平成１９年度

学位論文

音楽認識の数学的構造とその音楽科教育への応用

兵庫教育大学大学院学校教育研究科

教科・領域教育学専攻

芸術系コース（音楽）

Ｍ０６２５４Ｈ

松下　行馬

目　次

序章　研究の目的と方法

第１節　問題の所在

１．音楽科における問題

現行の小学校音楽科の教科書を開いてみると，西洋音楽は勿論，日本の伝統音楽，世界の諸民族の音楽，さらには現代音楽と，様々な様式の音楽が教材として取り上げられている。勿論，以前から「日本の民謡とわらべうた」，「日本の音楽と楽器」「世界の民謡と子どもの歌」，「世界のいろいろな民俗楽器」といった形で西洋音楽以外の音楽も教科書で取り上げられていたが，平成元年の学習指導要領の改訂で共通鑑賞教材が示されなくなったり，「音楽をつくって表現できるようにする」という項目が入ったりしたことによって，それまで以上に西洋音楽以外の音楽にも目が向けられるようになってきている。

一方，学校週５日制の完全実施に伴う時数削減によって，音楽科の１時間１時間の授業の大切さは益々増している。その状況の中で特に叫ばれていることが音楽の“基礎・基本”の定着を図る授業づくりである。しかし，“基礎・基本”が指し示す内容と言うと，リズム感，フレーズ感，ハーモニー感，さらには読譜といった，西洋音楽の様式の枠組みで考えられている場合が多い。そして，それ以外の音楽は，「こんな音楽もあるのだよ」と，依然特別扱いされているというのが現状と言っても過言ではない。

だが，子どもにとって，西洋音楽の様式は受け入れやすいものではない。拍の流れを感じ取って演奏すること，正しい音高（ピッチ）で歌うこと，さらには五線譜を読むことで苦労する子どもはたくさんいる。そして，それが原因で音楽が嫌いになっていく子どもも，決して少なくない。

しかし，西洋音楽から離れてみると，拍のない音楽，音高が確定的でない音

楽，五線譜を使わない（五線譜で表せない）音楽は，珍しいものではない。そして，もしそのような音楽が教材となっていたならば，拍の流れを感じ取ることができない，正しい音高で歌えない，五線譜が読めないといった技能的な困難さを感じずに学習活動に参加することが可能となる。ただ残念なことに，せっかくたくさんの西洋音楽以外の音楽が取り上げられるようになっても，このように子どもの音楽的な能力と結び付けて教材化されることは，あまりないというのが現状であり，問題点である。そして，西洋音楽以外の音楽も，西洋音楽と同等のものとして音楽科のカリキュラムの中に位置付け，その上で様式の異なる音楽同士の結び付きを考えてカリキュラムを構成していくことが音楽科の課題の１つだと言える。

２．音楽科を取り巻く問題

ところで，カリキュラムをどう構成していけばよいかは，音楽科が教科として存在しているからこそ起こってくる問題だが，昨今，学力低下の克服，小学校における英語科の導入といった教育上の課題が論議される中で，音楽科の存亡に関わる発言も聞かれる[1]。

勿論，音楽科の教育的意義を主張する者も多い。特にいじめの問題や続発する傷ましい事件などから，心の教育のさらなる充実が求められているが，その中で音楽科が果たす役割は大きいと訴える者も少なくない[2]。

ただ残念なことに，そのような意見も，音楽科を必要と考えていない者に対して持論の再考を促すほど説得力もったものとはなっていない。

---

[1] 例えば，梶田叡一は，平成 17 年（2005 年） 9 月 15 日開催の中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会（第 26 回（第３期 12 回）で，「登校から下校までの時間は限られ，授業時数は３０時間だとすると，その中に入れられるものはいいけれど，入れないものについても考えないといけない。新しい内容を教科の中にどう組み込むかについて，各教科の専門部会に議論してもらいつつ，今入っているこの内容はもう入れないということを素案として出さなければならないのではないか。この点に関して，家庭科や技術科などについてはいろいろな議論があるし，音楽や図工，美術についても，一部では選択制にしてはどうかというような話もある。」と発言している（インターネット上の公開議事録（http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/siryo/004/05111602.htm）及び『教育新聞』平成 17 年（2005 年） 9 月 22 日より）。

[2] 例えば西園芳信は，「科学の知」と「芸術の知」の能力のバランスの大切さをもとに，音楽科の必要性を論じている。西園芳信（2005）『小学校音楽科カリキュラム構成に関する教育実践学的研究』風間書房，pp.49-52.

音楽科に対して否定的な態度をとる者は，逆に言えば国語科や算数・数学科などを重要視していると言えるだろう。それを考慮するならば，「音楽科は国語や算数・数学科などでは育てられない力を身に付けさせることができる」ということを主張するだけでは，双方の間の溝は深まるばかりであろう。むしろ，国語や算数・数学科などで育てようとする力と音楽科が育てようとしていう力がどう関連し合っているかを客観的に示していくことによって，音楽科の意義が見直されていくのではないであろうか。

音楽科というと，感性，あるいは情操教育という面ばかりが強調されてきたが，それ以外の面に目を向けていくこともまた，音楽科の課題の１つと言える。

第２節　研究の目的

本研究の目的は，音楽認識の数学的構造を考察することによって次のことを明らかにし，小学校音楽科のカリキュラム構成を行うことである。

①子どもの音楽認識の発達的様相。

②子どもの音楽認識の発達的様相と音楽の諸様式との関連性。

③音楽認識と他の認識との関連性。

以下，音楽認識の数学的構造を考察することについて，その意味するところを述べる。

１．音楽認識について

本論文では，音楽認識を「音楽についての，その構成要素の弁別から生成される構造化された認識」という概念で用いる。

ここで押さえておきたいことは，なぜ知覚や認知ではなく認識ということばを用いているかである。村尾は「知覚は音楽のなかの構成要素，例えば音の高低，音量，音色，和音などの弁別においてよく使われる概念で，認知のほうは感覚的に知覚されたものを情報として組織化し，構造的に把握するような場合の概念」[3]と述べており，殊に認知の方は，先の音楽認識の定義と同じある。

では何が違うのかというと，知覚や認知の主体は，基本的には個人である。

---

[3] 村尾忠廣（2004）「音楽の知覚」，日本音楽教育学会編『日本音楽教育事典』音楽之友社所収，pp.176-177.

また，個人においては音楽の構成要素の弁別，組織化，構造的な把握，すなわち構造化の様相も年齢や音楽経験によって発達，すなわち変化していく，つまり知覚や認知は，どちらかというと動的なものである。

但しその中には，「弁別できなかったことができるようになる」といったような，優劣の考え方が内在しているように感じられる。一方，例えば拍構造をもたない音楽があるように，音楽の構成要素の弁別，組織化，構造化は，様々なレベルがあり，どのレベルにおいても音楽は成立し得る，つまり完結した，静的なものでもある。そして，西洋音楽が日本民謡よりも優れているということが決して言えないのと同じように，音楽の構成要素の弁別，組織化，構造化のレベルの違いと音楽的価値とは，基本的には無関係なのである。

また，音楽の構成要素の弁別，組織化，構造化の違いは，個人単位ばかりではなく，民族単位で成立している場合もある。世界の諸民族の音楽における様式の違いは，まさしくそれが反映されたものと言えよう。つまり，音楽認識と音楽様式は，表裏一体のものなのである。

以上が，本論文で音楽認識ということばを用いる理由である。そして，知覚，認知との違いをより明確にするために，音楽認識を次のように改めて定義する。

子どもの音楽的能力の発達のプロセスにみられる，また世界の諸民族の音楽における様式に反映されている音楽についての，その構成要素の弁別から生成される構造化された認識。

２．数学的構造について

数学的構造とは，１９３０年代に結成されたフランスの数学者集団ブルバキが用いたアイデアで，一口に言えば，集合を構成する各々の要素の間に関係性が導入したものである。

ブルバキは，大小関係を抽象化した順序構造，距離の概念，すなわち遠近関係を抽象化した位相構造，そして，例えば整数同士を足したものは必ず整数になるといった代数的関係を抽象化した代数的構造の３つを母構造と呼び，それらをもとに数学全体を体系化しようと試みた。

ところで音楽は，音の集合からなり，音同士の間に関係性が導入されることによって成り立っている。その意味で，数学的構造は音楽とも深い関係があると考えられる。実際，音の高低，強弱には順序構造を，音の長さや高さには位相構造を，そして旋律の移調，リズムの拡大・縮小には代数的構造を見出すこ

とができる。そして，音楽の構成要素なり楽曲の成り立ちなり，そこに数学的構造が見出されたなら，数学の定義や定理を音楽に適用することができると考えられるのである。

3．数学を用いることの意義

音楽科は，教師の音楽観，音楽経験が反映されやすい教科である。しかし，例えば「子どもがどのようなプロセスを経て音楽の諸能力を身に付けていくか」のように事実を問題にする場合，教師の主観や先入観のみによって議論されるべきことではなく，客観的な指標のもとで把握されるべきことである。

数学を用いる第一の理由は，そのための指標を極めて高い客観性とともに示すことができるからである。その指標は，論理の積み重ねによって得られ，音楽観や音楽経験がどうであれ，同じ手続きを踏めば誰もが共有することができる。

数学を用いる第二の理由は，そこから得られた結果が普遍的で，かつそこから多くの情報を得られるからである。

例えば統計的な手法の場合，ある集団での結果が，他の集団には条件が異なるために適用できないということがある。また，全体的な傾向はつかめるものの，個人のレベルになると，平均と比べてどうであるという情報しか得られない場合が多い。

これに対して数学の場合，結果はあくまでも論理の積み重ねによって得られるものであり，それは対象が誰であるかによって変わることはない。音楽科教育への応用を考えた場合，その結果は，基本的にはどの子どもに対しても該当するものとなる。また，受け持っている子どもが今どのような段階で，どのような指導が必要かという情報を得ることができる[4]。

音楽科では，まず「自分がどう思ったか」「自分がどう表現したいか」といった，主観的なことが大事にされる。それはとても大切なことであるのだが，今の音楽科が置かれている状況を考えると，何かを客観的に明確に示していくこ

---

[4] 勿論，数学から導き出された結果が，実際の子どものようすと合致しているかどうかを，統計によって確かめることは大切なことである。本研究でも，統計的なデータによって，数学から導き出された結果の妥当性を必要に応じて検討していく。

とも，必要なことだと言える。本研究で数学を用いる意義は，まさにここにある。そして，このことが，感性教育，情操教育とは異なった，音楽科の存在価値を示していくことに繋がっていくと考えられる。

第３節　先行研究

音楽認識を数学的に考察した本格的な研究は，ほとんど見られないが，本研究に関わる先行研究としては，子どもの認識の発達と数学との関係を見出したピアジェの研究，ピアジェ理論の音楽的発達への応用，及び音楽科教育と数学との関連性についての研究がある。以下，それぞれの研究について取り上げる。

１．ピアジェの研究

子どもの認識の発達に関するピアジェの研究は，空間概念，時間概念，数概念をはじめ，多岐にわたっているが，それを支えているのが保存性の概念である。保存性の概念は，ピアジェ理論を音楽的発達に応用する際にも重要な役割を果たしているので，ここでは保存性の概念に焦点をあてながらピアジェの研究を取り上げる。

(1)保存性

保存性は，ピアジェ理論の中で最も有名な概念である。これは，「対象の形や配置状態を変えたり分割したりして，それらの外観を変化させても，その対象の数量は一定したままであることの確信」[5]のことである。例えば，図１のａのように白と黒のおはじきが同じ数だけ揃えて並べられているとする[6]。これを図１のｂのように白いおはじきの間隔を広げると，保存性の概念が獲得されていない子どもは，白いおはじきの両端が黒いおはじきの両端よりも外にあることのみに着目し，白いおはじきが多いと答える。しかし，保存性の概念が獲得されると，白いおはじきと黒いおはじきの数は変化していないこと，そして白いおはじきの間隔を狭めることによって元の状態に戻ることに着目して，ｂの状態でも，白と黒のおはじきの数は同じであることを認識する。

---

[5] 滝沢武久（1995）「保存性」，岡本夏木，清水御代明，村井潤一監修『発達心理学辞典』ミネルヴァ書房所収，p.632.
[6] 中垣啓（1982）「発達と学習」，波多野完治監修『ピアジェの発生的心理学』国土社所収，p.51.

