あるいは量の変化を,他の一つの量との関係において理解する。 ○具体的二つの変量に関連して対応の観念を理解する。 ○いくつかの変化する具体的な量の間に関係を予測し,これを見出すために,これらを表に表したり,グラフにかいたりする。 ○表やグラフに表された二つの変化する量について,変化の特徴や規則性を見いだす。	
昭和33年	第 3 学年	統計的事象について，度数分布を考えてその傾向をとらえる能力を伸ばす。	資料を整理し，表，グラフ，代表値などを用いて,その資料の傾向を知ることができるようにする。 ア　度数分布の意味とヒストグラムの見方 イ　代表値の意味 ウ　簡単な場合の相関表や相関図の見方	度数 分布 階級 ヒストグラム 代表値 相関図 相関表

昭和44年	第1学年	統計的な事象について，度数分布，代表値などを用いて，その傾向を捉える能力を伸ばす。	目的に応じて資料を収集,整理し，表，グラフ，代表値などを用いて,その資料の傾向を知ることができるようにする。 ア　度数分布の意味とヒストグラムの見方 イ　相対度数の意味 ウ　代表値の意味	度数 分布 階級 ヒストグラム 相対度数 代表値 累積度数
	第3学年	統計的な事象について，その全体としての傾向をとらえる方法についての理解を深め，統計に対する見方や考え方を深める。	（1）簡単な場合の統計的資料について,散布度や相関の見方を理解させる。 ア　標準偏差の意味。 イ　相関表および相関図の見方。 （2）標本調査の考えの基本になる事がらを理解させる。 ア　簡単な場合に,標本における比率などから,母集団における比率などが推定できること。	標準偏差 相関表 相関図 標本 母集団 標本調査
昭和52年	第2学年	統計的な事象について，度数分布，平均値などを用いてその傾向をとらえる能力を伸ばす。	目的に応じて資料を収集し,それを表,グラフなどを用いて整理し，代表値，資料の散らばりなどに着目してその資料の傾向を知ることができるようにする。 ア　度数分布の意味とヒストグラムの見方 イ　相対度数や累積度数の意味 ウ　平均値や範囲の意味	度数 階級

	第 3 学年	確率の意味や標本調査の考えの基本になる事柄を理解させるとともに，統計に対する見方や考え方を深める。	標本のもつ傾向から母集団のもつ傾向について判断できることを理解させる。 ア　母集団と標本 イ　標本における平均値や比率	
平成元年	第 2 学年	目的に応じて数を的確に表現したり，統計的な事象の傾向をとらえることができるようにする。	目的に応じて資料を収集し，それを表，グラフなどを用いて整理し，代表値，資料の散らばりなどに着目してその資料の傾向を知ることができるようにする。 ア　度数分布の意味とヒストグラムの見方 イ　相対度数の意味 ウ　平均値や範囲の意味 エ　相関図と相関表の見方	有効数字 近似値 誤差 度数 階級
	第 3 学年	確率の意味や標本調査の基本になる事柄を理解し，統計に対する見方や考え方を深める。	標本のもつ傾向から母集団のもつ傾向について判断できることを理解する。	

昭和 22 年告示の中学校学習指導要領（試案）では，統計教育は，グラフや表の書き方・読み方の指導ではなく，銀行の金利や保険といったものを題材とし，社会現象と統計図表について話し合うといった指導が行われていた。いわゆる，生活単元学習である。昭和 26 年告示の中学校学習指導要領（試案）では，表やグラフの読み書きに重点を置いていたようである。即ち，統計的な見方や考え方を指導するのではなく，それを行うために必要な処理方法の指導になっていたようである。

昭和 33 年告示の中学校学習指導要領では，表やグラフの読み書きの指導のみではなく，それらの代表値を求め資料の傾向を読み取る指導や，簡単な場合の相関図，相関表の見方の指導も行われている。更に，昭和 44 年告示の中学校学習

指導要領では，昭和 33 年の学習指導要領の学習内容に加え，標本調査も学習内容に入っており，標本の比率から母集団の比率を推定することがその内容である。また，統計教育の学習内容は，昭和 33 年の中学校学習指導要領では「数量関係」という領域に含まれていた。それに対して，昭和 44 年告示の中学校学習指導要領では，「確率・統計」という領域が新設された。このように，統計教育は徐々に重要視されていったことがわかる。

昭和 52 年告示の中学校学習指導要領においても，「確率・統計」領域は存在しているが，その学習内容には，前回の指導要領にみられた「代表値の意味」が「平均値と範囲の意味」に変わり，また，「相関図」や「相関表」に関する学習がなくなっているなどの学習内容の削減が行われている。そして，平成元年告示の中学校学習指導要領では，「相関表」と「相関図」の学習は復活しているが，代表値の学習では昭和 52 年の学習指導要領と同様に，中央値，最頻値についての学習は行われていないようである。

そして，現行の平成 10 年告示の中学校学習指導要領では，統計の学習内容は全て高等学校に移行されてしまっており，中学校では統計教育は行われないこととなっている。

このように，昭和 52 年以降，統計教育は徐々に削減されている。また，昭和 44 年から平成元年までの間は，統計的な見方や考え方の指導を目標としていた。しかし，平成 10 年告示の中学校学習指導要領においては，表やグラフの読み書きの指導すらなくなってしまった。また，代表値の指導については昭和 33 年告示の中学校学習指導要領において初めて記述され，平成元年告示の中学校学習指導要領まで学習内容に代表値という用語が記述されている。しかし，代表値として平均値，最頻値そして中央値を学習することとなっているのは昭和 33 年，44 年告示の中学校学習指導要領のみであり，昭和 52 年，平成元年告示の中学校学習指導要領では，代表値として平均値だけを学習することとなっている。

２．中学校新学習指導要領における統計教育

平成 20 年に告示された中学校新学習指導要領の特徴の 1 つは，「資料の活用」という領域が新設され，現行の中学校学習指導要領の 3 領域から 4 領域へと変わったことである。中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）では，資料を「様々な事象から見出される確率や統計に関するデータのことである。」(p.49) と捉え，「資料の活用」指導の意義について次のように記述している。

「急速に発展しつつある情報化社会においては，確定的な答えを導くことが困難な事柄についても，目的に応じて資料を収集して処理し，その傾向を読み取って判断することが求められる。この領域では，そのために必要な基本的な方法を理解し，これを用いて資料の傾向をとらえ説明することを通して，統計的な見方や考え方及び確率的な見方や考え方を培うことが主なねらいである。」(p.49)

また，領域の名称が「資料の活用」という名称となったことについて，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）では，これまでの統計指導が資料の整理を重要視していたことを見直し，整理した結果をもとに判断することに関する指導を重要視するためと述べている。下の表 2 - 2 は，「資料の活用」領域の目標，学習内容，用語・記号をまとめたものである。

表 2 - 2　中学校新学習指導要領における統計教育の目標，学習内容，用語・記号

	学年	目標	学習内容	用語・記号
平成20年	第 1 学年	目的に応じて資料を収集して整理し，その資料の傾向を読み取る能力を培う。	目的に応じて資料を収集し，コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し，代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。 ア　ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること。 イ　ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。	平均値 中央値 最頻値 相対度数 範囲 階級

	第 3 学年	母集団から標本を取り出し，その傾向を調べることで，母集団の傾向を読み取る能力を培う。	コンピュータを用いたりするなどして，母集団から標本を取り出し，標本の傾向を調べることで，母集団の傾向が読み取れることを理解できるようにする。 ア　標本調査の必要性と意味を理解すること。 イ　簡単な場合について標本調査を行い，母集団の傾向をとらえ説明すること。	全数調査

表 2 - 2 の学習内容からわかるように，第 1 学年では，収集した資料をヒストグラムや代表値などを用いて適切に表現することができるようになること。更に，それらから資料の傾向をとらえ，説明することができることが求められている。第 3 学年では，これらの学習をもとに，母集団の一部を標本として抽出する方法や，標本の傾向を調べることで母集団の傾向が読み取れることを理解することが求められている。

また，昭和 26 年から平成元年の間に告示された中学校学習指導要領において，表やグラフの読み書きだけではなく，「資料の傾向を知る」や「資料の傾向を判断する」という表現が学習内容にみられる。しかし，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）において，これまでは資料の整理に重点が置かれていたと述べられている。このことから，資料の傾向を捉える学習はあまり行われていなかったと考えられる。更に，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）において，「この領域においては，ヒストグラムを作ったり確率を求めたりすることだけではなく，それらをもとにして事象を考察したり，その傾向を読み取ったりできるようにすることも大切な指導の目的である。」（p.50）と述べられている。これらのことから，新中学校新学習指導要領では，資料の傾向を捉え，それをもとに判断するという指導を行うために「傾向をとらえ説明すること」という表現が各学年で用いられている。

第２節　中学校学習指導要領における代表値の推移

本節では，中学校指導書・数学編や中学校学習指導要領解説などについて述べながら,戦後の中学校学習指導要領における代表値の学習内容の推移をみていく。そして，代表値の指導の意義について述べる。

１．戦後の中学校学習指導要領における学習内容としての代表値の推移

前節では，中学校学習指導要領における統計教育の学習内容について述べた。本節では，その中の代表値に関連のある箇所について述べる。

学習内容として代表値が記述されているのは，昭和 33 年告示の第 3 学年，昭和 44 年告示の第 1 学年，昭和 52 年告示の第 2 学年，平成元年告示の第 1 学年の内容においてである。

昭和 33 年，昭和 44 年告示の中学校学習指導要領では，「代表値の意味」という記述がある。昭和 33 年告示の中学校学習指導要領の代表値の学習内容を解説している，中学校指導書・数学編（1959）では，「代表値の意味」の指導について以下のように述べている。

「代表値としての平均やモードについては，小学校で，その基礎的な概念を簡単に指導してきている。

代表値には，このほかにメジアンがある。ここでは，平均，モード，メジアンの全部を指導するか一部を指導するかは指導者に任せられているが，代表値は一つの数値で資料の傾向や特徴を表すものであることの意味をわからせることが必要である。」（pp.69 - 70）

また，昭和 44 年告示の中学校学習指導要領における代表値の学習内容を解説している中学校指導書 数学編（1970）は，「ウ　代表値の意味」の指導について以下のように述べている。

「代表値については，小学校第 5 学年で，平均の意味とこれを用いることが指導されている。中学校では，それを発展させて，平均のほかにモードやメジアンを指導する。

平均は，統計的変量の全体をならして考えたときの値であって，資料の全

体の中心傾向を表わす代表値として広く用いられるものである。資料を度数分布表にまとめて，それから平均を求めることも指導するが，資料のちらばりぐあいによっては，平均が代表値としては適切でないことの意味をわからせることがたいせつである。

（中略）

これらの代表値には，それぞれの特徴がありどのような場合に，どのような目的で用いられるかを具体例で示し，正しく用いられるように指導することが必要であるが，資料の傾向をただ一つの数で表わすという代表値の意味をわからせることがたいせつである。」(pp.107-108)

これらの記述から，昭和 33 年告示の中学校学習指導要領では，代表値として必ずしも平均値，中央値，最頻値の全てを学習内容としているわけではないこと，昭和 44 年告示の中学校学習指導要領では，代表値として平均値，中央値，最頻値が必須の学習内容として扱われていることがわかる。

しかし，昭和 52 年，平成元年告示の中学校学習指導要領の代表値の学習内容では，代表値という用語は学習内容に記述されているが，昭和 33 年，昭和 44 年の中学校学習指導要領において「代表値の意味」という記述であった箇所が「平均値と範囲の意味」という記述に変わっている。また，福森（1977）は，昭和 52 年の「平均値と範囲の意味」の指導について以下のように述べている。

「代表値については，従来明示されていなくて，平均，メジアン，モードなどを扱っていたが，平均値と示すことによって，これだけは必ず扱うものとし，メジアン，モードについては必ずしも扱わなくてよいこととなった。資料の特徴を記述するのに、平均もメジアンもモードもあるいはその他の数値も使われているけれども、標本調査では平均がもっとも多く使われており、場合によっては、メジアンや、モードの扱いは軽くなったものと考えられる。」(p.183)

また，正田（1989）は，平成元年の「平均値と範囲の意味」の指導について以下のように述べている。

「資料を収集し，全体の傾向を最も明確に表示するものが平均値である。「統

計学はまさに平均値の学である」といわれるのもこの故といえよう。

平均値のほかにも代表値としては，中央値（メジアン），最頻値（モード）などがあるが，資料の全体の傾向を最もよく表現できる代表値を目的に応じて利用することが大切である。」

これらの記述から，昭和 52 年，平成元年告示の中学校学習指導要領では，代表値として平均値は扱われるが，中央値と最頻値は必ずしも扱うべき内容とはなっていない。正田と大野（1989）は，代表値としては平均値，散らばりとしては範囲を扱うものとすると述べている。また，昭和 52 年，平成元年告示の中学校学習指導要領準拠の教科書の多くは代表値として平均値についてしか記載されていなかった。このことから，昭和 52 年，平成元年告示の中学校学習指導要領では，代表値として中央値，最頻値は扱われていないと思われる。前節でも述べたが，これらのことから，昭和 52 年以降に告示された中学校学習指導要領において，代表値に関する学習内容は徐々に削減されていることがわかる。

2．中学校新学習指導要領における学習内容としての代表値

平成 20 年告示の中学校新学習指導要領では，第 1 学年に学習内容として代表値がある。そこでの代表値の学習目標，学習内容，用語・記号は表 2 - 2 にまとめている。表 2 - 1，表 2 - 2 の代表値に関連する学習内容の記述をみるとわかるが，これまでの中学校学習指導要領においては，「代表値の意味」もしくは「平均値と範囲の意味」という表現であった。しかし，中学校新学習指導要領においては,「ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること」や「ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること」となっている。表 2 - 1 にまとめたように，これまでの中学校学習指導要領でも，代表値を用いる目的，資料の傾向や特徴を適切に表す代表値を使用することの指導が求められていた。しかし，受験問題にそのような問題が出てこないことなどが原因ではないかと考えられるが，実際には，そのような指導はあまり行われておらず，単に，平均値，中央値，最頻値の定義や，それらの求め方の指導が中心となっていたようである。このことから，今回の改訂では，代表値の求め方等の指導だけではなく，それを用いて資料の傾向を捉えたり,読み取ったりする指導を行うことを強調するため,「ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること」という学習内容の記述がある。