前者のように特定の視点のみで物事を捉えることを「中心化」，後者のように幅広い視点に立って物事を捉えることを「脱中心化」と言い，「脱中心化」によって保存性の概念の獲得されるのである。ピアジェは，子どもの認識の発達を，「感覚運動期」，「前操作期」，「具体的操作期」，「形式的操作期」の４つの段階に分けて考えているが，保存性の概念が獲得されるのは，７歳頃から１１歳ぐらいの「具体的操作期」としている。

a　　　　　　　　b

図１

⑵保存性の概念と操作の数学的構造

保存性の概念は，操作，すなわち「１つの一貫した体系の中で相互に協応し合う可逆的な内的活動」[7]と結びついている。

可逆的とは，ある操作に対してそれとは逆の操作が存在するということである。そして，対象に対して１つの操作とそれに対応する逆操作を続けて行うと，対象は元の状態に戻るという性質をもつ。可逆的な操作は，例えばコップを割るという操作のように，対象を全く別のものに変化させてしまうことはない。

このような操作には，例えば図１におけるおはじきの数のように，対象のある性質を変えないという性質が備わっている。ピアジェのことばで言えば，「ある操作的変換は必ず，あるなにか不変なものと相対関係にあり，ある諸変換の体系のこうした不変物」[8]を認識できるようになることが，保存性の概念の獲得なのである。

ところで，可逆的な操作は，群という数学的構造がモデルとなっている。一方，ピアジェ自身は，直接は述べていないが，コップを割るという操作は，モノイドという数学的構造をなしている。つまり，おはじきの幅を広げたり狭めたりするという操作とコップを割るという操作は，数学的には異なった性質を

[7] 滝沢武久（1995）「操作」，岡本，清水，村井監修，前掲書所収，p.414.

[8] J．ピアジェ，B．インヘルダー（波多野完治，須賀哲夫，周郷博共訳）（1969）『新しい児童心理学』白水社，p.99.

もっているのである。

ここで，半群，モノイド，群の定義について述べる。

集合Ｓが，演算＊に関して，

①Ｓの任意の要素ｘ，ｙについて，ｘ＊ｙもまたＳの要素である。

②Ｓの任意の要素ｘ，ｙ，ｚについて結合律，すなわち

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

が成り立つ。

の公理を満たすとき，Ｓは＊に関して半群をなすという。

集合Ｍが，演算＊に関して半群をなす，すなわち，

①Ｍの任意の要素ｘ，ｙについて，ｘ＊ｙもまたＭの要素である。

②Ｍの任意の要素ｘ，ｙ，ｚについて結合律，すなわち

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

が成り立つ。

の公理を満たし，さらに，

③Ｍの任意の要素ｘに対して，

$$x * e = e * x = x$$

となる単位元ｅが存在する。

の公理を満たすとき，Ｍは＊に関してモノイドをなすという。

集合Ｇが，演算＊に関してモノイドをなす，すなわち，

①Ｇの任意の要素ｘ，ｙについて，ｘ＊ｙもまたＧの要素である。

②Ｇの任意の要素ｘ，ｙ，ｚについて結合律，すなわち

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

が成り立つ。

③Ｇの任意の要素ｘに対して，

$$x * e = e * x = x$$

となる単位元ｅが存在する。

の公理を満たし，さらに，

④Ｇの任意の要素ｘに対して，

$$x * x^{-1} = x^{-1} * x = e$$

となる逆元x^{-1}が存在する。

の公理を満たすとき，Ｇは＊に関して群をなすという。

例えば，コップを割るという操作では，「そのままにしておく」，「割る」という２つの操作を要素とし，演算＊を「２つの操作を続けて行う」とすると，図２のような演算表が得られる。つまり，コップを「そのままにしておく」，「割る」という操作の集合は，「操作を続けて行う」という演算＊に関する，「そのままにしておく」という単位元をもつモノイドとなっている。しかし，この操作の集合は，群をなすための④の公理は満たされていない。

＊	そのままにしておく	割る
そのままにしておく	そのままにしておく	割る
割る	割る	割る

図２

一方，図１のおはじきの幅を広げたり狭めたりするという操作では，「ｘcm 広げる」という操作に対して，「ｘcm 狭める」という逆操作が必ず存在する。つまり，おはじきの幅を広げたり狭めたりするという操作の集合は，操作を続けて行う」という演算＊に関して群をなすのである。つまり，ピアジェがいうところの可逆性とは，数学的には「逆元の存在」そのものである。

群構造をもつ操作の代表的なものとして，平行移動（ある対象を平行に移動させること），回転（ある対象を，点Ｏを中心にして回転させること），鏡映（ある対象を軸Ｌに関して鏡映させること），拡大・縮小（ある対象を点Ｏを基準に拡大・縮小させること）がある。これらの操作は数学では変換というが，ある対象に，平行移動，回転，鏡映を施しても，対象の長さや面積は変わらない，また拡大・縮小を施しても長さの比は変わらない。このような長さや面積，あるいは長さの比をそれぞれの変換についての不変量という。そして，このような不変量を認識できるようになることがピアジェの言う保存性の概念の獲得の数学的な意味である。

なお，半群，モノイド，群は１つの演算に関して閉じた集合であるが，２つの演算，加法，乗法が定義された数学的構造もある。その代表的なものが環と体である。環は，加法に関しては群を，乗法に関してモノイドをなし，分配法則を満たしているものを言う。また体は，環の中で，０を除いた元の集合が乗法に関して群をなすものを言う。

ピアジェは，子どもの認識のモデルとしてもう１つ，束という数学的構造を想定している。これは，集合の和集合∪と共通部分∩のという２つの演算を抽象化したものである。

束は，順序構造をもつ集合，すなわち順序集合上に定義される代数的構造である。順序集合には半順序集合と全順序集合がある。また，束の前段階の数学的構造として半束がある。以下，それぞれの定義を述べる。

集合Ａが順序集合であるとは，Ａのある要素ｘ，ｙに対してｘ＜ｙという関係があって， ①ｘ＜ｘ ②ｘ＜ｙかつｙ＜ｘならば，ｘ＝ｙ ③ｘ＜ｙかつｙ＜ｚならば，ｘ＜ｚ の３つの公理を満たすとき，を半順序集合という。 また，さらに ④任意のｘ，ｙに対して， ｘ＜ｙまたはｙ＜ｘ の何れかが成り立つ。 の公理を満たす順序集合を全順序集合という。

順序集合Ｓの任意の要素ｘ，ｙ，ｚが演算＊に関して ①等冪則　ｘ＊ｘ＝ｘ ②交換則　ｘ＊ｙ＝ｙ＊ｘ ③結合則　(ｘ＊ｙ)＊ｚ＝ｘ＊(ｙ＊ｚ) の３つの公理を満たすとき，Ｓを半束という。

順序集合Ｌの任意の要素ｘ，ｙ，ｚが∩，∪の２つの演算に関して ①等冪則　ｘ∩ｘ＝ｘ，ｘ∪ｘ＝ｘ， ②交換則　ｘ∩ｙ＝ｙ∩ｘ，ｘ∪ｙ＝ｙ∪ｘ ③結合則　(ｘ∩ｙ)∩ｚ＝ｘ∩(ｙ∩ｚ)，(ｘ∪ｙ)∪ｚ＝ｘ∪(ｙ∪ｚ) ④吸収則　(ｘ∩ｙ)∪ｘ＝ｘ，(ｘ∪ｙ)∪ｘ＝ｘ の４つの公理を満たすとき，Ｌを束という。

一口に言えば，集合の２つの演算の一方のみを考えた代数的構造が半束で，

両方の演算を考えた代数的構造が束である。また，半束は半群でもある。

ピアジェ理論においては，束は，主としてクラス化（例えば「「犬の集合」は「動物の集合」に含まれる」のような集合間の包含関係）や，系列化（「A＜BかつB＜CならばA＜C」といった大小関係）といった順序を与えるという操作のモデルとして採用されている。

但し，この操作は，群がモデルとなっている操作のような，対象に変化を与えるという操作ではない。また，束の定義に逆元の存在が公理の中に規定されていないことからわかるように，可逆的ではない。それ故，不変量というものは存在せず，従って保存性の概念とは本質的に無関係である。

ピアジェは，群と束による認識のモデルは，「形式的操作期」の認識を想定している。そして，「具体的操作期」の認識のモデルとして，群と束を折衷させた群性体というものを考案している。しかし，これは数学的構造としては不十分なものである[9]。また，群や束以外の数学的構造を採用した認識のモデルは，ピアジェ理論では取り上げられていない。

２．ピアジェ理論の音楽的発達への応用

音楽的発達についてのピアジェ自身の研究はない。しかし，音楽的発達にピアジェの理論を応用した研究は数多くある。それらは，主として「保存性の概念を援用した研究」と，感覚運動期から形式的操作期に至る「発達段階モデルを援用した研究」の２つに大別される。

(1)保存性の概念を援用した研究

音楽的発達に保存性の概念を援用したものには，まずM．プフレーデラー（1964）[10]，R．L．ジョーンズ（1974）[11]の研究があげられる。

プフレーデラーは，主に４人のうち１人が与えられたものとは異なるリズムパターンや旋律を演奏し，それが誰であったかを答える課題を５歳と８歳の子どもに与えている。但し，これらの課題は，演奏する楽器が４人とも同じであ

---

[9] 滝沢は「群性体は，「半束」」であると述べているが，これは正しくない。滝沢武久（1995）「群性体」，岡本，清水，村井監修，前掲書所収，p.168.

[10] Pfledere, M. (1964).The responses of children to musical tasks embodying Piaget's Principle of conservation. *Journal of Research in Music Education, 12* (4), 261-268.

[11] Jones,R.L. (1974) .The development of child's conception of meter in music. *Journal of Research in Music Education, 24* (3), 142-154.

ったり，伴奏が加えられていたりと，旋律が異なっているかどうかをすぐには特定できないような状況下で課されている。そして，課題に対する正答の割合から，概ね８歳が旋律の保存性が確立される中間地点であると述べている。また，ジョーンズもプフレーデラーの研究を踏襲しながら，与えられたリズムパターンが２拍子か３拍子であるかを答える課題の正答の割合から，拍子の保存性が９歳頃に確立されると述べている。

しかし，プフレーデラーらとピアジェの保存性の概念は，本質的に異なっている。というのも，例えば図１のおはじきの課題での操作は，群をモデルにした操作である。一方，プフレーデラーの実験での操作は，旋律と音色，旋律と伴奏のように，２つの要素から１つを選び出すという操作である。つまり，プフレーデラーの操作からは，保存性の概念は導き出されないのである。それは，プフレーデラーと同じ方法をとっているジョーンズの研究にも当て嵌まる。

それ故，これらの実験から得られるものは，結局のところ何歳くらいになると何ができるといった，年齢を軸にした大体の発達の傾向に過ぎない。また，音色，旋律，拍子のような個々の音楽認識同士が結び付いているかといったことも，はっきりしないのである。

後にプフレーデラー（1967）[12]は，音楽概念の発達における保存型の法則として次の５つを提唱している。そして，これらの保存型によって，音楽的な知覚が概念的な枠組みへ体系付けられていくと述べている。

a. 同一性（ある旋律を演奏する楽器を変えても同じ旋律として聞こえる。）
b. 拍子群化（♩♩♩♩ と 𝅗𝅥♩♩ とリズムは異なっていても同じ拍子である。）
c. 拡大と縮小（音価を倍もしくは半分にしても元の旋律を想起できる。）
d. 移調（旋律全体の音高を変化させたものは同じ旋律として聞こえる。）
e. 転回（例えばドミソをミソドに転回させても同じ和音として聞こえる。）

確かに，この中でｂ－ｄは，群をモデルにした操作となっている。しかしａ

[12] Pflederer, M. (1967). Conservation laws applied to the development of musical intelligence. *Journal of Research in Music Education, 15* (3), 215-223.

が加えられていることによって，この保存の法則は，整合性を失っている。そもそも“同一性”とは，「何も変化を加えない」操作のことである。つまり，拍子を同じにするリズムの変化，拡大と縮小，移調，転回にも“同一性”は含まれているのであり，それだけを取り出して考えることは不適切である。また，例にあるような音色の変化を考える場合，“同一性”とは「音色を変えない」ことである。それは，例えばフルートとクラリネットという２つの音色があって「今の音色を違う楽器の音色に変える」という操作と対になってはじめて群となるのである。つまり，プフレーデラーが提唱している保存型の法則は，ピアジェの保存性の概念の表層的な援用にとどまっており，その本質である数学的構造については顧みられていないのである。

なお，群構造をもつ操作を踏まえた保存性の研究としては，R. L. ラルセン（1973）[13]による研究がある。ラルセンは，旋律の逆行形，反行形，反行形の逆行形の認識についての年齢（学年）の違いを調べ，それが第７学年（１２歳）ぐらいになると４つの変化形について認識できること，そしてそれがピアジェ理論における「形式的操作期」の認識の現れであると述べている。

確かに，これらの旋律を変化させる操作の集合は，群をなしている。そして，これらの操作を施しても変わらない旋律の性質の認識は，ピアジェの言うところの保存性の一形態であり，その意味でも，ラルセンはピアジェ理論を正しく援用していると言える。ただラルセンの結論からも，年齢を軸にした１つの認識についての大体の発達の傾向しか見えてこない。

なおラルセンは，Ｃ．Ｇ．ブーディとともに，楽曲の階層構造（楽曲⊃セクション⊃フレーズ⊃モティーフ，あるいは楽曲＝あるセクション∪対照的なセクション），音程関係（２半音＋１半音＝３半音）が，ピアジェが考案した群性体に繋がっていることを述べている（1971）[14]。しかし，群性体そのものが数学的には不完全な概念であるため，この研究結果も有用性が高いとは言えない。

(2)発達段階モデルを援用した研究

音楽的発達をモデル化した研究はいくつかあるが，その中でピアジェ理論と

---

[13] Larsen, R. L. (1973). Levels of conceptual development in melodic permut ation concepts based on Piaget's theory. *Journal of Research in Music Education, 21* (3), 256-263.

[14] Larsen, R. L. & Boody, C. G. (1971). Some implications for music education in the work of Jean Piaget. *Journal of Research in Music Education, 19* (1), 35-50.

関わりの深いものが，K. スワンウィックとJ. ティルマン（1986）[15]による研究である。スワンウィックとティルマンは，子どもがつくった作品を分析し，音楽づくりの発達的様相を「マスタリー」，「模倣」「想像的な遊び」「メタ認知」の４つの段階からなる螺旋状過程によってモデル化している。

スワンウィックは，ピアジェの保存性の概念を援用した研究と自分の研究を比較して，「筆者はこのようなピアジェの科学的な思考の構造に関する詳細な分析の理論よりも，ここでは遊びに関する理論へ立ち戻ろうと思う」[16]と述べて，発達段階の考え方よりもむしろ遊びに関するピアジェの理論に依拠していることを強調している。しかし，スワンウィックとティルマンの子どもの作品の分析を見てみると，「反復という特徴をもつ」，「拍子が現れる」といったことに視点を置いている。これはプフレーデラーの研究の裏返し，すなわち，保存性の概念の表現への適用の発達に他ならない。また，プフレーデラーと同様，スワンウィックとティルマンも，操作の体系については十分論究がなされていない。その意味でスワンウィックとティルマンの研究もまたピアジェ理論の表層的な援用にとどまっていると言える。

３．音楽科教育と数学との関連性についての研究

古代ギリシアのピュタゴラスの時代より，音楽と数学との関連性は，様々な形で論じられている[17]。特に中世ヨーロッパでは，音楽は，算術，幾何学，天文学とともに，神学，医学，法学の基礎学科である「自由学芸科目」の中の数理系の学科である「四学科」に属していた[18]。

我が国においては，数学は感性の対局に位置するものとみなされ，どちらかと言えば敬遠されがちであるが，音楽科教育と数学の関連性について研究も多くなされてきている。その中からここでは，本研究に関わるものとして，「音楽

---

15 K. スワンウィック＆ J. ティルマン（坪能由紀子訳）（1989～1990）「音楽的発達の系統性ー子どもの作品の研究」『季刊音楽教育研究』音楽之友社，61, pp.143-156; 62, pp.171-180; 63, pp.143-159.

16 K. スワンウィック（野波健彦他訳）（1992）『音楽と心と教育』音楽之友社, p.79.

17 Fauvel, J. , Flood, R. & Wilson, R. (Eds.). (2003). *Music and Mathematics*. Oxford Universuty press. に様々な話題が提供されている。

18 具体的なことについてはJ. S. v. ワースベルヘ（東川清一他訳）（1986）『音楽教育ー中世の音楽理論と教授法』（「人間と音楽の歴史第Ⅲシリーズ：中世とルネサンスの音楽・第３巻」）音楽之友社に詳しい。

科と数学科の学習内容の関連性についての研究」と「音楽経験と数学的学力の関連性についての研究」を俯瞰してみる。

(1)音楽科と数学科の学習内容の関連性についての研究

この研究は，主として数学科教育研究者によってなされている。そこでは，音楽科と数学科の学習内容に共通する性質があることに着目し，一方の教科での学習が他方の教科の学習によい影響を及ぼすことが提唱されている。

S. ニスベット（1991）[19]は，楽譜が垂直軸に音高，水平軸に時間をとった2次元のグラフと本質的に同じであることから，楽譜を読むこととグラフを読むことには共通の認知的スキルが存在しているのではないか，また，楽譜を読めるようになることがグラフを読めるようになること（あるいはその逆）に繋がるのではないかと問題提起している。また，G. L. ジョンソンと R. J. エーデルソン（2003）[20]は，数学の学習に，その学習内容を踏まえた音楽的活動を取り入れることによって，数学の学習内容の理解の手助けとなると述べている。

これらの研究における音楽と数学の対応は，数学的構造に基づいたものであり，決して表層的なものではない。しかし，その対応関係は単発的なものであり，それをカリキュラムの中でどう生かしていくかといったことについては触れられていない。

(2)音楽経験と数学の学力の関連性についての研究

音楽経験があると数学の学力も向上するという研究も多くなされている。例えば，N. ジョージガンとM. ミッシェルモア（1996）[21]は，４歳から５歳の子どもを対象に，１０ヶ月間の音楽的なプログラムを経験したグループとしなかったグループの，相対的な大きさや計数技能，計算技能などについての数学のテストを実施したところ，音楽的なプログラムを経験したグループの成績の方がよかったこと報告している。また，K. ヴォーグン（2000）[22]は，音楽と数

---

19 Nisbet, S. (1991). Mathematics and music. *The Australian mathematics teacher.47* (4), 4-8.

20 Johnson, G. L. & Edelson, R. J. (2003). Integrating music and mathematics in the elementary classroom. *Teaching children mathematics, 9* (8), 474-479. なお，エーデルソンは，音楽教育者である。

21 Geoghegan, N. & Michelmore, M. (1996) . Possible effects of early childhood music on mathematical achievement. *Journal for Australian Research in Early Childhood Education,1*, 57-64.

22 Vaughn, K. (2000). Music and mathematics: modest support for the oft-claimed relationship. *Journal of Aesthetic Education, 34*,(3)4, 149-166.

学の関係についての過去の研究を分析し，音楽学習を行っている子どもは数学の成績もよいということを報告している。

これらの研究結果は，音楽科教育に携わる者としては嬉しいものである。ただ，統計的なデータに基づく研究のため，具体的にどのような音楽経験が数学のどのような学力と結びついているかについては触れられていない。

以上のことを踏まえると，本研究の独自性は，次の点にあると考えられる。

音楽認識，及びその発達のプロセスの数学的構造を明らかにし，それに基づいて小学校音楽科カリキュラムを構成する。

第４節　研究の方法

本研究は，二部構成となっている。

第１部では，リズム，音高，強弱，テンポといった音楽の諸要素に対する認識，リズムや音高を「合わせる」ことの認識，拍子，旋律，和音，さらには音楽の全体像といったより大きなまとまりに対する認識及び発達のプロセスの数学的構造を明らかにしていく。そして最後に，これらの音楽認識が圏という数学的構造によって統一されることを明らかにする。

第２部では，第１部の結果を踏まえて小学校音楽科カリキュラム構成の試案を提案する。

まず，音楽認識と音楽様式が表裏一体の関係にあることを，実例を挙げながら論究する。また，このことによって音楽様式を教材化していく上での具体的な方向性を示す。続いて，音楽認識の発達に基づいて小学校音楽科カリキュラム構成の試案を提案する。そして，小学校１年生から６年生までの年間指導計画案，及び評価計画を提案する。また最後には，数学的構造を通して導かれる音楽認識と他の認識との結び付きについて考察し，音楽科教育の新たなる可能性を展望する。

なお，本研究に関する筆者の先行研究については，巻末の引用・参考文献に記している。

第1部

音楽認識の数学的構造

第１章　リズム認識と幾何の構造

第１章では，リズム認識及びその発達的様相を幾何の構造によって捉え，その数学的構造を明らかにする。

第１節では，子どものリズム認識の発達的様相について，筆者が経験をもとに述べる。続いて第２節では，ユークリッド幾何をはじめとする様々な幾何の特徴が不変量の違いによって示されること，またその違いからこれらの幾何の間には包含関係が存在することを述べる。そして第３節では，リズム認識の発達的様相もまた，幾何同士の包含関係と対応していること，そして，リズム認識は，「同じ」とみなすリズム同士の変換がつくる群の違いとして，またその発達は，それらの群がつくる完全系列によって表されることを示す。最後の第４節では，これらの結果の音楽科教育への応用について展望していく。

第１節　子どものリズム認識の諸相

１．小学校音楽科におけるリズムの扱い

小学校音楽科において，リズムは重要な指導事項である。特に，現行の小学校学習指導要領では，「リズムに重点をおいた活動を通して，基礎的な表現の能力を育て，音楽表現の楽しさに気付くようにする」[1]ことが第１学年及び第２学年の音楽科の目標の１つとして掲げられている。

その内容としては，「歌や楽器の演奏に合わせて手や打楽器でリズムを打ったり，音楽のリズムに合わせて歩いたりすること，あるいは，拍の流れやフレーズを感じ取って，演奏したり身体表現をしたりすること，また，リズム遊びや

---

[1] 文部省（1999）『小学校学習指導要領解説音楽編』教育芸術社，p.20.