また，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）では，代表値の指導について次のように述べている。

> 「平均値は,度数分布表に整理されていない資料でも容易に求められるが，代表値として適切であるとはいえない場合がある。
>
> 例えば，分布が非対称であったり，極端にかけ離れた値があったりすると，平均値はその値に強く影響を受けるので代表値としてふさわしくない場合がある。このようなとき，中央値や最頻値を用いる。また，代表値として用いる目的から，平均値がふさわしくない場合もある。（中略）代表値を用いる場合は，資料の特徴や代表値を用いる目的を明らかにし，どのような代表値を用いるべきか判断する必要がある。」（p.79）

この記述から，代表値の指導では，生徒が平均値では適切でない場面があることを理解し，目的に合わせて適切に代表値を選択できるようになることが求められていると言える。

３．代表値の意義

まず，代表値の学問的意義について述べる。正田（1989）は，「統計学はまさに平均値の学である」と言われる所以として，平均値が資料全体の傾向を最も明確に表すと述べている。

また，岡田（1981）は，平均値が様々な形で現れ，比率，分散，共分散，相関係数なども平均の一種，またはそれに関連する概念であることから，統計学は平均値を中心として展開されると述べている。

これらの記述から，平均値は統計学において，重要な概念であることと考えられる。

次に，教材としての意義について述べる。中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）では，「代表値の必要性と意味」という箇所で次のように述べている。

> 「資料の傾向を読み取る場合，度数分布表やヒストグラム以外に代表値を用いる場合がある。代表値には，分布の特徴をある観点に立って一つの数値で表す点に特徴があり，平均値，中央値（メジアン），最頻値（モード）が用いられることが多い。一つの数値で表すことで，資料の特徴を簡潔に表すことができ，複数の資料を比較することも容易になる。しかしその反面，分布の形などの情報は失われているので代表値の用い方には留意する必要がある。」（p.79）

また，辰巳（1967）によれば，調査から得た資料を度数分布表やヒストグラムで表すことは，分布の状態をまとめて観察する方法であるが，それでは不便な場合もある。そのような場合，全体の様子を表すために，分布の特徴を示す数値として，分布の中心の位置を示す代表値と，分布のちらばりの程度を示す散布度があると述べている。

このように，代表値の学習は，資料をもとに判断したり，決定したりするために必要なものであり，平均値，中央値，最頻値，それぞれの特徴を理解することが求められる。

以上のことから，代表値の指導は，学問的に，そして，教育的に意義のあることだとわかる。

第３章

代表値に関する理解の実態

本章では，オーストラリアの生徒と，日本の大学生の代表値に関する理解の実態について述べる。第１節では，Watson & Moritz（1999a）による，オーストラリアの生徒を対象とした調査について述べる。第 2 節では，本研究で行った大学生を対象とした調査について述べる。

本章の構成は以下の通りである。

第１節　オーストラリアの生徒に対する調査

　　１．調査の目的と概要

　　２．調査結果と考察

第２節　日本の大学生に対する調査

　　１．調査の目的と概要

　　２．調査結果

　　３．調査結果の考察

第１節　オーストラリアの生徒に対する調査

本節では，Watson & Moritz（1999a）による調査について述べる。まず，Watson & Moritz（1999a）による調査の目的と調査の概要を述べる。その後，各調査問題における解答レベルの分類の基準，結果，そして，考察を述べる。

１．調査の目的と概要

（１）調査の目的

Watson & Moritz（1999a）は，オーストラリアの生徒の「アベレージ」の理解の実態を調べるために調査を行った。調査は 1993 年と 1995 年に同じ調査問題を用いて行われており，どちらの調査にも参加した生徒がいる。Watson & Moritz（1999a）では，これらの生徒の長期的な比較も目的としているようであるが，本研究では，それには触れないこととする。

（２）調査対象

調査対象は，1993 年の調査では 3，6，9 学年の生徒，1995 年の調査では 3，5，6，8，9，11 学年の生徒である。生徒の人数は以下の表 3 - 1 の通りである。1993 年の調査では，対象の生徒はタスマニアにある 13 の学校から選ばれた。1995 年の調査では，1993 年の調査と同じ学校から，もしくは，前回の調査に参加した生徒が進学した学校から選ばれた。

表 3 - 1　調査に参加した生徒数

	1993 年			1995 年					
学年	3 年	6 年	9 年	3 年	5 年	6 年	8 年	9 年	11 年
生徒数	322	296	341	304	472	221	332	300	164
2 度の調査に参加した生徒数	249	157	96		249		157		96

（３）調査問題

調査問題は以下の 3 つである。調査問題（1）は全ての生徒が対象であるが，調査問題（2），（3）の対象は 5 学年以上の生徒のみであった。

調査問題（1）

もし，誰かがあなたに，「君は「アベレージ」だ。」と言ったとするとそれはどういう意味ですか？

調査問題（2）

ある町の各家庭の子どもの数のアベレージを求めるために，教師はその町の子どもの総数を数えた。そして，教師はその町の家庭の総数 50 で割った。各家庭の子どもの数のアベレージは 2.2 だった。

正しいことが確かなものにチェックを入れなさい。

□（a）この町の半分の家庭には 2 人より多くの子どもがいる。

□（b）この町の家庭は，2 人よりも 3 人の子どもがいる家庭の方が多い。

□（c）この町には合計 110 人の子どもがいる。

□（d）この町の全ての家庭には 2.2 人の子どもがいる。

□（e）子どもが 2 人いる家庭が最も多い。

□（f）上の項目には正しいものはない。

調査問題（3）

科学の授業で，9人の学生によって 1 つの小さなものが同じ方法で計量された。その重さ（グラム）が以下で示されている。

6.3　6.0　6.0　15.3　6.1　6.3　6.2　6.15　6.3

このデータ集合の中央値は，

□（a）最も共通の値。

□（b）中間の値。

□（c）最も正確な値。

□（d）アベレージな値。

だから，これの中央値は＿＿＿＿＿＿＿グラムである。

（4）生徒の解答の分析方法

Watson & Moritz（1999a）は，Biggs & Collis（1982, 1991）の Structure of Observed Learning Outcomes モデル（以下，SOLO モデルと略す）を用いて生

徒の解答を 4 つの段階に分類している。Watson & Moritz（1999a）は，SOLO モデルについて以下のように述べている。

「SOLO モデルは，(a) 解答を構成する方法（または行程）と，(b) 方法（または，行程）の範囲内の解答に明らかにみられる学習結果の構造の複雑性を通して生徒の知識や理解に注目する。」(p.18)

すなわち，SOLO モデルとは，生徒がどのような方法で解答を導き，その解答から明らかになる生徒の推論に注目したモデルである。

また，4 つの段階とは，Prestructural レベル（前構造的段階），Unistructured レベル（単一構造的段階），Multistructural レベル（多重構造的段階），そして，Relational レベル（関係的段階）である。以下に，それぞれの段階について説明する。

(P) 前構造的段階の解答は，問題文脈や測定方法等を考慮せず，単にアベレージという単語を使用する解答や，アベレージの意味がわかっていない解答である。

(U) 単一構造的段階の解答は，問題文脈や測定方法等に関連したアベレージの 1 つの特徴を使用する解答である。

(M) 多重構造的段階の解答は，問題文脈や測定方法等に関連したアベレージのいくつかの特徴を使用する解答である。それらの特徴は互いに関連しない。そのため，このレベルにおいて，解決することのできない矛盾が生じ得るが，それはこのレベル特有のものである。

(R) 関係的段階の解答は，問題文脈や測定方法等に関連したアベレージのいくつかの特徴を理解し，それらを関係的に考察できている解答である。

以下では，英単語の頭文字を取り，P，U，M，R レベルと表記する。

２．調査結果と考察

本項では，各調査問題の結果，生徒の解答レベルの分類基準，Watson & Moritz（1999a）の考察について述べる。

（１）調査問題（1）

もし，誰かがあなたに，「君は「アベレージ」だ。」と言ったとするとそれはどういう意味ですか？

P レベルに分類される解答は，「アベレージ」という単語が何を意味するのかを示さない解答である。その解答例は以下のようなものである。

P：私はそれを聞いたことはあるが，何を意味するのかわからない。「3 学年」

P：あなたはアベレージな身長，または，アベレージな年齢です。「3 学年」

P：あなたは私の親友ではない。「5 学年」

U レベルに分類される解答は，「典型的」と同義であるような日常的な言葉を使用しているものや，代表値のどれかに関連する考え方を示すものである。その解答例は以下のようなものである。

U：あなたはオッケーだった。「5 学年」

U：普通。「9 学年」

U：皆と同じである。「9 学年」

M レベルに分類される解答は，平均値，中央値，最頻値といった単語は使わないが，それらの求め方を述べる，または，それらを結合した考えを示す解答である。その解答例は次のようなものである。

平均値

M：アベレージは，いくつかの数があるとき，それらを足し合わせた後，データの個数でその合計を割ったものである。「5 学年」

中央値

M：アベレージは，何かの集合の中間です。－例えば，3 と 5 においては，アベレージは 4 です。「9 学年」

最頻値

M：あなたは多くの人と同じであった。「9 学年」

中央値と最頻値の考えを結びつけたもの

M：あなたは，勉強などにおいて，本当に賢いというわけでも，本当に成績がいいというわけでもないが，多くの人のように中間にいるという意味です。「9 学年」

調査問題（1）では，R レベルの解答をした生徒はいなかった。R レベルの解答では M レベルの解答に代表的な性質を加えることが求められる。R レベルの解答例は以下のようなものが求められる。

R：アベレージは，典型である，または，中間に位置しているといったように，いくつかの集合を代表するという意味である。

下の表 3 - 2 は各学年の生徒が各レベルにどのように分類されたかを示している。M レベルに分類された解答は，さらに，平均値，中央値，最頻値のどれに関連するかによって分類されている。平均値，中央値，最頻値に分類された解答の割合の合計が M レベルの解答の割合よりも多いのは，中央値と最頻値の考えを結びつけた解答があり，それは中央値と最頻値の両方に分類されているためである。表 3 - 2 から，オーストラリアの生徒はアベレージを中央値のような真ん中と捉えている生徒が多いことがわかる。

表 3 - 2　調査問題（1）における各学年の生徒のレベルの分類

レベル	1993 年			1995 年					
	3 年	6 年	9 年	3 年	5 年	6 年	8 年	9 年	11 年
M	6%	37%	62%	4%	20%	29%	48%	49%	41%
平均値	1%	0%	0%	0%	1%	0%	0%	1%	1%
中央値	5%	34%	54%	4%	17%	28%	40%	40%	30%
最頻値	1%	3%	12%	0%	3%	3%	11%	12%	12%
U	25%	47%	30%	30%	55%	51%	41%	37%	51%
P／ 無解答	70%	17%	7%	66%	25%	20%	11%	14%	8%
総数（人数）	322	296	341	304	472	221	332	300	164

（２）調査問題（2）

ある町の各家庭の子どもの数のアベレージを求めるために，教師はその町の子どもの数を数えた。そして，教師はその町の家庭の総数 50 で割った。各家庭の子どもの数のアベレージは 2.2 だった。 　正しいことが確かなものにチェックを入れなさい。 □（a）この町の半分の家庭には 2 人より多くの子どもがいる。 □（b）この町の家庭は，2 人よりも 3 人の子どもがいる家庭の方が多い。 □（c）この町には合計 110 人の子どもがいる。 □（d）この町の全ての家庭には 2.2 人の子どもがいる。 □（e）子どもが 2 人いる家庭が最も多い。 □（f）上の項目には正しいものはない。

この調査問題（2）の各レベルの分類は，選択した選択肢によって分類されている。

P レベルの解答は，無解答である。

U レベルに分類される解答は，選択肢（a）または（b）を選択した解答である。これらの解答は，2.2 という数字に影響されたアベレージの 1 つのアイデアを示す。しかし，それらの選択肢には，どのようにアベレージが求められたのかに関する説明が無い。

M レベルに分類される解答は，選択肢（d），(e)，(f)，もしくは複数の選択肢を選択した解答である。1 家庭割りに関する選択肢（d）や，最頻値の値に関する選択肢（e）を選択した解答は，アベレージをデータ集合の中央と認識している点において，U レベルよりも複雑であると考えられている。選択肢（f）を選択した解答は，他の選択肢が代表値の定義を満たさないと考え，それらを選択しない解答である（例えば，アベレージを「中央値」とみなす生徒は選択肢（f）という解答をすると予想される）。また，多くの生徒は，複数の選択肢を選択した。複数の選択肢を選択するという解答は，M レベル特有の複数のアイデアを保持していること示している。

R レベルの解答は，選択肢（c）を選択した解答である。子どもの数という問題文脈から，2.2 という数字が中央値，最頻値ではなく，平均値を表していると考え，$110 \div 50 = 2.2$ という平均値を求めるアルゴリズムを行うか，$2.2 \times 50 = 110$ というそのアルゴリズムの逆を行うことによって選択肢（c）を選択するという解答が求められる。生徒が，こうしたアルゴリズムを行うことは文脈における関係的理

解を示していると考えられる。

下の表 3 - 3 は各学年の生徒が各レベルにどのように分類されたかを示している。日本の中学生にあたる 8，9 学年の R レベルの解答の割合をみると，1993 年の 9 学年は 50%，1995 年の 8 学年，9 学年は 30%程度である。このことから，この問題においてアベレージが平均値であると適切に解釈した生徒の割合は高くないと考えられる。

表 3 - 3　調査問題（2）における各学年の生徒のレベルの分類

レベル	1993 年		1995 年				
	6 年	9 年	5 年	6 年	8 年	9 年	11 年
R（c）	17%	50%	6%	12%	27%	35%	37%
M（d,e,f,複数選択）	66%	45%	65%	67%	61%	49%	59%
U（a,b）	12%	5%	22%	19%	11%	11%	4%
P（解答なし）	5%	1%	8%	3%	1%	5%	1%
総数（人数）	296	341	472	221	332	300	164