ふし遊びなどを楽しみながら簡単なリズムをつくって表現すること」[2]があげられている。そして，これに則って，授業では，リズム模倣やリズム問答をはじめ，様々なリズム活動が行われるのである。

２．授業での子どもの実態

ところが，これらのリズム活動は，子どもにとって必ずしも簡単なものではない。リズム模倣やリズム問答のように一般的と考えられている活動も，スムーズにいかないことも多々ある。勿論，それは，少し練習する時間を設けることによって解決する場合もある。その一方で，課題内容が最後まで理解できなかったり，教師に指摘されているにもかかわらず，自分が何を間違えているかがわからなかったりといった場合もある。以下，その事例を紹介する[3]。なお，学年や時期は，その間違いをした子どもについて記したもので，決して誰もがその学年や時期にこのような間違いをするということではない。

＜事例１＞（１年生１学期）

♩ ♩ ♩ 𝄽 のリズムにのせて「〇〇さん 𝄽 」「はあい 𝄽 」と名前を呼び合う活動で，Ａさんは，自分のテンポで♩ ♩ ♩ ♩ ♩ …と手を打っていた。「３回打って１回離す」と何度説明しても，手の打ち方は変わらなかった。

＜事例２＞（２年生１学期）

同じ活動で，転校してきたばかりのＢさんは，「山本さん 𝄽 」を

♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩

や　ま　も　と　さ　ん

と，リズムにはめ込むことなく文字の数だけ手を打っていた。

---

[2] 同上，p.22.

[3] 事例２，３以外は，松下行馬（2003）「子どものリズムの様々な捉え方を生かしたリズム指導の在り方」『音楽教育実践ジャーナル』日本音楽教育学会，Vol.1, no.1, pp. 80-81.より一部加筆の上引用。

＜事例３＞（３年生２学期）

♩♫♩♫，♫♩♫♩，♩♫♫♩の，全て６音からなる３つのリズムを聴き分けるゲームでＣさんは，「わからへん」と，その違いを理解できなかった。

＜事例４＞（３年生２学期）

クラス全体を「ドーナツ（♩ ♪♪）グループ」と「クレープ（♪♩ ♪）グループ」に分け，教師が打つリズムが自分のグループのリズムなら席を動くというゲームをしていた時のことである。自分のグループのリズムを確認するために２種類のリズムを１人ずつ打たせていると，Ｄさんは，両方とも♪♪♪と打っていた。少し個別指導をしたが，打ち分けることはできなかった。

＜事例５＞（１年生１学期）

《かたつむり》（文部省唱歌）の歌に合わせて５人グループで，輪になって「手拍子おくり」をしていた時のことである。Ｅさんが何度やっても音楽とずれて手を打つので「遅れているよ」と声かけをした。すると，Ｇさんは，「〇〇君の次に叩いている」と，自分は正しいということをアピールした。

＜事例６＞（３年３学期）

♩ ♪♪のリズムを聞いたＦさんは,「先生,（このリズム）ター―ンタタ（楽譜にすると大体♩ ♪♪）やろ」と, 実際の音価とは懸け離れたリズムで打っていた。

＜事例７＞（５年生１学期）

《茶色の小瓶》（Ｊ．ウインナー作曲）をリコーダーの二重奏の練習をしている時に, ＧさんとＨさんは, それぞれが自分のテンポで演奏していたために, ２つのパートが合わなかった。また, 合っていないことがわかると, 今度は「５秒間で吹こう」と時計の秒針を見ながら吹いていたが, それでも合わなかった。

＜事例８＞（５年生１学期）

《空を見上げて》（黒人霊歌）を１, ２番は歌を歌い, ３番はリコーダーで吹くという形で演奏した時に, 全員が３番のリズムを, １, ２番のリズムにつられるような形で, 次のような縮小形で演奏した。

これらの事例における子どもの「誤り」は，決して出鱈目による偶発的なものではない。それぞれの子どもが，シェマ，すなわちこれまで得た知識の枠組みの中で確信をもって課題に取り組んだ結果なのである。そして，子どものその時点でのリズム認識が「正しい」，答えを導くために必要なリズム認識の構造と異なっていると，別枠で時間を設けて個別指導しても課題をクリアすることは容易ではないのである。

3．子どものリズム認識の発達のプロセス

(1)子どもの「誤り」の内容（その1）

先程，事例における子どもの「誤り」は，これまで得た知識の枠組みの中で確信をもって課題に取り組んだ結果と述べたが，それぞれの事例を分析してみると，音の長さ，あるいは音と音の間合いの長さについての捉え方の違いが「誤り」の原因となっていることがわかる。

事例1から5までの「誤り」は，音，あるいは間合いの長さが捉えられていなために引き起こされている。但し，これらの「誤り」が，与えられた課題と全く懸け離れたものになっているかというと，そうではない。特に事例2から5を見てみると，音を鳴らす回数が，ピアジェ流に言うと保存されていることがわかる。事例4，5では，音を鳴らす回数は課題と同じである。事例3では，音が鳴る回数が同じであることから，子どもが「わからへん」と言うのである。また，事例2では，文字数と対応しているという意味で，音を鳴らす回数が保存されているのである。

一方，事例6以降では，鳴らす回数だけではなく，音，あるいは間合いの長さに対する意識が生まれている。その中で事例7，8においては，基準となる長さがあり，リズムのまとまりの中での個々の音の長さは保たれている。しかし，その長さは，固定されたものではなく，一人一人によって（事例7），あるいは曲の部分によって（事例8）異なっている。つまり，基準の長さが確定していないため，音の長さの比は保存されているが，その量は保存されていないのである。そして，この量が保存されるようになったと認められるのが，与えられた課題と同じリズムを再現できるようになってからである。

以上をまとめてみると，子どものリズム認識は，

$\boxed{\text{音の数の保存}} \rightarrow \boxed{\text{音の長さの比の保存}} \rightarrow \boxed{\text{音の長さの量の保存}}$

というプロセスを経て発達していくということが，これらの事例から言える。

⑵子どもの「誤り」の内容（その２）

このような，「誤り」から導き出した子どものリズム認識の発達のプロセスについて，別の角度から，すなわち次のような「リズムの聴き取りテスト」の結果をもとに考えていく。これは，図１のアーカのリズムパターンを聴き分けることが課題となっている。

ア ♩ ♩ ♩ ♩　イ 𝅗𝅥 ♩ ♩　ウ ♩ ♩ 𝅗𝅥

エ ♪ ♪ ♪ ♪　オ ♩ ♪ ♪　カ ♪ ♪ ♩

（♩＝１２０）

図１

これらのリズムパターンでは，アとエが４音，それ以外が３音によって構成されている。また，エはアを，オはイを，カはウを，それぞれ 1/2 に縮小したものとなっている。そして，子どものリズム認識が，先に示したようなプロセスで発達するとすれば，もしこのテストで解答を誤っても，音の長さの比が保存されているならば，誤答は同じ音の長さの比で構成されているリズムの範囲，すなわち，

ア⇔エ　　イ⇔オ　　ウ⇔カ

であり，音の数が保存されているならば，同じ音数で構成されているリズム，すなわち，

ア⇔エ　　イ⇔ウ⇔オ⇔カ

となっているということが仮定される。

テストの方法としては，まずそれぞれのリズムについて全員でリズム打ちをし，リズム譜との対応を確認した。続いてオルガンの「シ」の音でリズムを演奏し，オルガンで弾かれたリズムがアからカのうちどれかを用紙に記入するようにした。なお，それぞれのリズムの演奏回数は１回だけであった。

テストは，勤務校の次の子どもたちを対象に，これまで３回実施した。

A．神戸市立室内小学校３年生 37 名（平成７年７月）[4] B．神戸市立大沢小学校３年生 11 名（平成 11 年７月） C．神戸市立大沢小学校３年生 11 名（平成 16 年 11 月）

その結果が表１ＡからＣで，それぞれについては，問題ごとの誤答の内容（a）および個人の誤答の傾向（b）を掲げている。なお（b）では，回答が１つでも空欄となっている場合は，「不規則」のところでカウントしている。

表１Aa．室内小学校３年生 37 名の誤答の内容（平均点 5.8 点，標準偏差 3.3）

順番	リズムパターン	正答数	誤答数	誤答の内容		
1	♩ ♩ ♩ ♩	29	8	♪♪♪♪との間違い…4		それ以外…3 空欄…1
2	𝅗𝅥 ♩ ♩	30	7	♩♪♪との間違い…1	♩♩𝅗𝅥との間違い…4	それ以外…1 空欄…1
3	♩ ♩ 𝅗𝅥	25	12	♪♪♩との間違い…5	𝅗𝅥♩♩との間違い…3　♩♪♪との間違い…1	それ以外…2 空欄…1
4	♪♪♪♪	25	12	♩♩♩♩との間違い…6		それ以外…6
5	♩ ♪ ♪	17	20	𝅗𝅥♩♩との間違い…12	♪♪♩との間違い…3　♩♩𝅗𝅥との間違い…1	それ以外…3 空欄…1
6	♪ ♪ ♩	13	24	♩♩𝅗𝅥との間違い…13	♩♪♪との間違い…8	それ以外…1 空欄…2
7	𝅗𝅥 ♩ ♩	25	12	♩♪♪との間違い…2	♩♩𝅗𝅥との間違い…3　♩♪♪との間違い…2	それ以外…2 空欄…3
8	♪ ♪ ♩	15	22	♩♩𝅗𝅥との間違い…9	♩♪♪との間違い…3　𝅗𝅥♩♩との間違い…1	それ以外…5 空欄…4
9	♩ ♩ ♩ ♩	27	10	♪♪♪♪との間違い…2		それ以外…4 空欄…4
10	♪♪♪♪	22	15	♩♩♩♩との間違い…10		それ以外…1 空欄…4
11	♩ ♩ 𝅗𝅥	24	13	♪♪♩との間違い…3	𝅗𝅥♩♩との間違い…5	それ以外…3 空欄…2
12	♩ ♪ ♪	10	27	𝅗𝅥♩♩との間違い…17	♪♪♩との間違い…3　♩♩𝅗𝅥との間違い…1	それ以外…3 空欄…3

[4] 松下行馬（1996）「リズム認識，および表現能力の発達段階」『教育音楽』（小学版）２月号，音楽之友社, pp.96-97.

表１Ab.　室内小学校３年生個人の誤答の傾向

誤答の傾向	完答	比は常に正しい	数は常に正しい	不規則
人数（割合）	１人（2%）	10 人（27%）	５人（14%）	21 人（57%）

表１Ba. 平成 11 年７月　大沢小学校３年生 11 名の誤答の内容（平均点 8.9 点，標準偏差 1.4）

順番	リズムパターン	正答数	誤答数	誤答の内容		
1	♩ ♩ ♩ ♩	10	1	♪♪♪♪との間違い…1		
2	𝅗𝅥 ♩ ♩	11	0			
3	♩ ♩ 𝅗𝅥	10	1	♪♪♩ との間違い…1		
4	♪♪♪♪	10	1	♩♩♩♩ との間違い…1		
5	♩ ♪ ♪	10	1	𝅗𝅥♩♩ との間違い…1		
6	♪ ♪ ♩	7	4	♩♩𝅗𝅥 との間違い…4		
7	𝅗𝅥 ♩ ♩	10	1	♩♪♪ との間違い…1		
8	♪ ♪ ♩	2	9	♩♩𝅗𝅥 との間違い…8	♩♪♪ との間違い…1	
9	♩ ♩ ♩ ♩	10	1	♪♪♪♪との間違い…1		
10	♪♪♪♪	8	3	♩♩♩♩ との間違い…1		それ以外…1 空欄…1
11	♩ ♩ 𝅗𝅥	6	5	♪♪♩ との間違い…3	𝅗𝅥♩♩ との間違い…1	それ以外…1
12	♩ ♪ ♪	4	7	𝅗𝅥♩♩ との間違い…4	♪♪♩ との間違い…2　♩♩𝅗𝅥 との間違い…1	

表１Bb.　大沢小学校３年生（平成 11 年度）個人の誤答の傾向

誤答の傾向	完答	比は常に正しい	数は常に正しい	不規則
人数（割合）	０人（0%）	６人（55%）	２人（18%）	３人（27%）

表１Ca. 大沢小学校３年生（平成 16 年度）17 名の誤答の内容（平均点 7.2 点，標準偏差 2.6）

順番	リズムパターン	正答数	誤答数	誤答の内容		
1	♩ ♩ ♩ ♩	13	4	♪♪♪♪との間違い…3		それ以外…1
2	𝅗𝅥 ♩ ♩	16	1		♩♩𝅗𝅥 との間違い…1	
3	♩ ♩ 𝅗𝅥	15	2	♪♪♩ との間違い…1		それ以外…1
4	♪♪♪♪	13	4	♩♩♩♩ との間違い…3		それ以外…1
5	♩ ♪ ♪	7	10	𝅗𝅥♩♩ との間違い…7	♪♪♩ との間違い…3	
6	♪ ♪ ♩	10	7	♩♩𝅗𝅥 との間違い…6	♩♪♪ との間違い…1	
7	𝅗𝅥 ♩ ♩	14	3	♩♪♪ との間違い…2	♩♩𝅗𝅥 との間違い…1	
8	♪ ♪ ♩	7	10	♩♩𝅗𝅥 との間違い…6	♩♪♪ との間違い…3	それ以外…1
9	♩ ♩ ♩ ♩	9	8	♪♪♪♪との間違い…4		それ以外…4
10	♪♪♪♪	10	7	♩♩♩♩ との間違い…4		それ以外…3
11	♩ ♩ 𝅗𝅥	7	10	♪♪♩ との間違い…3	𝅗𝅥♩♩ との間違い…5 ♩♪♪ との間違い…4	それ以外…1
12	♩ ♪ ♪	1	16	𝅗𝅥♩♩ との間違い…11	♪♪♩ との間違い…4	それ以外…1

表１Cb. 大沢小学校３年生（平成 11 年度）個人の誤答の傾向

誤答の傾向	完答	比は常に正しい	数は常に正しい	不規則
人数（割合）	0 人（0%）	5 人（30%）	6 人（35%）	6 人（35%）

これらの結果を分析すると，次のようになる。まず誤答の分布状況であるが，アとエのリズムの混同は，音の長さの比，音の数のどちらに着目しても起こりうるので，イ，ウ，オ，カに特化してみたところ，結果は表２となった[5]。

[5] 「それ以外」には空欄も含んでいる。

表２　誤答の分布

イ，ウ，オ，カの誤答	誤答の総数	比が正しい	数のみ正しい	それ以外
室内小学校	137	62（45%）	38（28%）	37（27%）
大沢小学校（11 年度）	28	22（78%）	5(17%)	1（3%）
大沢小学校（16 年度）	59	33（56%）	21（36%）	5（17%）
合　　計	224	117（52%）	21（36%）	14（8%）

表２を見ると，誤答の半数（表１の　　）が音の長さの比が正しく捉えられているものである。このことから，音の長さの比が，リズム認識の様相の１つの指標となっていることがわかる。音の長さの比は正しくないが音の数は正しい誤答（表１の　　）も，子どもによって異なってはいるが[6]，全体としては約 1/3 を占めている。ことから，音の数もまた，リズム認識の様相の指標となっていることがわかる。

また，個人の誤答の傾向も，これも子どもによってその割合は異なるものの，標準偏差が低くなるほど「音の長さの比は必ず捉えられている」，「音の数は必ず捉えられている」というように誤答の範囲が限定されていることがわかる。言い換えると，誤答の範囲に一人一人のリズム認識が反映されていると言える。

以上のことからも，子どものリズム認識は，

音の数の保存→音の長さの比の保存→音の長さの量の保存

というプロセスを経て発達しているということが言える。

第２節　幾何の構造

１．幾何学とは

(1)「同じ図形」とは

幾何学とは，一口に言えば，図形の性質を調べる数学の領域である。

学校教育で扱われる幾何学は，主としてユークリッド幾何に基づいている。ユークリッド幾何学では，長さ，面積，体積，角度といった概念が存在する。

6 室内小学校ではその年の４月から，また，大沢小学校では１年生から受け持っていた。

そして，２つの図形が「同じである」とは，重ね合わせた時にぴったりと重なり合う，すなわち合同な場合を言う。

しかし，２つの図形が「同じである」ことの条件を緩めていくと，「異なる図形」も「同じ図形」となる。その結果，相似幾何[7]，アフィン幾何，実射影幾何[8]，そして位相幾何と，ユークリッド幾何とはまた別の幾何が生まれてくる。

例えば，図２のように，①と②は互いに合同な正方形，③は①を拡大した正方形，④は菱形，⑤は一般的な四角形，そして⑥は円の６つの図形が与えられたとする。この中で，①と「同じ」と見なされる図形を幾何ごとの違いをまとめると，表３のようになる。

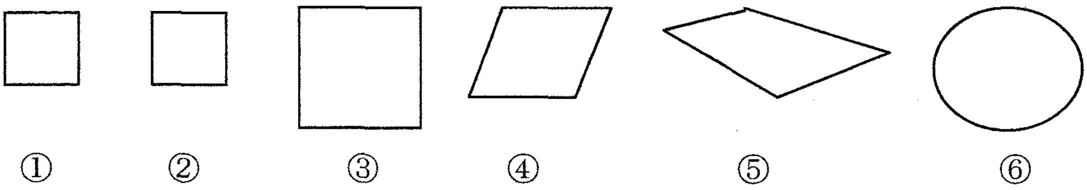


図２

表３　①と「同じ」とみなされる図形の幾何学ごとの違い

幾何学の種類	その条件に適合する図形
ユークリッド幾何的な意味で①と「同じ図形」	②
相似幾何的な意味で①と「同じ図形」	②，③
アフィン幾何的な意味で①と「同じ図形」	②，③，④
実射影幾何的な意味で①と「同じ図形」	②，③。④，⑤
位相幾何的な意味で①と「同じ図形」	②，③，④，⑤，⑥

---

7 ユークリッド幾何においては，本来は合同と相似の両方を扱われているが，「同じ」とみなされるのは，２つの図形が合同の場合である。そこで，ここでは相似な図形を「同じ」と見なす幾何を相似幾何として，ユークリッド幾何とは分けて考えていく。

8 実数体（体とは四則演算に関して閉じている数学的構造）上の，すなわち図形を表す式が実数の範囲内で記述される射影幾何を実射影幾何という。なお複素数体上の射影幾何を複素射影幾何というが，ここでは円と直線が「同じ図形」と見なされる。

ここで②から⑥に図形について，①との共通点を整理すると表4のようになる。

表4　それぞれの図形と①との共通性

共通性＼図形	②	③	④	⑤	⑥
A．対応する辺の長さが等しい。	○	×	×	×	×
B．対応する角の大きさが等しい。	○	○	×	×	×
C．対応する辺の長さの比（内分比）が等しい。	○	○	○	×	×
D．対応する辺とその対辺が平行である。	○	○	○	×	×
E．対応する辺が直線である。	○	○	○	○	×
F．対応する境界線が閉曲線である。	○	○	○	○	○

⑵幾何の系列

ところで，これらの条件を比較してみると，ユークリッド幾何で「同じ図形」なら相似幾何でも「同じ図形」，相似幾何で「同じ図形」ならアフィン幾何でも「同じ図形」，アフィン幾何で「同じ図形」なら実射影幾何でも「同じ図形」，そして実射影幾何で「同じ図形」なら位相幾何でも「同じ図形」となっている。つまり，これらの幾何の間には，図3のように，

位相幾何⊃実射影幾何⊃アフィン幾何⊃相似幾何⊃ユークリッド幾何

という包含関係が認められるのである。

この包含関係はまた，次のことも表している。すなわち，位相幾何において「同じ」と見なされた図形同士の違いを見出すことによって，実射影幾何における「同じ図形」であることの条件が得られ，実射影幾何において「同じ」と見なされた図形同士の違いを見出すことによって…，以下同様にして，最終的にユークリッド幾何における「同じ図形」であることの条件が得られるのである。そして，位相幾何からユークリッド幾何に至るにつれて，図4で示したプロセスによって，最初は大きなまとまりで捉えられていた図形が細かく分類されていくのである。