（3）調査問題（3）

科学の授業で，9人の学生によって 1 つの小さなものが同じ方法で計量された。
その重さ（グラム）が以下で示されている。

6.3　6.0　6.0　15.3　6.1　6.3　6.2　6.15　6.3

このデータ集合の中央値は，

□（a）最も共通の値。

□（b）中間の値。

□（c）最も正確な値。

□（d）アベレージな値。

だから，これの中央値は__________グラムである。

調査問題（3）は，中央値の定義を適用することができるかをみるために，データ集合を提示し，中央値の定義を問うだけでなく，その値を求めることも要求した。そして，解答の SOLO レベルは，まず選択された選択肢によって，次に求

められた中央値によって判断された。

Uレベルに分類される解答は以下のような解答である。

U：(a) を選択，中央値として，6.3 ではない数値を記述。

U：(b) を選択，中央値として，6.1，6.2 ではない数値を記述。

U：(c) を選択，中央値として，何かしらの数値を記述。

U：(d) を選択，中央値として，6~8 の範囲外の数値を記述。

U：どの選択肢を選択したとしても，値を求めていない解答。

選択肢 (c) を選択している解答は中央値の 1 つの特徴を表していると捉えることができるが，中央値の定義であるデータ集合の真ん中ということは示していない。また，この解答では，中央値としての数値を求めた方法と，「最も正確な値」という選択肢 (c) とを関連させることができない。そのため，選択肢 (c) を選択した解答は，どんな数値を求めても U レベルに分類されている。また，選択肢 (a)，(b)，または (d) を選択したが，求めた数値が選択肢との関連がない解答が U レベルに分類される。同様に，どの選択肢であっても，値が求められていなければ，2 つの関連が無いため，U レベルに分類される。

M レベルに分類される解答は以下のような解答である。

M：(a) を選択，中央値として，6.3 を記述。

M：(b) を選択，中央値として，6.1 を記述。

M：(d) を選択，中央値として，6~8 の範囲内の数値であり，かつ少数第 1 位まで求め記述。

M レベルの解答は，選択肢の意味するものと，データ集合から中央値がどのように求められたかについて暗示されている解答である。M レベルに分類される選択肢 (a) を選択した解答は，与えられたデータ集合から「最も共通の値」を正確に答えることが求められる。M レベルに分類される選択肢 (b) を選択した解答は，中央値はデータ集合の真ん中であることは理解できていると考えられるが，データ集合内の数を小さい順（または，大きい順）に並べ替えた後に真ん中の数を求めることができない解答である。M レベルに分類される選択肢 (d) を選択した解答は，最頻値 6.3 を求めるか，平均値を求める計算無しに 6~8 の範囲内の少数第 1 位までの値を求めた解答である。

R レベルに分類される解答は以下のような解答である。

R：(b) を選択，中央値として，6.2 を記述，また，集合内の数を大きさ順に並べ替たが，誤った並べ替えをした結果，正しくない中央値を求め記述。

R：(d) を選択，中央値として，平均値 7.18 を求め記述，もしくは，6~8 の範囲内の平均値であり，少数第 2 位まで求めその数値を記述。

R レベルに分類される選択肢 (b) を選択した解答は，与えられたデータ集合を数の大きさの順に並べ替えた後に，真ん中の値を求めることができている解答である。また，データ集合の 6.2 という正しい中央値を求めている解答だけではなく，6.15 を 6.3 より大きな数であると判断して並び替えを誤り，不適切な中央値 6.3 を求めた解答もまた R レベルに分類されている。また，R レベルに分類される選択肢 (d) を選択した解答は，与えられた文脈と手続的なアルゴリズムを関連付けている解答である。R レベルに分類される選択肢 (d) を選択した解答の一部は，正しい平均値を求めていないが，少数第 2 位まで求め数学的誤差について考察していると考えられ，M レベルよりも複雑な推論を行っていると考えられている。また，2，3 の解答は，15.3 を外れ値と捉え，それを除いて平均値を求めている。これらの解答は，平均値のアルゴリズムをデータ集合に関連させ妥当に適用していると考えられる。

以下の表 3 - 4 は調査問題 (3) の調査結果をまとめたものである。表 3 - 4 において，R レベルの解答は，選択肢 (b) と，選択肢 (d) の 2 つの項目に分けられている。表 3 - 4 からわかるように，中央値という専門用語の理解が極めて低いことがわかる。また，タスマニアのカリキュラムでは，どんなに遅くても，中央値は 9 学年のはじめに学習することとなっている。しかし，それを学習した後の 9 学年の生徒でさえも，それを十分理解できていないことがわかる。

表 3 - 4　調査問題 (3) における各学年の生徒のレベルの分類

レベル	1993 年		1995 年				
	6 学年	9 学年	5 学年	6 学年	8 学年	9 学年	11 学年
R (b: 6.2)	2%	10%	1%	4%	4%	5%	16%
R (d: 7.18)	5%	23%	2%	3%	8%	18%	12%
M	26%	35%	24%	29%	36%	32%	43%
U	30%	21%	41%	45%	37%	31%	28%
返答なし	38%	11%	32%	19%	16%	14%	1%
総数（人数）	296	341	472	221	332	300	164

第２節　日本の大学生に対する調査

本節では，日本の大学生に行った調査について述べる。まず，調査の概要を述べ，その後，調査結果とその考察について述べる。

１．調査の目的と概要

（１）調査の目的

調査を行うきっかけとなったのは，前節で述べた Watson & Moritz（1999a）の調査である。Watson & Moritz（1999a）の調査において、オーストラリアの生徒は「アベレージ」を平均値や中央値，最頻値として捉えており，文脈に応じて使い分けることがわかった。また，「アベレージ」の理解の実態として，調査問題（2）から，子どもの数のアベレージ 2.2 から，ここでのアベレージが平均値であることを読み取り，適切な選択肢のみを選択することができる生徒が少ないこと，調査問題（3）から，中央値を学習している生徒でさえ中央値の定義を理解していないことがわかった。これらから，アベレージ（代表値）の理解は生徒にとって難しいのではないかということが考えられる。また，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）では，分布が非対称な場合や，外れ値がある場合は代表値として平均値は適切でないこともあると述べられている。そこで、日本の大学生が外れ値や分布の形に注目して代表値を選択できるかを調査することとした。

（２）　調査の日時

平成 21 年 6 月

（３）調査対象

国立大学学部生３年　55 人

（４）調査問題

ある小さな会社に所属する 15 人の従業員の月給は以下である。 17 17 18 18 18 18 21 21 21 22 22 23 24 27 88（単位：万円） この資料の特徴を 1 つの数値で代表させるとすると、その数値は何ですか？数値と、その数値にした理由を書いて下さい。

２．調査結果

4 人の学生が複数の数値を解答したので、その 4 人を除いた 51 人について分析した。複数解答した学生とは，問題で「資料の特徴を 1 つの数値で代表させる」ということが求められているのに対し，複数の数値を代表値として解答している学生のことである。例えば，複数解答をした学生の解答例として，次のような 4 つの数値を答えたものがあった。

数値 25　理由 15 人の月給の平均値であるから。
数値 17　理由 一番小さい値が最低賃金または新入社員の月給と考える。
数値 20.5　理由 88 という値はほかの 14 個の値と比べ 3~5 倍になっているので, 88 は除外し残りの 14 個の値の平均値をとったとき。
数値 18　理由 15 人の中での一番人数の割合が多いから（15 人中 4 人）

下の表 3 - 5 は，このような複数解答をした 4 人の学生を除いた 51 人の学生の解答を分類したものである。

表 3 - 5　調査問題の解答理由ごとの分類

<table>
<tr><td colspan="3">解答理由の項目</td><td>人数</td><td colspan="2">割合</td></tr>
<tr><td rowspan="2">平均値</td><td colspan="2">平均値（25）</td><td>30 人</td><td>58.8%</td><td rowspan="2">64.7%</td></tr>
<tr><td colspan="2">平均値を求め資料の中からそれに近い数値を選択（24,21）</td><td>3 人</td><td>5.9%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">外れ値を除いた平均値</td><td rowspan="2">88 のみ除く</td><td>平均値（20.5）</td><td>1 人</td><td>2.0%</td><td rowspan="3">7.8%</td></tr>
<tr><td>平均値（20.5）を求め資料の中からそれに近い数値を選択（21）</td><td>2 人</td><td>3.9%</td></tr>
<tr><td colspan="2">88 と 17 を除く平均値（20.7）</td><td>1 人</td><td>2.0%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">最頻値</td><td colspan="2">最頻値（18）</td><td>7 人</td><td>13.7%</td><td rowspan="2">15.7%</td></tr>
<tr><td colspan="2">平均値を考慮した最頻値（21）</td><td>1 人</td><td>2.0%</td></tr>
<tr><td colspan="3">中央値（21）</td><td>1 人</td><td>2.0%</td><td>2.0%</td></tr>
<tr><td colspan="3">最高値（88）</td><td>2 人</td><td>3.9%</td><td>3.9%</td></tr>
<tr><td colspan="3">その他（10, 20, 2 人）</td><td>3 人</td><td>5.9%</td><td>5.9%</td></tr>
<tr><td colspan="3">総計</td><td>51 人</td><td>100.1%</td><td>100%</td></tr>
</table>

51 人の学生のうち，外れ値を考慮せず単純に平均値を求め，その数値 25 を解答する学生が 30 人，また平均値を求めそれに近い資料内の数値（21，24）を解答する学生が 3 人いた。これらの学生は，人数の度数や資料の真ん中に注目しておらず，単純に平均値を求めていることが解答理由からわかった。このことから，この 33 人の学生は「平均値」という項目に分類した。

7 人の学生が，「代表させる」を「人数が多い」と捉え，最頻値である 18 万円を解答した。また，1 人の学生は，「平均で出すと 88 万円の人が飛び出しすぎているので，88 万円の人以外をみて，平均的かつ人数も多い 21（万円）」と外れ値を除いた平均値と関連付けながら最頻値的に解答した。これら 8 人の学生を「最頻値」の項目に分類した。

3 人の学生は 88 万円という外れ値に注目し，その給料を除いた 14 人の給料の平均値を求めた。そして，3 人のうちの 1 人がその平均値 20.5 を解答し，他の 2 人はその平均値 20.5 に近い資料内の給料 21 を選択した。また，1 人の別の学生は，最高値 88 万円と最低値 17 万円を除き，残りの 13 人の給料の平均値 20.7 を解答した。これらの学生は 88 万円という外れ値が，資料の平均値に大きく影響を与えると考え，それを除き平均値を求めることが資料を代表させる方法であると考えたことがわかる。これら 4 人の学生を「外れ値を除いた平均値」の項目に分類した。

2 人の学生は，「1 人だけ優遇されすぎ…」「1 人だけ最高位の約 5 倍の給料をもらっているため，従業員ではなく社長なのかと考えた。」という理由から 88 万円という最高値を解答した。この 2 人の学生は，「代表」を資料の特徴を 1 つの数値でまとめるという意味ではなく，資料の中で最も多くの給料をもらっている従業員の給料という意味に捉えている。この学生は「最高値」という項目に分類した。

1 人の学生が中央値 21 を解答した。この学生は 88 万円という全体からみた際に外れ値と予想されるものがあったことから平均値は求めず，中央値かつ最頻値ではないが 2 番目に度数が高いことから 21 を解答した。この学生の解答は「中央値」という項目に分類した。

3 人の学生の解答を「その他」という項目に分類した。1 人の学生は全員が 10 万円以上をもらっているから 10（万円）と解答し，別の学生は，全体的に 20 万円前後の数字が集まっていることから 20（万円）と解答し，また別の学生は，平

均給料 25 万円よりも多くの給料を貰っている従業員数である 2(人)を解答した。

表 3 - 5 からわかるように、外れ値を考慮せず単純に平均値を解答した学生が 60%を超えており最も多い。次いで、最頻値を解答した学生が約 15%、外れ値を除いた平均値を解答した学生が約 8%、中央値を解答した学生が約 2%, 最高値を解答した学生が約 4%であった。

3．調査結果の考察

調査結果をまとめた表 3 - 5 から，資料を一つの数値で代表させる際に，大半の（約 90%）学生が，平均値，中央値，最頻値といった代表値を用いることがわかった。また，代表値の中でも，特に平均値を求めるアルゴリズムを使用し，数値を解答した学生が 70%を超えていた。最頻値や中央値といった平均値以外の代表値を用いて解答した学生は，最頻値を解答した学生が約 15%，中央値を解答した学生が約 2%いた。

平均値を求めるアルゴリズムを用いて解答を行った学生の解答のうち，単純に平均値を求める学生と，外れ値を除いて平均値を求める学生の 2 つに大別することができる。それぞれの割合は，単純に平均値を求める学生が約 65%，外れ値を除いて平均値を求める学生が約 5%いた。

また，第二章で述べたが，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）において，資料内に外れ値がある際には平均値ではなく最頻値や中央値を用いると述べられている。この観点から今回の調査の解答をみていくと，最頻値を解答した学生が約 15%，中央値を解答した学生が約 2%おり，最頻値と中央値を解答した学生の合計は約 18%（9 人）であった。この 9 人の学生のうち最頻値に分類されている 4 人の学生と，中央値に分類されている 1 人の学生の合計 5 人の学生が，解答理由に 88 という外れ値に関する記述をしていた。この 5 人の学生の解答した数値と理由は以下である。

生徒①　数値 18　理由　上は 88 万円と高額な人もいるのだが，18 万の人が一番多くいるので，代表させるとしたら大人数の 18 万円だと考える。

生徒②　数値 18　理由　88 以外の 14 人で平均を取ると 20 くらいになりますが，代表と考えるなら数の多い 18 だと思います。

生徒③　数値 18　理由　この数値全体の平均値は 25 だが，1 人が 88 という数値で大きく平均値を上げている。よって，4 人が同じである 18 が代表値である。

生徒④　数値 21　理由　平均で出すと，88 万円の人が飛び出しすぎているので 88 万円の人をみて，平均的かつ人数の多い 21。

生徒⑤　数値 21　理由　この数値は，15 個の数値における中央値であり，最頻値でないながらも，2 番目に頻度が高いと考えました。

全体の平均値を算出しなかった理由は，「88」という全体からみた場合に外れ値と予想されるものがあったからです。

この 5 人の学生は，88 という数値が平均値に大きく影響を与えることに気づき，資料内の度数や，資料の真ん中に注目した学生であることがわかる。これらの学生は，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）において求められていることができていると思われる。9 人のうち残りの 4 人の学生は最頻値に分類された学生である。彼らの解答理由には 88 という数値に関する記述は一切無く，度数に関するものだけであった。従って，この 4 人の学生は，外れ値に気づき，それを考慮して最頻値を解答したかどうかはわからない。

その他に，外れ値に気づいた学生として，外れ値を除いて平均値を求めた学生 4 人と，最高値を解答した学生 2 人がいた。外れ値を除いて平均値を求めた学生 4 人は，資料内に外れ値が存在する場合に代表値として適切であると考えられている最頻値や中央値を用いて解答していないが，解答理由から 88 という数値が資料の平均値に大きな影響を与えるということは認識しているとわかる。また，最高値を解答した学生 2 人は，88 という外れ値の存在に気づきはしたが，資料を「代表させる」ことの意味を捉え違えたために，代表値としては適切ではない最高値を解答したと考えられる。

このように，資料内に外れ値が存在することに気づいた学生は，外れ値を除いて平均値を求めた学生 4 人，最頻値を解答し解答理由に外れ値に関連する記述をしていた学生 4 人，中央値を解答した学生 1 人，最高値を解答した学生 2 人の合計 11 人いた。中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）で述べられているように，外れ値の存在に気づき，中央値もしくは最頻値で解答している学生は僅か 5 人しかおらず，割合にして約 10%である。仮に，最頻値を解答し外れ値に関する記述をしていない 4 人の学生を含めても 9 人の約 18%しかいない。さらに，今回の調査問題において，最高値は代表値として適切ではないと考えられるが，外れ値を除いて平均値を求めることは必ずしも不適切と言えない。よって，外れ値を除き平均値を求めた学生 4 人を含めると 13 人の約 25%となる。このことから，単純に平均値を求めるのではなく，外れ値に気づき，それに対応し，代表値として適切な数値を解答することは非常に難しいことであると考えられる。従って，代表値の学習を行う際には，外れ値が存在するとき，それは平均値に大きく影響

を与える可能性があることを指導する必要があると考えられる。

また，分布図を記述した学生は僅か 2 人しかいなかった。これから，分布の形に注目する学生が極めて少ないと考えられる。この 2 人の学生のうち 1 人は平均値に分類されおり，もう 1 人は最頻値に分類されている学生である。下の図 3 - 1，3 - 2 は，この 2 人の学生の解答である。

解) $\{(17\times2)+(18\times4)+(21\times3)+(22\times2)+23+24+27+88\}\div15$

$=(34+72+63+44+47+115)\div15$

$=(106+107+(62))\div15$

$=(213+(62))\div15$

$=375\div15$

$=25$

$\therefore$ 25万円

$$\begin{array}{r} 25 \\ 15\,\overline{)\,375} \\ 15 \\ \hline 75 \\ 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

理由) 15人の月給の平均は25万円だから

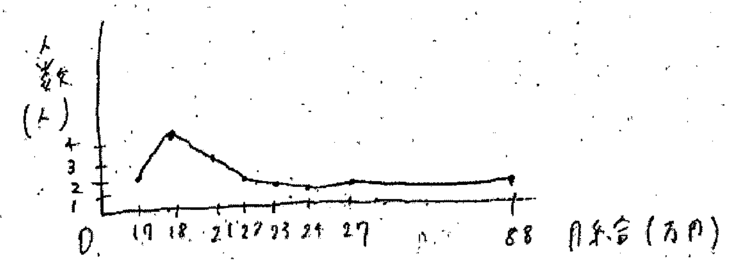


図 3 - 1　分布図を描き平均値を解答した学生

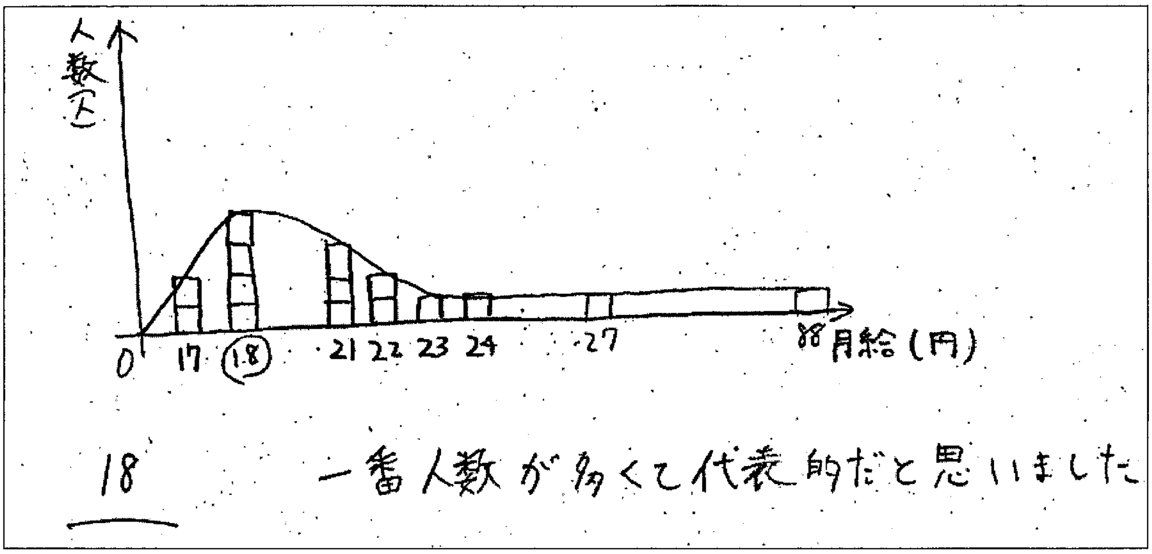


図 3 - 2　分布図を描き，最頻値を解答した学生

図 3 - 1，3 - 2 からわかるように，この 2 人の学生は，分布が歪んでいるとか左右対称ではないということは述べておらず，解答を求めるために分布図を利用したとは考えにくい。

このように，ほぼ全ての学生が分布について注目していないことがわかる。また，分布を図に描いてはいないが，「17 万円が 2 人，18 万円が 4 人，21 万円が…」といったように階級値ごとの度数を求める，もしくは「17 17 ／ 18 18 18 18 ／21…」のように同じ数値をまとめるといった学生が 18 人いた。しかし，このうちの 11 人の学生が単純に平均値を求めており，度数に注目するというよりも，計算する際のミスを減らすためだと思われる。また，他の 7 人の学生も解答理由に分布に関する記述はみられなかった。

これらのことから，大半の学生は，代表値と分布に関連を持たせていないことがわかる。しかし，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）で述べられているよう，分布の形によっては，平均値が代表値として適切ではない場面もある。しかし，大半の学生はそのことが理解できていないようである。従って，代表値の指導の際には，分布の形によって適切な代表値が変わることがあることを指導する必要もあると思われる。なお，調査対象 55 人全員の解答数値と解答理由を本論文の最後に挙げている。

第４章

「代表値」教材の開発

本章では，分布が非対称であるときや，極端にかけ離れた値があるときには，平均値はその値に強く影響を受けるので代表値としてふさわしくない場合があることを指導するために，資料の比較を行わせる教材を提案する。また，生徒が資料の分布の形に注目するような，認知的葛藤を取り入れた教材を提案する。第１節では，比較を行わせる教材の意義や，海外での実践を紹介する。そして，資料の比較を行わせる教材について考察を行う。第 2 節では，認知的葛藤の意義を述べた後，それを取り入れた教材を提案する。

本章の構成は以下の通りである。

第１節　比較教材の有用性とそれを用いた教材案

１．比較教材の意義

２．比較教材を用いた授業実践

３．比較教材の教材案

第２節　認知的葛藤の有用性とそれを取り入れた教材案

１．認知的葛藤の有用性

２．認知的葛藤を取り入れた教材案

第１節　比較教材の有用性とそれを用いた教材案

本節では，分布が非対称であるときや，極端にかけ離れた値があるときには，平均値はその値に強く影響を受けるので代表値としてふさわしくない場合があることを指導するために，生徒に資料の比較を行わせる教材について考察する。まず，比較教材にはどのような意義があるかについて考察する。そして，海外の先行研究において，生徒に資料の比較を行わせている実践を紹介する。その後，筆者が考えた教材を提案する。

１．比較教材の意義

第 3 章で述べた大学生に対する調査結果の考察では，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）で述べられている外れ値や分布の形といった観点から分析を行った。その分析から，多くの学生が，平均値が外れ値の影響を大きく受けることや，分布の形といったものに注目することなく，単純に平均値を求め，それを代表値として選択することが明らかとなった。このことから，代表値の指導においては，平均値が適切ではない状況（外れ値が存在する場合や，分布が非対称である場合）に関する指導を行う必要があると考えられる。そこで，2 つの資料（例えば，どちらの資料も平均値は同じ，もしくは同程度であるが，外れ値が存在する資料と存在しない資料，または，分布が正規分布型である資料と正規分布型でない資料）を比較するという活動が，それを指導する際に，有効ではないかと考えた。

資料の比較を行う教材が有効と考える理由は 2 つある。1 つは，Watson & Moritz（1999b）が述べているように，資料の比較を行わせることは，生徒の学習への動機づけに影響を与えるということである。もう 1 つは，資料を比較するためには，比較の目的を達成するために観点を持つことが必要となり，それによって生徒が外れ値や分布に注目することに繋がると考えられる。これらのことから，資料の比較を行わせる教材は有効であると考えられる。

また，永田（2008）は，過去の統計教育では，「資料の整理」が目標となることが多々みられたが，実際には「資料の整理」が目的ではなく，整理された表などから，何かを判断したり，説明したりすることが目的であることを指摘し，統計指導においても基本的に問題解決の形式で行うことが望ましいと述べている。資料の比較をするということは，文脈があり，与えられた資料とその文脈をもと

に観点を持ち，判断，または，決定することが求められる。それ故，資料を比較するという教材は，問題解決という側面を持つと考えられることから，永田（2008）が求めているような問題解決の形式で指導を行うことが可能であり，有効な指導法であると考えられる。

2．比較教材を用いた授業実践

McGatha *et al.*,（2002）は，アメリカにおいて，7 学年の 24 人の生徒を対象として，授業実践を行った。McGatha *et al.*,（2002）では，4 つの授業が紹介されており，そのうちの 2 つの授業は，問題文脈と 2 つの資料が生徒に提示され，どちらを選択することが，よりよい選択であるか生徒に考えさせるという資料の比較を用いた授業であった。以下では，この 2 つの授業について述べる。

（1）バスケットボール選手の得点に関する授業

1 つ目の授業は，バスケットボール選手の得点に関するものである。下の図 4 - 1 は 2 人のバスケットボール選手の最近 8 試合の得点を並べたものである。この得点をもとに，2 人の選手のうち，どちらの選手をオールスタートーナメントの試合に出場させるべきだと考えますか，という問題が生徒に提示された。

Player A: 11	*31*	*16*	*28*	*27*	*14*	*26*	*15*
Player B: 21	*17*	*22*	*19*	*18*	*21*	*22*	*20*

図 4 - 1　バスケットボール選手の得点（McGatha *et al.*, 2002,　p.349）

この問題に対し，生徒たちは，まず，8 つの小グループに分かれて議論し，その後，各グループでの議論の結果をもとにしながら，クラス全体でどちらの選手を出場させるべきか議論を行った。

小グループの議論では，8 グループのうち 5 グループが，総得点または平均得点を用いて選手を選択することが適切であるか判断することなく，それを用いて選手の選択を行った。残りの 3 グループも，最初は平均得点または総得点で選択しようとしていたが，トーナメントという問題の状況を考慮し，高い平均得点を持つが不安定な得点を記録している選手 A は適切でないと判断した。

クラス全体で議論を始める前に，教師は，3 つのグループが，平均得点は低い選手 B を選択していることを述べた。これらのグループに所属している 1 人の生徒は次のように発言をした。

生徒①：私たちのグループは，選手 B をトーナメントに出場させるべきだと主張します。なぜなら、選手 B の平均得点（総得点）は，選手 A の平均

得点（総得点）よりも低いが、総得点はたった 8 点差であり、また，彼は試合における得点が安定しており、選手 A のような試合の得点が 11 点～31 点といった最高得点と最低得点の差が大きくないからである。

平均得点（総得点）を用いて選手選択を行った他のグループの生徒は，選手 A の得点の不安定さを指摘されたことに対して，与えられたデータからは予測できない推論を用いて，それを選手 A が良い選択であることの根拠とした。その推論とは，選手 A はチームのためにプレーをする選手であり，選手 B は自己中心的なプレーをする選手であるというものであった。このように考えた生徒は，選手 A の低い得点（11，16，14，15）は，彼が他の選手にパスを送り，得点よりもアシストでよい成績を残しており，高い得点（31，28，27，26）は，彼のチームが負けているときに彼が得点をあげ，チームを助けたと解釈したが，選手 B の安定した得点は，彼がチームのためではなく自分の得点を重視したものだと推測した。このように，生徒は，彼ら自身が知っているバスケットボールに関連する知識を用いて，課題の解決を行った。

（2）旅行に行く時期の決定に関する問題

バスケットボールの問題の次の授業において，生徒に提示された課題は，旅行の決定に関するものであった。生徒は，下の図 4 - 2 のボストンの気温（華氏）のデータを与えられ，9 月の第 3 週目と 4 月の第 3 週目のどちらの時期に修学旅行に行くか決定するよう求められた。

September:								
1996	*77*	*71*	*80*	*75*	*73*	*79*	*77*	*average for week: 76*
1995	*75*	*71*	*77*	*80*	*76*	*70*	*69*	*average for week: 74*
1994	*79*	*71*	*74*	*79*	*77*	*73*	*72*	*average for week: 75*
April:								
1996	*84*	*80*	*76*	*76*	*68*	*62*	*58*	*average for week: 72*
1995	*79*	*83*	*87*	*90*	*89*	*86*	*81*	*average for week: 85*
1994	*56*	*57*	*68*	*73*	*79*	*80*	*84*	*average for week: 71*