なお，ピアジェ（1948）は，子どもの空間認識が，図4のプロセスに従って

発達していくことを明らかにしている[9]。

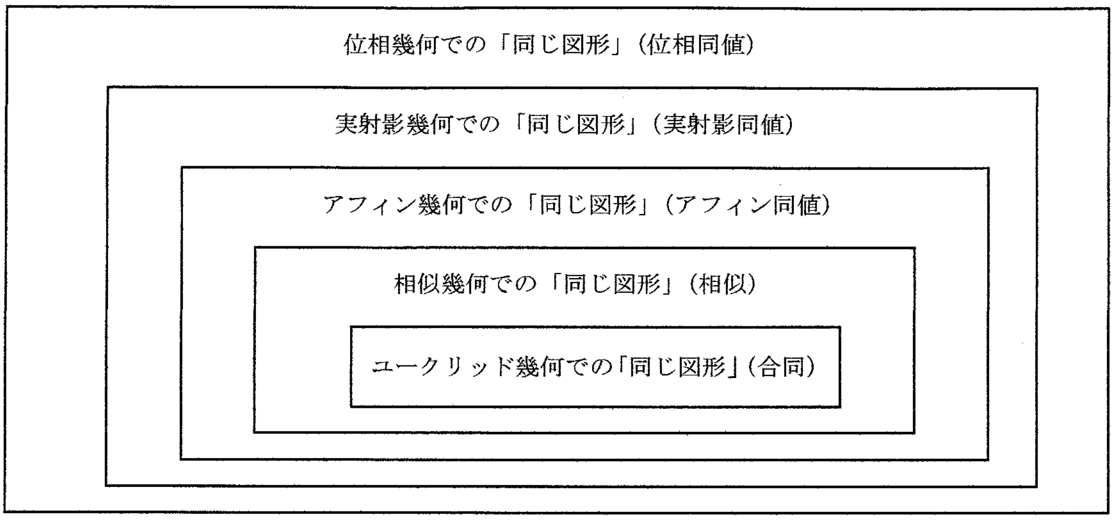


図３

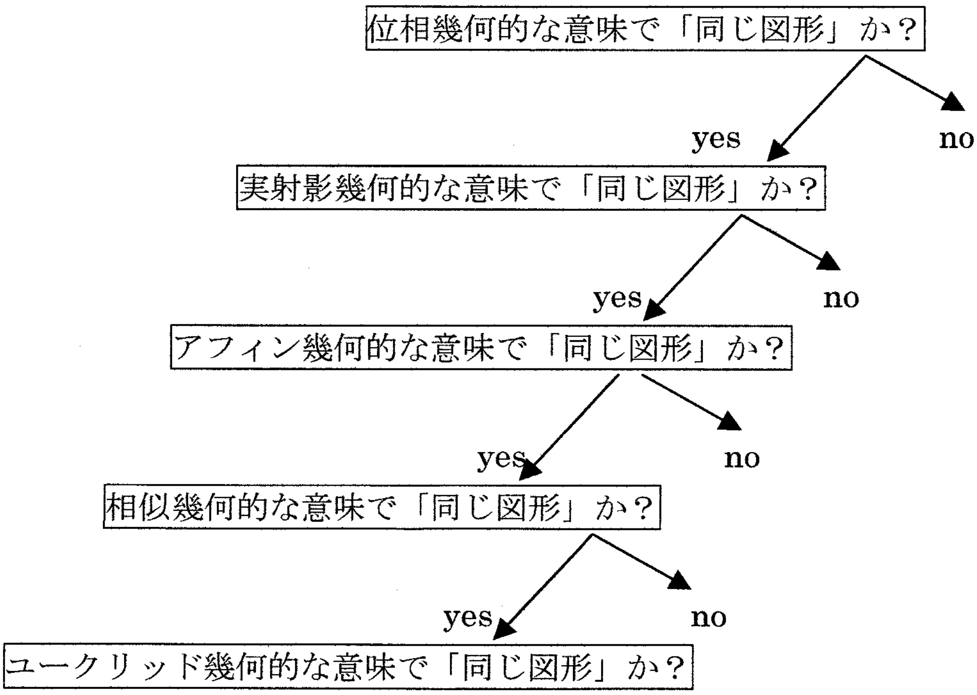


図４

---

9 Piaget, J. & Inhelder, B (1981). *The child's conception of space.* (F. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). London: Routledge and Kegan Paul. (Original work published 1948)

(3)『エルランゲン・プログラム』

ところで，２つの図形がある幾何学において「同じ」であるとは，「同じ」と見なされる図形があれば，一方の図形にある操作を施して変形させると，もう一方の図形と重ね合わせることができることであると言える。この操作を幾何学では変換と言う。また，この変換の集合は，その合成[10]に関して群をなしており，それを変換群と言う。そして，それぞれの幾何学に対して，位相変換群，実射影変換群，アフィン変換群，相似変換群，合同変換群[11]と，１つの変換群が定められる。

さらにこれらの変換群の間には，

位相変換群⊃実射影変換群⊃アフィン変換群⊃相似変換群⊃合同変換群

という包含関係が成り立っている。これが，図２で示した幾何の包含関係の本来の意味である。

また，おのおのの変換群$\boldsymbol{G}$に属する変換 f を図形に施した際には，不変に保たれる性質がある。その例が，表４で示した長さ，長さの比，角度，平行，直線，閉曲線である。つまり，上に述べた幾何学とは，対応する変換群とそれによって不変に保たれる性質を研究する数学と言える[12]。

このことを主張したのが，ドイツの数学者Ｆ．クライン（1849〜1925）である。クラインは，『エルランゲン・プログラム』（1872年）において，幾何学を「１つの多様体[13]とその中に１つの変換群が与えられたとする；このとき，多様体に属する図形[14]について，この群の変換で変わらないような性質」[15]を研究することであると述べている。またクラインは，「ある与えられた図形の集まりに，別の与えられた図形を付加し，この拡張された集まりについて，群による不変な性質を求めること，または，図形の集まりは拡張しない代わりに，研究の基

---

10 合成とは，２つの変換を続けて行うという意味である。
11 本稿では合同変換がユークリッド変換を意味している。
12 あとのクラインの言葉にように，正確には，幾何学は図形が置かれる空間Ω（Ωはｎ次元または無限次元空間）と変換群$\boldsymbol{G}$の対（Ω，$\boldsymbol{G}$）と表される。
13 ここで言う多様体とは空間Ωの意味である。
14 例えば円は平面（２次元空間）に属している。
15 Ｆ．クライン（寺坂英孝，大西正男訳）（1970）『エルランゲン・プログラム』共立出版，p.278.

礎となる変換のほうを，別の与えられた図形を不変とするものに制限すること」[16]，すなわち，例えば正方形の集まりに平行四辺形を加えた集まりにおいて，その集まりに所属する図形同士（この場合平行四辺形全体）が写り合う（変換される）際に，長さは変わるが向かい合った辺が平行であるという性質は変わらないというように，変換群の包含関係を通じて様々な幾何学を統一的に扱った。

今日では，リーマン幾何のようにクラインが主張する幾何学には属しないものもある。しかし，クラインの考え方そのものは，今日でも有効である。

第３節　リズム認識の発達的様相と幾何の系列

１．リズム認識の発達的様相と幾何の系列との相関性

ここで，子どものリズム認識の発達的様相と，幾何の系列を比較してみる。

音楽は，時間をパラメータとする音の運動と見ることができる。そして，音の生起は，時間軸上に表すことができる。その結果，リズムは時間軸上，すなわち直線的な１次元空間（１次元ユークリッド空間）上の図形として，より詳しく言えば，音が鳴らし始めるところと鳴らし終えるところを点，音と音の間を線分として表すことができる。但し音と音の間には，持続している場合と音がない場合があるが，何れの場合も間の長さが定めるということで本質的には同じことである。

一方，表４では，長さ，角度，長さの比，平行，直線，閉曲線の６つの図形の性質を取り上げているが，このうち１次元空間上の図形に備わっている性質は，長さ，長さの比，直線である。また，この場合の直線とは，真っ直ぐであるという意味なので，直線の部分集合である線分や線分の端点である点も，その性質として考えられる。但し，点や線分の数は，実射影幾何のみならず，位相幾何における不変量でもある。さらに，１次元空間の場合，長さの比は，アフィン幾何，相似幾何の双方において不変量となっている。

また，表１で示した結果から，子どもがリズムを認識する場合も，発達段階に応じて音の数，音の長さの比，そして音の長さの量が不変量となっていることがわかる。

このことから考えると，子どものリズム認識と幾何の間には，

---

[16] 同上，p.279.

音の数の保存⇔位相幾何（点，線分の数の保存） 音の長さの比の保存⇔１次元アフィン幾何，相似幾何（長さの比の保存） 音の長さの量の保存⇔ユークリッド幾何（長さの保存）

という対応付けができる。さらに，子どものリズム認識の発達的様相と幾何の系列の間には，

音の数の保存→音の長さの比の保存→音の長さの量の保存

⇅　　　　⇅　　　　⇅

位 相 幾 何⊃１次元アフィン，相似幾何⊃ユークリッド幾何

という対応付けができる。

２．リズム認識の数学的構造

このような対応付けによって，リズム認識が幾何と関連しているとがわかる。但し，対応付けそのものが，リズム認識の数学的構造を表しているわけではない。また，複比のように幾何の概念が全てリズム認識に還元されるというわけではないので[17]，対応付けだけでは，数学的には不十分である。
そこで，幾何は変換群によって特徴づけられることをもとに，リズム認識のそれぞれの発達段階において，“同じ”と見なされるリズム同士の変換を考えてみる。すると，その変換は変換の合成に関して群をなす。つまりリズム認識の発達段階は，このような変換群の違いとして表される。また，これらの変換群は位 相 幾 何，１次元アフィンもしくは相似幾何，そしてユークリッド幾何における変換群と同型となり，その包含関係もまた変換群の包含関係として表される。以下，それについて示す。

まず，リズムＸがｎ音（ｎは自然数）から構成されているとする。その構成音

---

[17] 複比とは，直線上の４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄにおける

$$\frac{AC／AD}{BC／BD}$$

の値で，射影変換では保存量となる。しかし，リズム認識の発達において，複比が保存量となる段階は，筆者のこれまでの実践の中では確認されていない。

を時系列に従ってx_1，x_2，…，x_nとする。また，x_1，x_2，…，x_nは，リズムの最初の音を０とした場合の，各構成音の終点の座標とする。例としてリズムＸが

の場合，n＝３で，図５のように示すことができるので，

$$(x_1,\ x_2,\ x_3) = (2,\ 3,\ 4)$$

となる（８分音符を１単位として）。

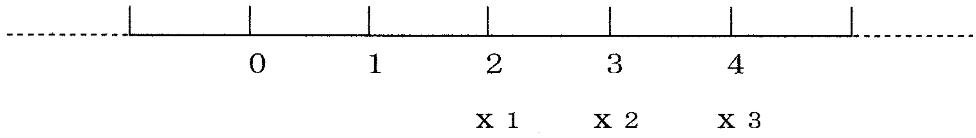


図５

さて，今，リズムＸが与えられた時に，それをリズムＹとして認識したとすると，このことは，

$$Y = AX$$

として表される。このＡは，正の実数を成分とするｎ次の対角行列（対角成分以外の成分が全て０であるような正方行列），すなわち，

$$\begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & a_{nn} \end{pmatrix} \quad \cdots①$$

（a_{11}，a_{22}，…，a_{nn}は正の実数）

である。そして，リズム認識が，

$$\boxed{\text{音の数の保存}} \rightarrow \boxed{\text{音の長さの比の保存}} \rightarrow \boxed{\text{音の長さの量の保存}}$$

と発達していくにつれて，この対角成分が変化していくのである。すなわち，まず「音の数の保存」の段階では，a_{11}，a_{22}，…，a_{nn}は独立しているが，「音の長さの比の保存」の段階では，

$$\begin{bmatrix} a & & & \\ & a & & \text{\huge 0} \\ & & \ddots & \\ \text{\huge 0} & & & a \end{bmatrix} \quad \cdots②$$

のように，対角成分は，全て同じ値ａ（ａは正の実数）のスカラー行列となる。さらに，「音の長さの量の保存」の段階では，

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \text{\huge 0} \\ & & \ddots & \\ \text{\huge 0} & & & 1 \end{bmatrix} \quad \cdots③$$

のように，対角成分が全て１の単位行列となる。

例をあげてみよう。先の「子どもの誤りの内容（その２）」では，

リズムＸ：  $(x_1, x_2, x_3) = (2, 3, 4)$

は，

リズムＹ：  $(y_1, y_2, y_3) = (1, 2, 4)$

や

リズムＺ：  $(z_1, z_2, z_3) = (4, 6, 8)$

との混同が起こっていたが，これは行列で表すと，それぞれ

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

となる。また，リズムＸをリズムＸと与えられた通りに認識する場合は，

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

となる。

但し，これらは，「音の長さの量の保存」の段階の属する者の立場から捉えたもので，子ども自身が行列の成分の数を意識してリズムを認識しているという訳ではない。

ところで，これら３つのパターンの行列は，それぞれが積に関して群を成している。この積は，例えば与えられたリズムをαさんが模倣し，さらにそれをβさんが模倣した時の元のリズムとのずれに対応するのだが，パターン②の行列はパターン①の行列の，またパターン③の行列はパターン②（そしてパターン①）の行列の部分集合なので，パターン②の行列がなす群はパターン①の行列がなす群の部分群（正規部分群[18]），またパターン③の行列がなす群はパターン②（そしてパターン①）の行列がなす群の部分群（単位群）となっている。さらに，この群の系列は，