図 4 - 2　ボストンの 9 月第 3 週と 4 月第 3 週の気温

（McGatha *et al.*, 2002,　p.351）

この問題において，生徒は，過去3年分の9月の第3週目と4月の第3週目のBostonの気温（華氏）のデータを与えられた。彼らは、このデータをもとに，来年のBostonでの修学旅行が9月または4月のどちらで行われるべきかを判断することを求められた。

この問題においても，バスケットの問題と同様に，まず7つの小グループで，どちらの時期に行くのが良いかを議論し,その後,クラス全体で議論が行われた。7グループのうち2グループは、この問題においても，単に3年分のデータの平均気温を求め，それの高い4月に旅行に行くのが良いと決定した。残りの5グループは，気温の安定性に注目し決定を行った。

クラス全体での議論の前に，教師は，生徒に，9月または4月に旅行に行くという彼らの選択の根拠を説明するよう生徒に求めることから全体での議論を始めた。以下のプロトコルは，クラス全体での議論の一部である。

生徒①：私たちのグループは9月を選択しました。その理由は，大きな気温の変化がないからです。4月に旅行に行くとすると，1994年では1週間で気温が56度から86度に変化しています。しかし，9月ならほとんど同じ気温で過ごすことができると思うからです。

教師：わかりました。気温の安定性を理由とするのですね。他にはありませんか？

生徒②：私たちも9月を選びます。その理由は，9月は天気が安定しているようですが,4月は平均気温が,1996年の72度,19995年の85度,1994年の71度と不安定だからです。9月の平均気温は75度，74度，76度と70度付近を記録しており，天候が予想できます･･･56度や57度は4月にしては寒すぎで･･･，みんな暖かい天候を望むと思います･･･コートやセーターを着たくないでしょう。

教師：あなたは、セーターを荷物に持っていかなければいけないことを嫌うのですね？わかりました･･･。では，4月の方が9月より高い平均気温であることについてはどう思いますか？あなたは3年間全体の平均気温を計算しましたか？全体的な平均は4月のほうが高いですよ、だから、4月の方が暖かいとすべきではないのですか？

4月のより高い3年間の平均気温についての教師の質問対して，1人の生徒は，全体の平均気温の1度の差は特に重要ではないと答え，別の生徒は，1995年の普通ではない85度という平均気温が「4月全体の平均気温を上げている」と答えた。

（3）考察

この実践から，アメリカの7学年の生徒は，2つの資料を比べ，どちらが良いか選択をする際に，必ずしも平均値の大小関係で選択をしないことがわかる。特に，先に提示されたバスケットボールの問題は，生徒にとって馴染みのある文脈であることから，選手の得点を比較するという活動への動機付けになると思われる。更に，2人の選手の資料を比較するという活動を通し，一部の生徒は平均値の計算だけでなく，資料の範囲についても考察を行っている。これらのことから，資料の比較を行わせることは学習への動機付けになると考えられる。また，バスケット選手の平均得点は生徒にとって馴染みのあるものであり，更に，アメリカの統計教育においては平均値を求めることが主流である。こういった背景があるにも関わらず，8つの小グループのうち3つのグループが，平均得点よりも安定性（範囲）に注目し，選手の選択を行っている。これは，オールスタートーナメントで好成績を収めるためにはどちらの選手を出場させるべきかという目的が生徒に示されており，高い平均得点を記録していることが良いか，安定して得点を取っていることが良いか，という観点を生徒は持ちやすかったと考えられる。

次の修学旅行に行く時期を決定することに関する問題は，調査対象の生徒たちの学校の修学旅行が毎年ボストンに行くこととなっていることから，彼らは，その問題をとても身近に感じただろう。このことは，生徒を，2つの時期のどちらが良いか，それぞれの気温の資料を比較し，それをもとに選択するという活動への動機付けになると思われる。また，この問題において，2つのグループは，単純に平均気温が高いという観点から旅行に行く時期を決定し，5つのグループが平均値ではなく安定性という観点から旅行に行く時期を決定した。これはバスケットボール選手の得点に関する授業の後に行われた授業であることも要因の1つだろうが，2つの時期を比べるという資料の比較を行わせることにより，生徒は単純に平均を取るのではなく，資料内のデータの安定性に注目したと考えられる。

この実践で用いられた資料は，データ数が少ないため，最頻値や中央値に関連するような考え方は生徒からでてきてはいない。また，同様の理由から，分布の形について考察が必要な問題の状況ではないため，それに関する発言を生徒はし

ていないようである。しかし，どちらの問題においても，資料の安定性というものに生徒は注目している。このことから，大きな資料を提示しても，生徒は安定性について考察を行うことが予想される。また，安定性とは，資料の範囲に関連のあるものであることから，生徒は分布に注目するのではないかと考えられる。また，旅行の決定に関する問題において，9 月全体の平均気温より 4 月全体の平均気温のほうが高いが，それは 1994 年 4 月の異常に高い平均気温が 4 月全体の平均気温を上げていることに気づいた生徒がいる。このことから，適切な問題状況を提示することによって，生徒は外れ値に注目すると考えられる。

３．比較教材の教材案

資料の比較教材の意義や，先行研究での実践から，生徒にとって身近な文脈で，資料の比較を行わせる教材は，生徒の学習への動機付けにつながる。また，資料の比較を行う教材は，問題解決の側面を持つと考えられ，生徒に目的を達成するための観点を持たせることに繋がる。このような問題の解決，または，目的の達成を行う過程において，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）において述べられており，本研究の調査でも十分に理解できていないと判断した「分布が非対称であるときや，外れ値が存在するときは，平均値が代表値として適切ではないときがあること」を生徒に指導する必要があるだろう。以下では，中央値の導入において，外れ値のある資料と，外れ値がない資料を用いた，日本文教出版の補助教材の授業展開について述べる。

（１）学校図書室で借りた本の数に関する教材

下の図 4 - 3 内の 2 つの資料は，1 組の生徒 20 人と 2 組の生徒 20 人が 1 年間に図書室で借りた本の数を表したものである。この 2 つの資料は，日本文教出版の第 1 学年用補助教材 28 ページに載っているものである。

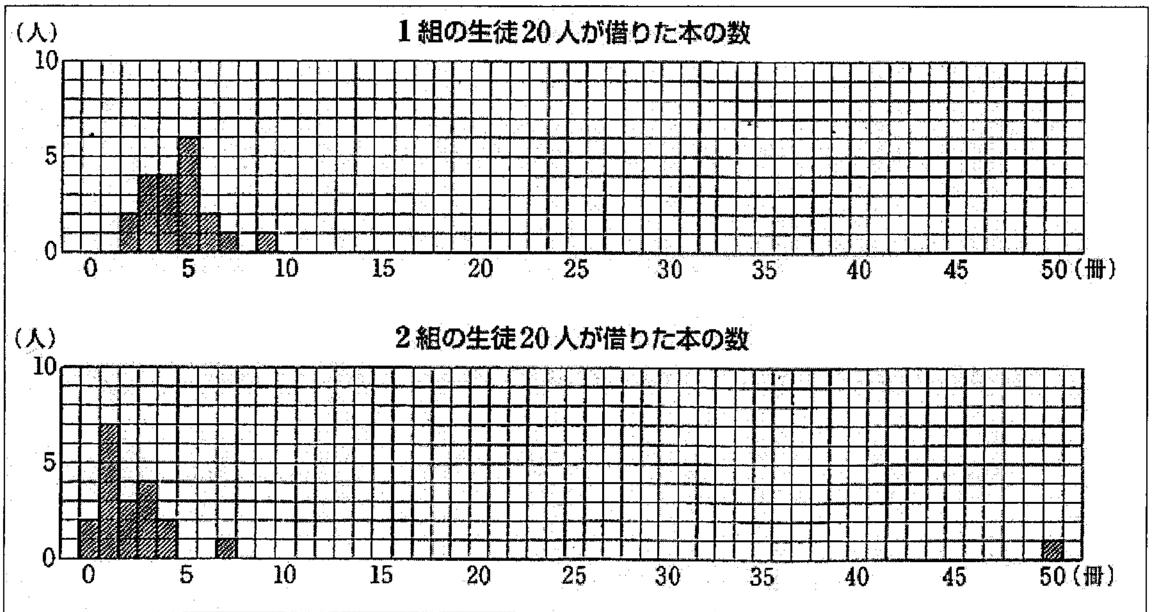


図 4 - 3　1 年間に生徒が図書館で借りた本の数（日本文教出版，2009，p.28）

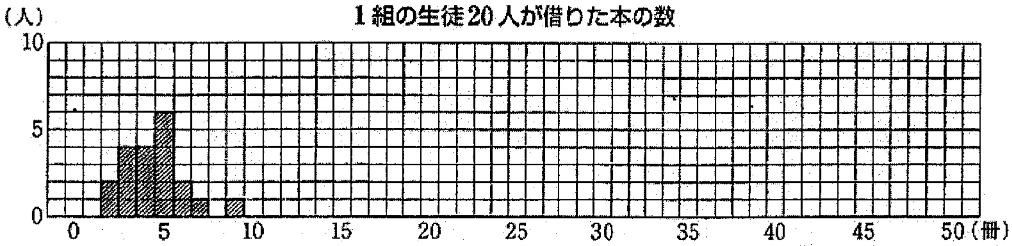
まず，2 つの資料の特徴について述べる。この 2 つの資料の平均値はどちらも

4.5 冊である。しかし，分布図をみるとわかるように，1 組の分布は，ほぼ正規分布であるのに対し，2 組の分布は 50 冊という外れ値が存在し，更に，中央が左にずれている。補助教材では，この資料を用いて，中央値の導入を行うこととなっている。以下の図 4 - 4，4 - 5 は，補助教材の 28，29 ページであり，中央値の導入における授業展開に関する箇所である。

資料を小さい順にならびかえたとき，ちょうど中央にくる値を **中央値** といいます。

平均値と中央値は，ともに，資料全体のようすを反映した代表値です。

問1 下の２つのグラフは，１組の生徒 20 人と２組の生徒 20 人が１年間に図書室で借りた本の数を表したものです。各組の生徒が借りた本の数の平均値は，どちらも 4.5 冊です。
平均値以上，すなわち５冊以上の本を借りた生徒は，各組でそれぞれ何人いますか。



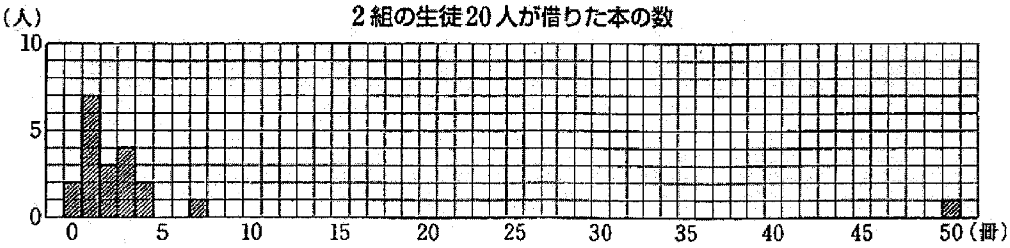


図 4 - 4　補助教材の授業展開（日本文教出版，　2009，　p.28）

例 1 図1のグラフから，1組の生徒 20 人が 1 年間に図書室で借りた本の数の中央値を求めてみましょう。

資料の総度数が偶数の場合，その中央値は，真ん中の 2 つの数値の平均値とします。

1組のグラフより，借りた本の数が少ない方から 10 人目の 4 冊と，11 人目の 5 冊の平均値 4.5 冊を中央値とします。

問 1 図1のグラフから，2組の中央値を求めなさい。

図2 図1の 2 組のグラフで，50 冊借りた 1 人を除く 19 人について，1 年間に図書室で借りた本の数の平均値と中央値を，それぞれ求めましょう。このことから，どんなことがわかりますか。

平均値には，資料の中に極端にはなれた数値があると，その数値に大きく影響を受けるという性質があります。これに対し，中央値には，はなれた数値の影響を受けにくいという性質があります。

図 4 - 5　補助教材の授業展開（日本文教出版，2009，p.29）

これらの図 4 - 4，4 - 5 から，補助教材の授業展開は，次のようになっている。まず，2 つの資料の平均値がどちらも 4.5 冊であることを生徒に伝え，平均値以上の本を借りている人数が各クラスで何人いるか数えさせる。その後，各クラスの中央値を求める。最後に，2 組の外れ値（50 冊）を除いた 19 人の平均値を求め，それと 2 組の中央値を比べる。このような一連の活動を通して，外れ値が存在すると，平均値はそれに大きく影響を受ける性質を持つが，中央値はその影響を受けにくいという性質を持つことを学習するようになっている。この授業展開の良い点として，1 つの資料内の平均値と中央値を比べることにより，平均値は外れ値の影響を受けるが，中央値はそれの影響を受けにくいことを生徒は理解できると考えられる。しかし，このような授業展開では，中央値と平均値の性質の

学習となってしまい，永田（2008）が述べているような問題解決の場面とは異なることから，実際にそれを問題解決のために活用できるのかということに疑問が残る。また，補助教材の展開では，最後の平均値と中央値を比べる際に，「学校図書室で借りた本の数」という文脈が欠如しているように思われる。文脈が欠如していることから，生徒は，極端にはなれた値（外れ値）が資料内に存在するときは，いつでも代表値として平均値ではなく中央値を用いた方が良いと認識してしまうことが考えられる。しかし，実際，それは誤った認識であり，資料の大きさによっては平均値も外れ値の影響をほとんど受けない場合や，目的によっては外れ値の影響を受けても問題がない場合がある。これらのことも生徒に認識させるためには，生徒が単に数値の比較を行うのではなく，生徒に文脈のある問題を提示し，それを解決する過程で，資料の代表値などを比較させることにより，生徒が外れ値をどのように扱えばよいかを考察することが良いと考える。

以上のことを踏まえ，以下では，「鮎釣り」に関する教材について述べる。この文脈は，生徒にとって場面が想像しやすいものであることから，学習への動機付けに繋がると考えられる。

（2）鮎釣りに関する問題

「鮎釣り」という文脈を用いて，生徒に，以下の図 4 - 6，4 - 7 で表される 2 つの資料を比較させるという教材を提案する。この教材を用いた授業の目的は，生徒に中央値や最頻値といった代表値の導入を行うことと，資料内に外れ値がある場合，平均値が代表値として適切でないときがあることを生徒に意識させることである。

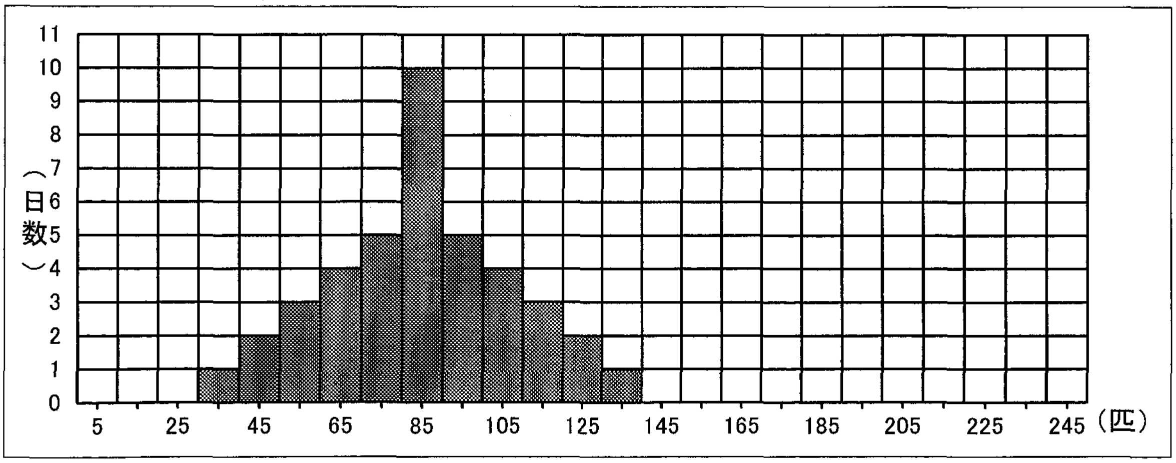


図 4 - 6　A 川で去年の 7 月 23 日から 8 月 31 の 40 日間の，1 日に釣れた鮎の数

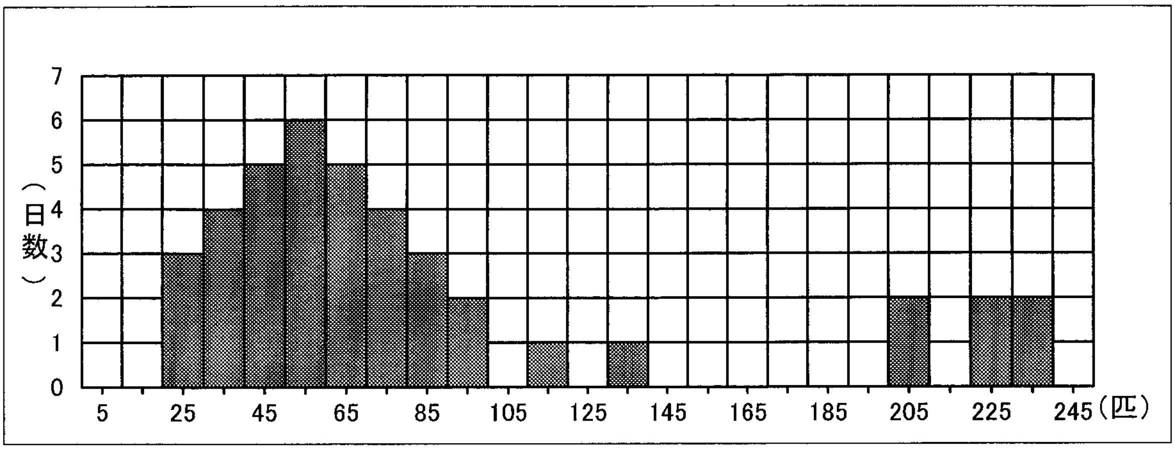


図 4 - 7　B 川で去年の 7 月 23 日から 8 月 31 の 40 日間の，1 日に釣れた鮎の数

この図 4 - 6，4 - 7 で示される 2 つの資料の特徴について述べる。図 4 - 6 の資料は，中央の度数がやや高い左右対称の分布であり，平均値，中央値，最頻値は 85 匹である。図 4 - 7 の資料は，資料内に，外れ値が存在する資料であり，平均値は 90 匹，中央値は 65 匹，最頻値は 55 匹である。

授業では，この 2 つの資料を生徒に示し，次のように問題を提示する。「この 2 つの資料は，7 月 23 日から 8 月 31 日までの 40 日間に，兵庫県内の A 川と B 川の各川でつれた鮎の数を表しているものです。もし，あなたが夏休みの 5 日間，鮎を釣りにキャンプに行くとしたら，どちらの川に行きますか。行く川と，その川を選択した理由を答えなさい。」

このような問題は，明確な答えがあるわけではないので，生徒は，「多くの鮎を釣る」目的を持ち，安定して鮎が取れるという観点や，安定はしていないようだが，非常に多くの鮎が取れるときがあるという観点などを持ち，「多くの鮎を釣る」の目的を達成するために，様々な推論を行うだろう。また，この問題提示に対し，前時の授業で，度数分布表から平均値を求める学習をしているため，生徒は平均値を求めることが予想される。そして，一部の生徒はその平均値を比べることで鮎を釣りに行く川を決定するだろうと予想される。そこで，クラス全体で議論をさせる前に，教師は，平均値を用いて鮎を釣りに行く川を選択した生徒の考えをクラス全体に提示し，この考えと異なる考え方で鮎を釣りに行く川を決定した生徒にその考え方を発表するよう求める。予想される生徒の反応として，次項のようなものが考えられる。

生徒①：「私は，A 川へ行くと思います。理由は，平均値は B 川の方が高いです。しかし，B 川は 50〜60 匹の鮎が釣れた日数が最も多く全部で 6 日ですが，A 川は 80〜90 匹の鮎が釣れた日数が最も多く 10 日もあります。だから，B 川よりも A 川に行く方が多くの鮎を釣ることができると思います。」

生徒②：「私は，A 川へ行くと思います。A 川は，分布の真ん中である 85 匹以上の鮎を釣ることができるに日数は 25 日もありますが，B 川で 1 日に 85 匹以上の鮎が釣れた日はたった 12 日しかありません。また，B 川の真ん中は 60〜70 匹くらいであり，A 川の方が安定して鮎を釣ることができると思います。」

生徒③：「1 日当たりの平均値を求めると B 川の方が少し高いけれど，A 川は 1 日に釣れる鮎の数は大きく変化していないけど，B 川は 1 日に釣れる鮎の数が大きく変化しています。B 川に行けば，5 日間のうち 1 日くらいはたくさん釣れるかもしれないけど，他の日はあまり釣れないと予想します。だから，私は A 川に行った方が，多くの鮎を釣ることができると思います。」

生徒④：「私は，B 川に行くと思います。A 川は 1 日にせいぜい 140 匹くらいしか鮎を釣ることができませんが，B 川なら 240 匹くらいの鮎を釣れる日があるからです。」

平均値で比べるという考え方をクラス全体に提示した後に，このような様々な反応をクラス全体で共有することによって，生徒は外れ値を意識すると考えられる。また，生徒は，「たくさんの鮎を釣る」という目的を達成するための観点が数多くあり，それが異なれば，どちらの川に行くのが良い選択であるか異なってくることを認識するだろう。従って，授業の目的の 1 つであった，外れ値を生徒に意識させることができ，外れ値がある場合，平均値が必ずしも代表値としてふさわしくないということを知るであろう。

また，この授業のもう 1 つの目的は，中央値と最頻値の導入であった。生徒①の反応の，資料内の数値で最も度数の多いもので比較することを取り上げ，その数値のことを，その資料の最頻値と言うこと，生徒②の反応のような，資料の真ん中の数値に注目している反応を取り上げ，その数値を資料の中央値と呼ぶこと

を生徒に指導する。また，中央値，最頻値，そして平均値をあわせて代表値と呼ぶことを指導する。

第２節　認知的葛藤の有用性とそれを取り入れた教材案

本節では，まず，認知的葛藤の有用性について述べる。その後，生徒が分布に注目するようになることを目的として，認知的葛藤を生徒に引き起こすことが可能と考えられる教材案を紹介する。

１．認知的葛藤の有用性

本項では，藤井（1989）と Watson（2007）の研究を紹介しながら，認知的葛藤の有用性について述べる。藤井（1989）は，認知的コンフリクト[注]とコンフリクトを次のように述べている。

> 「コンフリクト（conflict：葛藤）とは，一般的には，「二つ以上の対立する傾向（衝動，要求等）が，ほぼ等しい強さで同時に存在し，行動の決定が困難な状態」をいう。本研究における認知的コンフリクトとは，コンフリクトの要因が衝動や要求といった心理的なものではなく，認知的なものであり，個人の認知的シェマ内に発生した矛盾の意識化として特徴付けられるものである。すなわち，認知的コンフリクトは，相互に関連しあい，内的な整合性，一貫性を保とうとする認知的シェマを前提とし，これと矛盾する新しい情報に出会う際に生起するものである。」(p.4)

すなわち，認知的葛藤は，各個人の既有知識とは矛盾する新しい知識や情報等と出会った際に，各個人の内部で，その 2 つの共存を目指し，それらの整合性や一貫性を保とうとする際に生起するものである。そして，藤井（1989）は，認知的コンフリクトが，各個人が保持している概念的枠組みである認知的シェマの変容のきっかけとなることから，理解の深化に貢献すること，そして，それを生起させるためには,何かしらの対立する考えの提示が必要あるいは有効と述べている。

また，Watson（2007）は，3，6，9 学年の生徒 58 人を対象として，認知的葛藤の有用性に関する調査を行っている。調査の方法は，認知的葛藤を体験させる前に，調査問題 4 問を解答させ，その解答を，前章第 1 節で述べた SOLO モデル

[注]本節では，認知的葛藤と認知的コンフリクトが現れるが，認知的コンフリクトは，藤井（1989）の先行研究に関連する箇所のみであり，その他では，認知的葛藤と記述する。

を用いて，レベルごとに分類する。その後，教師 1 人と生徒 1 人のインタビューの場を設定し，そこで認知的葛藤を生徒に生起させる。その方法は，同じ問題を解答した他の生徒の解答を録画したビデオを，インタビューを受けている生徒に提示するというものである。Watson（2007）は，こうした認知的葛藤を体験した 52 人の学生のうち，約 6 割の生徒が，より高い解答レベルに分類できたと述べている。

このように，認知的葛藤を体験させることにより，理解を促進することができると考えられる。しかし，Watson（2007）では，認知的葛藤を生徒に体験させるため，教師と生徒が 1 対 1 のインタビューの状況で調査を行っており，実際の授業場面で多数の生徒に認知的葛藤を体験させることが可能であるかという問題点があると思われる。実際，Watson（2007）は，一部の調査問題では，認知的葛藤をインタビューで引き起こすよりも，教室での授業に直接介入する方が生産的であるかもしれないと示唆している。従って，次項では，授業において，多くの生徒に認知的葛藤を体験させることが可能ではないかと思われる教材を紹介する。

2．認知的葛藤を取り入れた教材案

本項では，生徒に認知的葛藤を生起させることができると考えられる教材を提案する。その教材は最頻値に関するものである。教材の文脈としては，あるクラスの生徒が週末にみたテレビの時間に関するものである。

認知的葛藤を生徒に生起させうる教材として，2 つの資料のそれぞれの最頻値から，これら 2 つの資料を 1 つの資料にまとめたとき，その 1 つにまとめられた資料の最頻値を予想するという問題を考えた。次のような問題を生徒に提示する。「あるクラスの，男子生徒 18 人が週末にみるテレビの時間の最頻値は 4 時間，女子生徒 18 人が週末にみるテレビの時間は 6 時間だった。このクラスの生徒全員の最頻値は何時間かを予想してみましょう。」このとき，具体的なヒストグラムは生徒に提示しないこととする。この問題に対する，予想される生徒の反応としては，次のようなものがある。

生徒①：「4 時間だと思います。」

生徒②：「6 時間だと思います。」

生徒③：「4 時間か 6 時間だと思います。」

生徒④：「 4 時間と 6 時間の間の 5 時間だと思います。」

このような問題に対して，生徒は，2 つの資料の最頻値のうちのどちらか，もしくはその間にある数値が全体の資料の最頻値となると予想すると思われる。実際，どちらの資料も正規分布型である場合について考えてみる。下の図 4 - 8，4 - 9 のヒストグラムは男子生徒と女子生徒のテレビの視聴時間の分布を表しているものである。