[18] 群Gの部分群Hが正規部分群であるとは，Gの任意の元ａとHの任意の元ｘに対して，$axa^{-1} \in H$となることである。

①
↓　①の第１行第１列の成分に代表されるスカラー行列に写す写像 f
②
↓　すべてのスカラー行列を単位行列に写す写像 g
③

で与えられ，この時写像 f，g は準同型[19]で，上の系列は完全系列[20]をなす。
つまり，子どものリズム認識の発達のプロセスは，

対角成分が正の実数の対角行列がなす群 → 対角成分が正の実数のスカラー行列がなす群 → 対角成分が１である単位行列がなす群

という群の完全系列としてモデル化できるのである。

３．行列によるリズム認識の発達的様相と幾何の系列との相関性

この行列を通して，リズム認識と幾何の関係は次のようになる。

(1)リズム認識の様相を表す行列と幾何の変換との関係

まず，ユークリッド幾何，相似幾何，１次元アフィン幾何についてだが，１次元ユークリッド空間における合同変換群の要素を，行列を使って表すと

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{u} & \pm 1 \end{bmatrix}$$

（$\mathbf{u}$ は任意の実数）

となる。また同じ空間上の相似変換群，あるいはアフィン変換群の要素は，

---

[19] 群Gから群G′への写像 f が，群 G の任意の要素ｘ，ｙについて

$$f(x * y) = f(x) * f(y)$$

を満たすとき，f は G から G' への準同型という。

[20] この場合，①の f の像である②全てが g によって群の単位元に写されているという意味である。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{u} & a \end{bmatrix}$$

（ａ，**ｕ**は任意の実数）

と表される。

これらの行列において，それぞれの変換を特徴づけているのが，２行２列の成分で，合同変換なら±１，相似変換，アフィン変換ならａ（ａは任意の実数）である。

一方，リズム認識の発達における，「音の長さの量の保存」の段階は単位行列，「音の長さの比の保存」の段階はスカラー行列によって表されるが，リズム認識の様相を表す行列と幾何の変換を表す行列の２行２列成分との間には，

リズム認識		幾何
単位行列	→	１
スカラー行列	→	ａ（ａは正の実数）

という対応付けができる。合同変換群においては，２行２列成分が１の行列の全体は，合同変換群全体の，また相似変換群，アフィン変換群においては，２行２列成分が正の実数ａの行列全体は，相似変換群，アフィン変換群の部分群となっている。つまり，リズム認識と幾何の相関性は，リズム認識の様相を表す群が，それに対応する幾何の変換群の部分群になっていることから生じているということが言えるのである。

次に位相変換群であるが，これは，その全てを行列によって表すことができない，そのため，合同変換，相似変換，アフィン変換のように行列同士を対応付けることによってそのことを示すことができないが，「音の数の保存」の段階のリズム認識の様相を表す，正の実数を成分とする対角行列全体がなす群は，１次元ユークリッド空間上の位相変換群の部分群となる[21]。

⑵基底と拍

[21] 音の長さの比は自由に変えられるので，複比の保存が要求される射影変換にはならない。

ところで，合同変換，相似変換，アフィン変換は，本質的には，基底，つまり座標の１に相当する単位量に作用するのである。

１次元ユークリッド空間においては，合同変換では，変換前後で目盛りのスケールは不変である。一方，相似変換，アフィン変換では，変換前では１だった目盛りが変換後には２になっているというように目盛りのスケールが変わるのである。そして，基底の変換によって図形の形もまた決まってくるのである。

このことは，そのままリズム認識にも反映されている。リズムにおける基底とは拍であるが，リズム認識の様相を表す行列は，本質的には，各段階の拍概念の有り様を表しているのである。すなわち，基準となる拍の長さは，「音の長さの量の保存」の段階では不変であるが，「音の長さの比の保存」の段階では，変わり得るということを表しているのである。それ故，「音の長さの比の保存」の段階では，第１節３(1)で示したようなリズムの「誤認」が起こるのである。

一方，位相変換は，一般的には合同変換，相似変換，アフィン変換のような基底変換とはならない。そのため，位相幾何に相当する「音の数の保存」では，基準となる拍の長さが定まらないのである。そしてそれ故，この段階では，音の長さが異なるリズムでも，音の数が同じであれば「同じ」リズムとして捉えられるのである。

このことから，拍の概念は，「音の長さの量の保存」の段階になって初めて獲得されるということが言えるのである。これは，実際の子どものリズム認識の様相とも一致している。すなわち，行列によって表されるリズム認識の発達的様相のモデルは，現実と適合しているのである。

４．リズム認識の数学的構造と音の長さ以外のリズムの構成要素

以上，子どものリズム認識の発達的様相は，音の長さの捉え方に着目することによって，正の実数を成分とする対角行列がなす群，およびその部分群から構成される完全系列としてモデル化できることを述べてきた。ところで，このモデルを解釈することによって，リズム認識の発達のプロセスにおける音の長さ以外の要素の位置付けもまた示すことができる。

その位置付けであるが，大きく２つに分けられる。すなわち，１つは行列そのものから導き出されるもの，もう１つは群から群への写像を引き起こす要因として捉えられるものである。それについて，音の長さに関わる要素を含めて述べると，次のようになる。

⑴行列から導き出されるリズムの要素

A．対角行列から導き出されるリズムの要素

対角行列の大きさは，音の数によって決まる。また，各行の対角成分は，リズムの構成音の時系列と対応する。従って対角行列によって，

①音の数

②音の順序

の２つの要素が導き出される。

また，リズムのまとまりは，音の数によって決まるので，このことから

③付加リズム

さらに付加リズムによって構成される

④変拍子

が導き出される。

B．スカラー行列から導き出されるリズムの要素

スカラー行列は，音の長さの比が同じリズムを「同じリズム」として捉える段階に対応している。言い換えれば，この段階では，音の長さの比が異なれば，それを「違うリズム」として捉えられるのである。このことからスカラー行列は，

⑤音の長さの比

という要素を導き出す。

スカラー行列は，相似変換，および１次元アフィン変換に対応するが，それは基底，すなわち音の長さの基準の存在を表している。このことから，スカラー行列によって，広義の拍が導き出される。しかし，音の長さの基準は，個人個人によって設定されるパーソナルなもので，かつ先述の通り，確定的なものではないので，本論文では

⑥カウント

として捉えていく。

そして，カウント１あたりの音の数という捉え方によって，リズムの部分的な分割が可能になってくる。すなわち，

⑦特定の分割パターンによる分割リズム

が得られるのである。

また，カウントが周期的になれば，変拍子とは異なった

⑧周期的な拍子

が得られる。

C．単位行列から導き出されるリズムの要素

単位行列は，音の長さの量が異なれば，それを「違うリズム」として捉える段階である。このことから単位行列は，

⑩音の長さの量

という要素を導き出す。

単位行列に対応する合同変換では，それによって基底の大きさは変わらない。すなわち，音の長さの基準は確定されるのである。このことから，単位行列によって，

⑪拍（meter）

という要素が導き出される。なお拍は，beat，meter の双方の訳語となっているが，矢向は beat をそのままビートとして「音の反復に強弱のアクセントが加えられたもの」，meter を拍として「時間の等間隔分節かという人工的秩序」と両者を区別している（矢向（2001）[22]）。この区別は，拍の分割に対する自由度の違いも反映されている。そこで本論文では，meter としての拍は分割自由であり，beat としての拍は分割不能，あるいは特定の分割のみ可能なものとして区別していく。

また，拍（meter）が絶対的な音の長さの基準をもつことによって，１拍に対するそれぞれの音の長さが定量的に決まる。それによって，拍の自由な分割が可能となる。従って，

⑫自由な分割が可能な分割リズム

が得られるのである。

⑵群から群への写像を引き起こすリズムの要素

A．対角行列からスカラー行列への写像を引き起こすリズムの要素

音の数の等しいリズムを「同じリズム」と捉えることに対して変化をもたらすのは，音と音の間に対する意識である。それに関わる要素としては，まず

⑬速さ

である。この速さは，音と音の時間的な間隔のことで，例えば１６分音符で構成されているリズムが「速いリズム」，２分音符で構成されているリズムが「遅いリズム」となる。

また，速さに対する意識から，「同じ速さ」という意識から

---

[22]矢向正人（2001）『言語ゲームとしての音楽』勁草書房，p. 323.

⑭パルス
という要素が自然に導き出される。

さらに，速さが決まると，「速さ×時間＝長さ」なので，

⑮長さ
という要素が導き出される。但し，速さも長さも，この段階ではあくまでも感覚的に捉えられる。

音と音の間に対する意識によって，もう１つ導き出されるものが，

⑯間
である。これは，音が鳴っていない部分もリズムとして捉えることでもあり，これが最終的には拍に繋がっていくと言える。

Ｂ．スカラー行列から単位行列への写像を引き起こすリズムの要素

音の長さの比が等しいリズムを，さらに長さの量によって区別するということは，スカラー行列の対角成分の値によってリズムを区別するということである。それは，特に他者とのアンサンブルにおいて，すなわち

⑰テンポ
に対する意識によって促される。

また，それによってカウントも，分割のパターンは限定されるが，他者と共有されることによって，

⑱拍（beat）
へと変化していく。

そして，これらのことは，最初に示したリズム活動における子どもの「誤り」にも反映されている。これらを含めてまとめると，図６のようになる。

第４節．音楽科教育への示唆

リズム認識と幾何の対応から次のことが導かれる。

それは，拍の取り扱いである。本章の最初に述べたように，現行の学習指導要領では，低学年から拍の流れを感じ取って，演奏したり身体表現をしたりすることが推奨されている。しかし，拍の概念は，図形の分類と同様，リズムを細かく聴き分けることができるようになって初めて獲得される概念である。それゆえ，音楽科カリキュラムにおいて拍の概念は高学年で指導内容として取り上げるべきものである，また逆に，低学年では，拍に拠らないリズムを積極的

に取り上げるべきであるということが言える。

このことを，さらにまとめると次のようになる。すなわち，リズム指導においては，低学年で音の数や順序，速さ，間といったプリミティブな概念についての認識を育てるよう，例えば自由リズムや変拍子のリズムのようなリズムをもつ音楽を教材として取り上げ，それから中学年，高学年と学年があがるにつれて，音の長さや拍，あるいはテンポの概念を基盤とする音楽を教材として取り上げていくということが，子どものリズム認識を育んでいく上で有効であるということである。