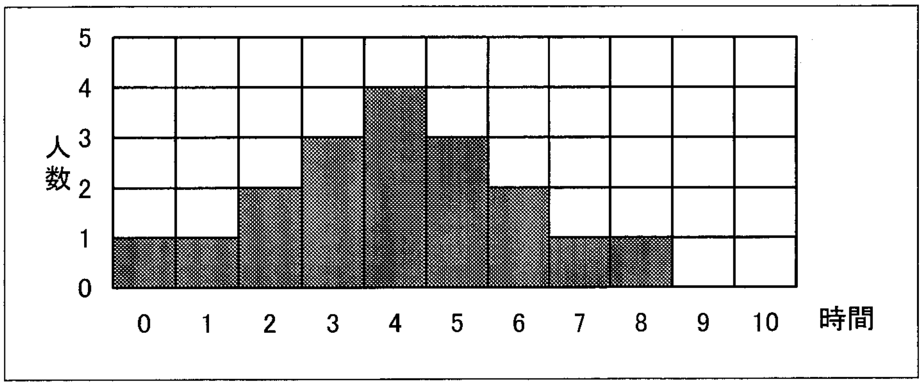


図 4 - 8 男子生徒 18 人が週末にテレビをみた時間

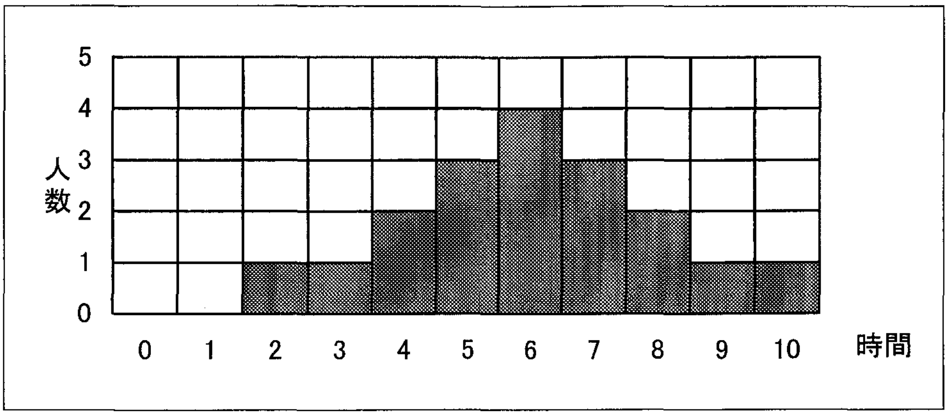


図 4 - 9 女子生徒 18 人が週末にみたテレビの時間

このような 2 つの資料の場合，この 2 つの資料を 1 つにまとめたものは以下の図 4 - 10 のようになる。

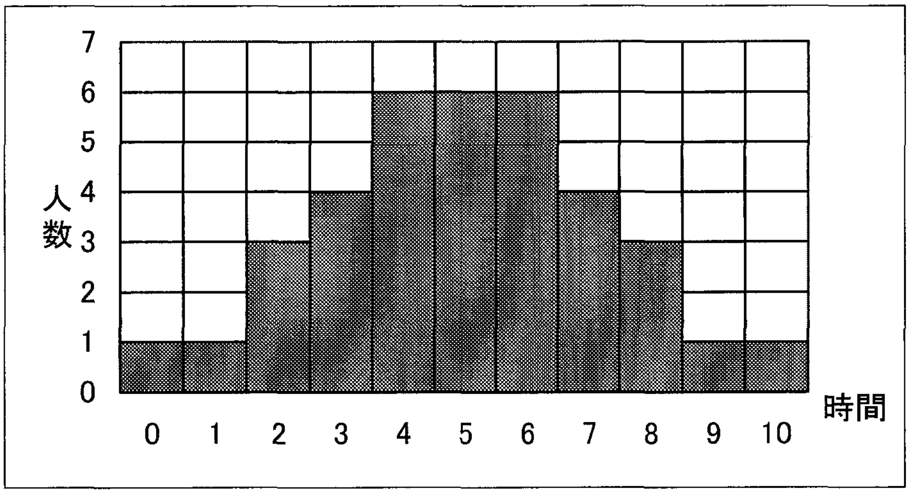


図 4 - 10 クラスの生徒 36 人が週末にみたテレビの時間

確かに，2 つの資料の分布が正規分布型であるならば，生徒の 4 時間，5 時間，6 時間といった最頻値も間違っているわけではない。しかし，分布の形によっては異なる値が最頻値となることもある。例えば，以下の図 4 - 11，4 - 12 のヒストグラムのような男子生徒と女子生徒の資料が考えられる。

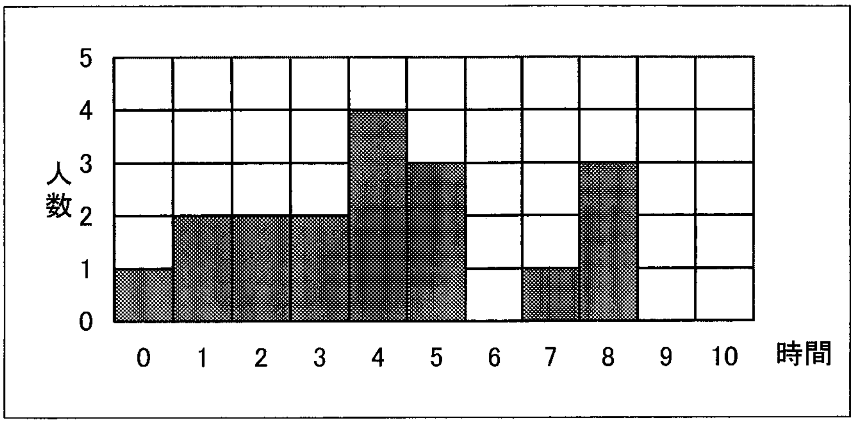


図 4 - 11 男子生徒 18 人が週末にみたテレビの時間

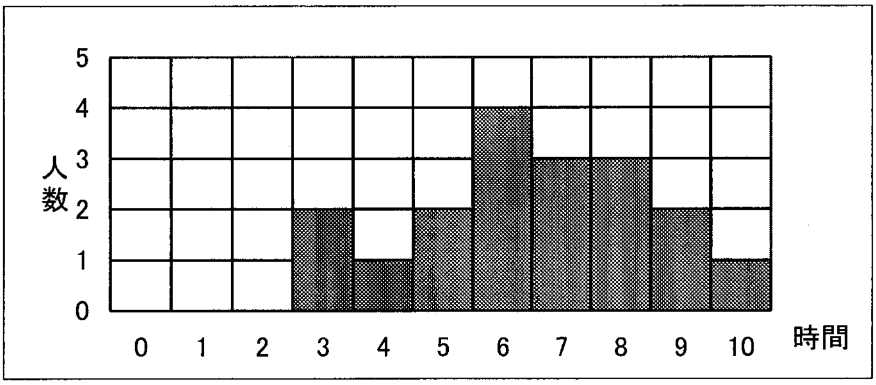


図 4 - 12 女子生徒 18 人が週末にみたテレビの時間

この 2 つの図 4 - 11，4 - 12 で表される資料をみればわかるように，男子生徒の最頻値は 4 時間であり，女子生徒の最頻値は 6 時間である。しかし，これら 2 つの資料を 1 つの資料にまとめると以下の図 4 - 13 のようなヒストグラムとなる。

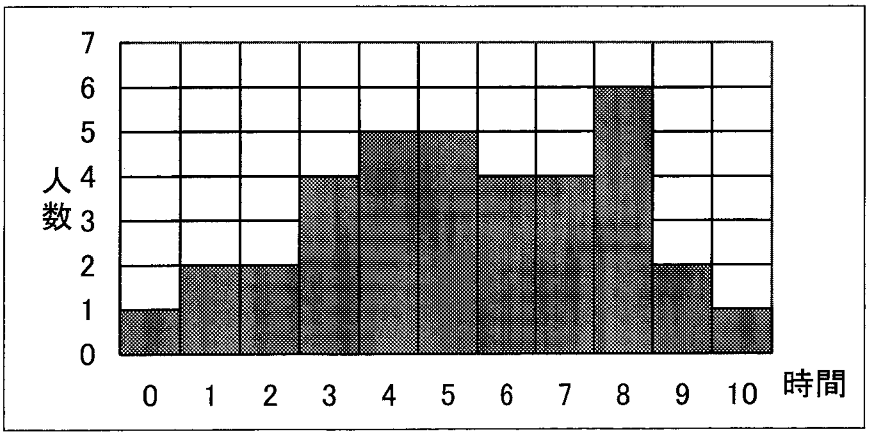


図 4 - 13 クラスの生徒 36 人が週末にみたテレビの時間

この図4‐13の資料をみればわかるように，最頻値は8時間である。このような特殊な資料を用いることにより，多くの生徒に認知的葛藤を生起させることができるのではないかと考える。

多くの生徒は，問題が与えられたとき，最頻値が資料内の最も度数の高い値であることから，全体の資料の最頻値は，男子生徒の資料内で最も度数が高い4時間か，女子生徒の資料内で最も度数が高い6時間のどちらか，もしくはその間の5時間が全体の資料においても度数が最も高くなり最頻値となると考えるだろう。しかし，そのような考え方は誤りである。この誤りは，多くの生徒が分布というものに注目していない，または，注目していても，分布の形を正規分布型として考える生徒が多いことが誤りの理由であると考える。そこで，実際にクラス全員の最頻値を求めてみると，このような，多くの生徒が既有の知識から考えた最頻値（4時間，5時間，6時間）とは異なる，8時間が最頻値になったことを生徒に伝えることによって，多くの生徒に認知的葛藤を生起させることができるのではないかと，筆者は考えた。

そして，この認知的葛藤を解決するために，生徒にグラフ用紙を配布し，最頻値が4時間と6時間の2つのヒストグラムと，それらを1つのヒストグラムにまとめると最頻値が8時間になるような3つのヒストグラムを描くように求める。すると，多くの生徒が，まず，男子生徒のテレビの視聴時間と，女子生徒のテレビの視聴時間の分布をそれぞれの最頻値を中心とした左右対称の正規分布型のヒストグラムを描き，それを足し合わせてクラス全体の分布を描くと予想される。しかし，それでは，最頻値が8時間にならないので，クラス全体の資料において最頻値が8時間になるように，いくつかのデータを置き換えるであろう。その置き換えをもとに，男子生徒と女子生徒の資料の分布を修正させる。こうした活動を通し，多くの生徒は，彼らが保持している，分布は左右対称の正規分布型であるといった誤った認識から，歪んだ分布の存在に気づくようになると考えられる。

また，生徒に提示された男子生徒，女子生徒，クラス全体の最頻値が4時間，6時間，8時間という条件だけでは分布が1つの決まった形にならないことから，生徒たちの描いた分布は，各生徒によって異なり，様々な分布がでてくるであろう。その1人1人の生徒が描いた様々なヒストグラムを，クラス全体で共有することにより，生徒たちは，より多くの分布の形があることに気づくのではないかと考えた。それにより，この学習の後も，資料の分布というものに注目していくのではないかと考えた。

第５章

本研究のまとめと今後の課題

本章では，　第１章第２節で述べた本研究の目的を踏まえて、各章のまとめと，全体的なまとめを行う。その後，今後の課題について述べる。

本章の構成は以下の通りである。

第１節　本研究のまとめ

　１．各章のまとめ

　２．全体的なまとめ

第２節　今後の課題

第1節　本研究のまとめ

本研究の目的は，第 1 章第 2 節で述べたように，「外れ値があるときや，分布が非対称であるときは代表値として平均値が適切ではない場面があり，そのようなときには，最頻値や中央値を用いるということを生徒に指導するための教材や指導法について考察すること」であった。これを踏まえ，本節では，第 2 章から第 4 章のまとめと，全体的なまとめを行う。

1．各章のまとめ

第 2 章では，戦後の中学校学習指導要領から，2008 年に告示された中学校学習指導要領における統計教材の変遷について述べた。

第 1 節では，戦後から 2008 年までの間に告示された中学校学習指導要領における統計教材の目標，学習内容，用語・記号を表にまとめ，中学校学習指導書・数学編や，中学校学習指導要領解説・数学編などに触れながら，学習内容がどのように推移していったかについて述べた。

第 2 節では，戦後から 2008 年までの間に告示された中学校学習指導要領における統計教材の中の代表値に焦点を当て，それの目標，学習内容，用語・記号を表にまとめ，中学校学習指導書・数学編，中学校学習指導要領解説・数学編などを参考に，学習内容について述べた。また，学問的な観点と，教育的な観点から代表値を学習することに，どのような意義があるかについて述べた。

第 3 章では，代表値に関する理解の実態ということから，先行研究における，オーストラリアの生徒の代表値（average）の理解の実態と，本研究で行った，日本の大学生を対象とした調査について述べた。

第 1 節では，Watson & Moritz（1999a）における調査について述べた。調査問題は，average という単語に関する理解，平均値としての average の関係的な理解，中央値に関する理解に関するものであった。調査結果から，オーストラリアの生徒は，平均値の関係的な理解ができていないこと，また，中央値を学習した生徒であっても，それの定義を理解できていないことが指摘されていた。これから，代表値（average）について理解することは，生徒にとって難しいことであるかもしれないと述べられていた。

第 2 節では，第 1 節で述べた，調査をもとに行った，大学生を対象とした調査について述べた。調査問題では，外れ値があり，中央が左にずれ，右方向に伸び

について述べた。調査問題では，外れ値があり，中央が左にずれ，右方向に伸びている分布を学生に提示し，学生がどのような代表値を選択するかを調査した。結果は，単純に平均値を求める学生が6割を超えており，学習指導要領において生徒に理解させることが求められていると考えられる，外れ値がある場合や分布の形が非対称の場合は平均値ではなく最頻値や中央値を用いるということを，大学生は理解できていないことがわかった。

第4章では，第3章で得た示唆から，資料の比較を行わせる教材案と，認知的葛藤を取り入れた教材案について述べた。

第1節では，資料の比較を用いた教材の有用性について述べ，海外の先行研究において行われている，資料の比較を行わせる授業実践を紹介した。その後，それらをもとに，資料を比較させる教材の例として，「鮎釣り」という文脈を用いた教材提案を行った。

第2節では，藤井（1989）と Watson（2007）において述べられている認知的葛藤の有用性について述べ，Watson（2007）の調査を紹介した。その後，認知的葛藤を生徒に引き起こすことが可能であると思われる教材を提案した。

2．全体的なまとめ

第1章第2節でも述べたように，本研究の目的は，中学校学習指導要領解説・数学編（2008b）において述べられている，外れ値があるときや，分布が非対称であるときは代表値として平均値が適切ではない場面があり，そのようなときには，最頻値や中央値を用いるということを生徒に指導するための教材や指導法について考察することであった。

本研究を通して，筆者は以下のような見解を得た。

1．　代表値とは，資料の特徴を数値で表すためのものであるが，調査から，大学生の多くは，代表値を決定する際に，分布の形や外れ値に注目をすることなく，単純に平均値を求めることがわかった。このことから，分布の形や外れ値の存在というものに注目させるような学習活動を行う必要があること。

2．　生徒に資料の比較を行わせることは，彼らの学習への動機付けになると予想される。また，資料の比較を行わせる際に，適切な文脈を設定し，生徒に現実的な目的を持たせることによって，彼らは目的を達成するための観点を持ち，資料の比較を行うことが予想されること。

3．　生徒に認知的葛藤を引き起こすことは，理解の深化に繋がることが先行研究からわかった。また，Watson（2007）の論文の調査問題で用いられている，2つの資料の平均値から，それら2つの資料を1つの資料とみなし，それの平均値を求めるという，重み付け平均の問題や，2つの資料の最頻値から，その2つの資料を1つの資料とみなし，それの最頻値を求めるという問題などは，生徒が誤ったアルゴリズムを行うことが予測されるためそれらは，認知的葛藤を生徒に引き起こすことが可能な教材となりうること。

第2節　今後の課題

本研究では，外れ値がある場合や，分布の形が非対称である場合は，代表値として平均値が適切ではない場面があり，そのような場合には，最頻値や中央値を代表値として用いることを生徒に指導するための教材や指導法について提案を行った。その結果として，生徒に資料を比較させる教材と，認知的葛藤を引き起こすことが可能であるかもしれない教材の2つを提案することができた。

今後の課題としては，これらの教材を実践で使用することと考えている。資料の比較を行わせる教材については，資料の大きさはどの程度が適当であるか，問題の文脈はどのようなものが良いか，といったことについて検証を行いたいと考えている。生徒に認知的葛藤を引き起こすような教材については，生徒に認知的葛藤を引き起こすことができたのか授業後に感想を書かせることを通して確認を行う必要があると考えている。そして，それを引き起こすには，教師の発言，本論分で紹介したような異なる解答の提示，自分の意見とは異なる他の生徒の意見の提示など様々な方法が考えられるが，どのような方法が有効であるか検証する必要も感じている。

おわりに

本研究では，統計教材の代表値について考察を行った。研究を行うに連れて，統計教育の重要性を強く感じることができたため，学校現場に出た際，進んで統計の授業を行いたいと考える。しかし，現場の教員の方々は，統計を進んで指導しようとするだろうか。勝手な想像ではあるが，「中央値は資料の真ん中の値で，最頻値は資料内の度数が最も高い値のことです。では，次の問題で，それらを求める練習をしましょう。」のような指導を行う教員は少なくないと考える。その要因の 1 つとして，統計は数学とは異なり，答えが 1 つに決定できないことが考える。生データからヒストグラムを完成させる，ヒストグラムから，平均値，中央値，最頻値を求めるといった「資料の整理」は答えが 1 つに決定されるが，それを活用し判断するという「資料の活用」になると答えは 1 つではなく，目的によって変化するため学習のまとめを複雑にすることが予想され，その複雑性から「資料の活用」の学習を避けて通ってしまう教員もいるだろう。従って，このことを解決するような教材などについて考案することも必要ではないかと考える。学校現場に出た際には，本研究で考案した教材が，これの解決に繋がらないか検証を行いたいと考えている。

最後になりましたが，本研究を進めるにあたり，丁寧な指導をしてくださいました﨑谷眞也先生に，心からお礼申し上げます。特に，第 29 回全国数学教育学会の発表資料の作成において，どのように作成してよいかわからず，作成が遅れていた私のために，お時間を取ってくださり，指導して頂いたときなどは，先生の教員としての暖かさに触れることができました。この場を借りて，今一度感謝の意を示したいと思います。また，様々な機会で，研究への示唆を与えてくださいました，國岡髙宏先生，加藤久恵先生，濱中裕明先生をはじめ，数学教室の先生方に深く感謝いたします。さらに，セミナーなどで，様々な意見やアドバイスを下さりました﨑谷ゼミの方々や，他の院生の方々にも深く感謝申し上げます。また，調査に参加してくださった兵庫教育大学の学部生の方々にも，この場を借りて感謝申し上げます。2 年間という短い期間ではありましたが，兵庫教育大学大学院での研究活動を通して，多くのことを学ぶことができ，それらを修士論文としてまとめることができました。2 年間，本当にありがとうございました。

2009 年 12 月 21 日

引用・参考文献

【欧文】

Biggs, J.B., & Collis, K.F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.

Biggs, J.B., & Collis, K.F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behavior. In H.A.H. Rowe(Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement* (pp. 57-76). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Groth, R. E. (2005). An investigation of statistical thinking in two different contexts: Detecting a signal in a noisy process and determining a typical value, *Journal of Mathematical Behavior, 24 (2)*, 109-124.

Konold, C., & Pollatsek, A., (2002). Data analysis as the search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*, 259-289.

Lehrer, R., Kim, M. J., & Schauble, L. (2007). Supporting the development of conceptions of statistics by engaging students in measuring and modeling variability. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12 (3)*, 195-216.

McGatha, M., Cobb, P., & McClain, K. (2002). In An analysis of students' initial statistical understandings: developing a conjectured learning trajectory, *Journal of Mathematical Behavior, 21,* 339-355.

Mokros, J., & Russell, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education, 26(1)*, 20-39.

Susan, F. N., Frances, C. R., & George, B. W. (2001). Making Sense of Graphs : Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal for Research in Mathematics Education, 32(2),* 124-158.

The Tasmanian Curriculum Mathematics–numeracy. 参照日：2009年12月21日， 参照先：http://www.education.tas.gov.au/curriculum/standards/maths

Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1999a). The Development of Concepts of Average. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21(4),* 15-39

Watson, J. M., & Moritz, J. B. (1999b). THE BEGINNING OF STATISTICAL

INFERENCE: COMPARING TWO DATA SETS. *Educational Studies in Mathematics*, *37*, 145-168.

Watson, M., (2007). The role of cognitive conflict in developing students' understanding of average. *Educational Studies in Mathematics*, *65*, 21-47.

Watson, J. M. (2002). Inferential reasoning and the influence of cognitive conflict. *Educational Studies in Mathematics, 51(3)*, 225-256.

【和文】

阿部浩一.(1980). 教育大学教科教育講座第5巻　算数・数学科教育の理論と展開. 第一法規出版株式会社.

阿部浩一, 井石隆, 大野清四郎, 古藤怜, 中野昇. (1978). 新・中学校数学指導講座 第6巻 確率・統計. 金子書房.

岡田泰栄.(1981). 平均値の統計. 共立出版.

川口廷, 中島健三, 中野昇, 原弘道.(1970). 算数教育現代化全集(8). 金子書房.

熊倉啓之.(2008). 「新学習指導要領の特徴とそれをいかす指導」. 日本数学教育学会誌, 第90巻 第7号, 18 - 26.

小池徳男.(2008). 中学校「資料の活用」のカリキュラム開発に関する研究 - 代表値を「まんなか」から分化することを通して - . 第41回数学教育論文発表会論文資料集, 729 - 734.

佐藤寿仁.(2009). 中学校「資料の活用」の学習指導の開発研究. 第42回数学教育論文発表会論文資料集, 379 - 384.

正田寛.(1989). 中学校新教育課程の解説（数学）. 第一法規出版.

正田寛, 大野勝寛. (1989). 改訂 中学校学習指導要領の展開 数学科編. 明治図書.

新興出版社啓林館.(2009). 未来へひろがる 数学1 第1学年補助教材.

総務省.(2009). 平成20年通信利用動向調査の結果（概要）. 参照日：2009年12月21日, 参照先：報道資料一覧：
http://www.soumu.go.jp/main_content/000016027.pdf

日本数学教育会.(1967). 確率・統計とその指導（中学校）. 明治図書出版.

日本文教出版.(2009). 中学数学1 第1学年補助教材.

辰巳千昭.(1967). 「指導編 II 第1章 記述統計」. 日本数学教育学会編「確立・統計とその指導 中学校編」, 75 - 106.

玉木和之. (1977). 新学習指導要領の解説と展開. 新数社.

中野昇. (1966). 小・中学校における統計教育. 統計と教育, 第 101 号. 3 - 8.

中村紀久二. (1991). 文部省 学習指導書 第 8 巻 算数（数学）編（2). 大空社.

永田潤一郎. (2008). 「新しい中学校学習指導要領が目指す数学教育」. 日本数学教育学会誌, 第 90 巻 第 5 号, 14-22.

二宮裕之. (2002). 「わが国の統計教育 - 歴史・現在、そして今後の課題 - 」. 数学教育論文発表会論文集 35, 154 - 160.

広田すみれ. (2005). 読む統計学使う時計学. 慶應義塾大学出版会.

PISA 調査・TIMSS 調査の公開問題例. (2005). PISA 調査（数学的リテラシー）の公開問題例. 参照日：2009 年 12 月 21 日, 参照先：報道資料一覧：http://www.ocec.ne.jp/linksyu/pisatimss/sugakuriterasi.pdf

福森信夫. (1977). 中学校新教育課程の解説（数学）. 第一法規出版.

藤井斉亮. (1989). 認知的コンフリクトによる理解の分析と評価 - 方程式・不等式を具体的題材として - . 日本数学教育学会誌, 第 71 巻, 3 - 31.

松元新一郎. (2008). 「資料の活用」の趣旨を生かした指導のあり方と今後の課題. 日本数学教育学会誌, 第 90 巻 第 9 号, 46-55.

宮本昌範.(2009a). アベレージの理解に関する考察. 全国数学教育学会第 29 回研究発表大会発表資料.

宮本昌範.(2009b). 代表値に関する大学生の実態. 第 42 回数学教育論文発表会論文資料集（口頭発表の部）, 日本数学教育学会, 905 - 906.

文部科学省. (2008a). 中学校学習指導要領.

文部科学省. (2008b). 中学校学習指導要領解説・数学編.

文部省. (1947). 中学校学習指導要領.

文部省. (1951). 中学校学習指導要領.

文部省. (1958). 中学校学習指導要領.

文部省. (1959). 中学校数学指導書. 明治図書出版株式会社.

文部省. (1969). 中学校学習指導要領.

文部省. (1970). 中学校指導書・数学編. 大阪書籍株式会社.

文部省. (1977). 中学校学習指導要領.

文部省. (1991). 学習指導書 第 8 巻 算数(数学)編(2). 大空社.

文部省. (1998). 中学校学習指導要領.

大学生を対象とした調査での解答数値と解答理由の一覧

	数値	理由
平均値	25	15 人の月給平均
	25	平均が 25 万なので 25 だと思います。
	25	平均値
	25	月給平均
	25	平均値
	25	平均値です。
	25	15 人の月給の平均は 25 万円だから
	25	社員 15 人の月給の平均を計算すると 25 になるので、この資料の特徴を平均の数値と考えて 25 になった。
	25	従業員の月給の平均値
	25	15 人の月給の平均を出しました。
	25…？	平均の値だから
	25	15 人の月給を合計して平均すると 25 となるので数値は 25 である
	25	この中の月給の平均であるからです。
	25	わからなかったのでとりあえず平均値を出してみました。
	25	「代表させる」＝「平均の値」と捉えたから。
	25	15 人の平均を求めると 25 になったから
	25	15 人の月給を足し、15 で割った。平均を出した。
	25	平均値をとった。
	25	15 人の従業員の月給をたし、それを 15 でわって平均を出した。
	25	15 人の月給の平均だから。
	25	全ての従業員の月給をたして 15 でわった値が平均で代表の数値として最も適当だと考えたから。
	25	15 人の月給を平均して 25 万円になるので数値は 25 である。
	25	全員の平均を出しました。
	25	15 人の月給の平均だから。
	25	15 人の月給の平均だから。
	25	15 人分の月給の平均が代表する数値だと考えたから。

平均値	25	15人の月給の平均だから。
	25	15人の月給の和を出しそれを15で割って、15人の月給の平均を出した。一人当たり平均25万円。
	25	この会社に所属する15人の平均月給。
	25	従業員の給料の平均だから。
	21	平均の値にいちばん近いから。(計算間違いをしたようです)
	24	15人の平均値に近いから。
	24	平均が23.8万円でそれに最も近い数値。(計算間違い)
外れ値を除いた平均値	21	1人だけとびぬけて88万円という給料をもらっているのでその人を除く14名で平均を出す。四捨五入すると21になり、それがこの資料の特徴であると考えた。
	21	おそらく、だいたいの平均は21であって、88という数値はトップの人の月給なので、それを除いてのその他の14人の平均が分かることで、この会社の規模や経営状況がわかると思うからです。
	20.5	代表を平均とすると25万円になる。しかし、88万円と平均値25万円は差がありすぎるため、88万円を除外した時の平均値20.5万円が一般的な平均値だと考える。
	20.7	一番下の人と、一番上の人の月給をぬいた残りの13人の人の平均をした
最頻値	18	18万円の従業員が15人中4人いる(最多)ので
	18	一番人数が多くて代表的だと思いました。
	18	代表ということなので一番多い「18」。
	18	一番人数が多いから
	18	上は88万円と高額な人もいるのだが、18万の人が一番多くいるので、代表させるとしたら大人数の18万円だと考える。
	18	88以外の14人で平均を取ると20ぐらいになりますが、代表と考えるなら数の多い18だと思います。
	18	この数値全体の平均値は25だが、1人が88という数値で大きく平均値を上げている。よって、4人が同じである18が代表値である。
	21	平均で出すと、88万円の人が飛び出しすぎているので、88万円の人以外をみて、平均的かつ人数も多い21.

中央値	21		この数値は、15個の数値における中央値であり、最頻値でないながらも、2番目に頻度が高いと考えました。全体の平均値を算出しなかった理由は、「88」という全体からみた場合に外れ値と予想されるものがあったからです。
最高値	88		1人だけ、最高位の約5倍の給料をもらっているため、従業員ではなく、社長なのかと考えた。
	88		1人だけ優遇されすぎ…。
複数解答	生徒①	25	15人の月給の平均値であるから
		17	一番小さい値が最低賃金または新入社員の月給と考える
		20.5	88という値はほかの14個の値と比べ3～5倍になっているので、88は除外し、残りの14個の値の平均値をとったとき。
		18	15人の中での一番人数の割合が多いから(15人中4人)
	生徒②	17	初任給がおそらく17万円で、年功序列と考える。88万円は社長！やはり、初任給が大事だから…。
		25.1	全部の平均
	生徒③	35.5	17と88の間の数字
		25.1	平均値
	生徒④	25	15人の従業員の月給の平均を出す
		18	18万円の人が一番多いから
その他	10		全員が10万円以上の月給をもらっているから。
	2		平均の25万円より超えている人の人数
	20		全体的に20前後の数が集まっており、きりがよくてわかりやすい。