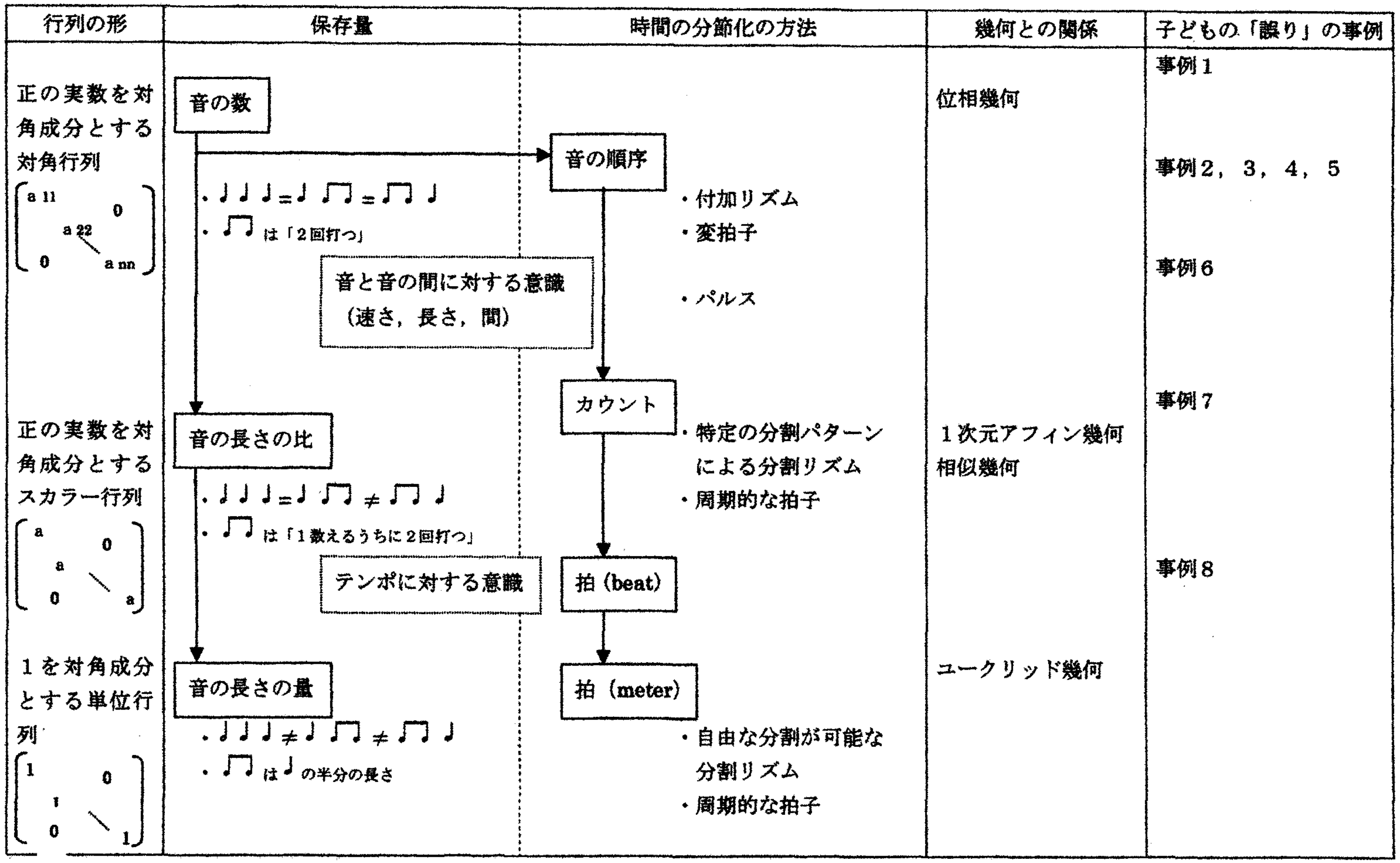

行列の形
保存量
時間の分節化の方法
幾何との関係
子どもの「誤り」の事例
正の実数を対角成分とする対角行列
音の数
音の順序
位相幾何
事例1
事例2，3，4，5
は「2回打つ」
付加リズム
変拍子
事例6
音と音の間に対する意識
（速さ，長さ，間）
パルス
カウント
事例7
正の実数を対角成分とするスカラー行列
音の長さの比
特定の分割パターンによる分割リズム
周期的な拍子
1次元アフィン幾何
相似幾何
は「1数えるうちに2回打つ」
テンポに対する意識
拍（beat）
事例8
1を対角成分とする単位行列
音の長さの量
拍（meter）
ユークリッド幾何
は の半分の長さ
自由な分割が可能な分割リズム
周期的な拍子

図6

第２章　音高認識と順序構造

本章では，リズム認識と並んで音楽認識の核となる音高認識，及びその発達的様相を，順序構造を中心にその数学的構造を明らかにする。

第１，２節では，リズム認識の場合と同様，筆者が観察してきた子どもの音高認識の実態をもとに，音高認識の発達のプロセスについて述べる。第３節では，音高の順序関係の認識の発達が，半束，束という数学的構造とその準同型写像によって捉えられることを明らかにする。第４節では，音高における離散的な側面と連続的な側面がどのように結び付くけていけばよいかについて，解析的にアプローチしていく。第５節では，音の強弱やテンポの認識もまた，数学的には音高認識と同じ数学的構造をもつことを述べる。そして最後の第６節で，これらの結果の音楽科教育への応用について展望していく。

第１節　子どもの音高認識の諸相（１）

１．音高概念の恣意性

音高は，物理学的には，音の周波数によって表され，周波数の値が大きい，あるいは小さい音をそれぞれ「高い音」，「低い音」と呼んでいる。また，２音を比べる際にも，周波数の値が大きい方を「高い音」であるとしている。

しかし，「周波数の値が大きい音＝高い音」という関係は恣意的なもので，あくまでも約束によってそう呼ぶことになっているに過ぎない。言い換えると，このような関係が成り立っていないということもあり得るのである。事実，古代ギリシャでは，キタラの弦が，ギターと同様，高音を受け持つ弦が地面に近い方に張られていたため，オクターブ関係にある２音の高い方を「低い」，低い

方を「高い」と呼んでいた[1]。また，１５世紀には，現在とは反対に「高い音」を楽譜の下方に，「低い音」を上方に書く記譜法があった[2]。

子どもの音高認識の場合にも，同じようなことを観察することができる。授業中，子どもがコントラバスの音色を聴いて「この音って高いの？」と尋ねてきたことがあるが，これは，周波数の違いが「高い」，「低い」で表されることは知っているものの，どちらの方向を「高い」と呼ぶかが不明瞭になっている事例と言えよう。

周波数の違いを，高低以外の言葉によって表現する場合もある。例えば，子どもはしばしば，高い音を「大きい音」，低い音を「小さい音」（またはその逆）と表現する。他にも「明るい」，「暗い」というような言い方がなされる場合もある。さらには，高い音を「高い」，低い音を「小さい」というように，対称関係にないことばで音高の違いを表現することもある。

つまり，子どもにとって「音が高い／低い」を認識することは，それほど易しいことではないのである。

２．授業での子どもの実態

「音の高い／低い」がまだわからない時，子どもはどのよう態度を示すのであろうか。以下，その事例を紹介する。なお，リズム認識の時と同様，学年や時期は，その間違いをした子どもについて記したもので，決して誰もがその学年や時期にこのような間違いをするということではない。

<事例１>（学年，時期を問わず）

「五本の線の真ん中の線の上にある音がシで，あとは順番になっている」と繰り返し説明してきているにもかかわらず，楽譜を配布するとＡさんは「先生，ドレミ書いて」と，階名を書くことを要求してきた。また，黒鍵の位置関係からドの音を見つける方法を繰り返し説明してきているにもかかわらず，Ｂさんは，シロフォンに「ドレミを書いて」とドレミシールを貼ることを要求してきた。

---

1 Hodges, W. (2003). The geometry of music. In J. Fauvel, R. Flood & R. Wilson (Eds.), *Music and Mathematics* . Oxford: Oxford Universuty press, 93.

2 ibid.

＜事例２＞（学年，時期を問わず）

ハンドサインで音高の上下を示しながら歌う活動をしている時，Ｃさんは，全くできなかった。

＜事例３＞（５年生１学期）

ベートーベン作曲《運命》の冒頭のモティーフをピアノで弾こうとしたＤさんは，

の２分音符のところで，その前の音よりも，かなり高音域の鍵盤の音を弾き「あれ。おかしい」と言っていた。

＜事例４＞（１年生１学期）

《くじらの赤ちゃん》（ドイツ民謡）を鍵盤ハーモニカで吹いていたＥさんは，最後の２小節を，それまでのパターンにつられて「ドレミファソソソ・」と吹いていた。

＜事例５＞（１年生１学期）

「ミの次の音は」と問われたＦさんは，指を折りながらド，レ，ミと数え「ファ」と答えた。

＜事例６＞（３年生１学期）

リコーダーで《ちょうちょう》を吹く練習をしている時，Ｇさんの楽譜を見てみると，「レシシードラララー」を「レシシーレシシー」と階名を打ち，それを見ながら練習をしていた。

３．子どもの音高認識の発達のプロセス

(1)子どもの「誤り」の内容（その１）

これらの事例を見てみると，子どもの音高認識の発達のプロセスは，次のように辿っていることがわかる。すなわち，子どもにとって音高は，最初は個々の音として独立しているものであり，決してある音をどれくらい高く（低く）するともう一方の音となるということは認識されていない（事例１，２）。続いて，鍵盤の位置を変えるという操作によって，ある音からある音へと変化させることができること，すなわち音高同士の関係に気付くが，その方向はまだ認識されていない（事例３，４）。それから，変化の方向を認識するが，個々の音の間の音程関係は認識されていない（事例５，６）。そして，最終的には音程関係の認識がされるようになり，与えられた音高の動きを，その通りに認識することができるのである。

以上をまとめると，子どもの音高認識は，

$\boxed{\text{音高の変化の認識}}\rightarrow\boxed{\text{音高の変化の方向の認識}}\rightarrow\boxed{\text{音高の変化の量の認識}}$

というプロセスを経て発達していくということが，これらの事例から言える。

(2)子どもの「誤り」の内容（その２）

ところで，音高を比べようとすると，音は順番に鳴らされるために，２つの音の間には時間的な差が生じる。ここで問題となるのが，「初めに鳴らした音と後で鳴らした音では，どちらの音が高かったでしょう」と問われた際に，その順序を正しく捉えられているかどうかである。音高の違いは音の長さと異なって時間には依存しないが，その認識は時間の影響を受ける可能性が考える。

そのことを検討するために，リコーダー及び鍵盤ハーモニカによる模倣奏での子どもの「誤り」をもとに考えていく。

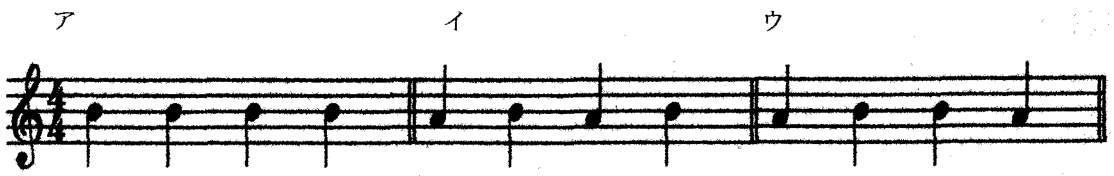
Ａ．教師対子どものリコーダーによる模倣奏での子どもの「誤り」
（神戸市立室内小学校３年生４１名（平成７年７月）[3]）

教師がリコーダーで吹いた４音からなる音型を聴いて子どもが一人ずつそれを模倣して吹くという活動での記録である。音型は譜例１のように，シのみ，もしくはシとラのみで構成された次の３つで，毎回この順番で提示した。但し，

---

[3] 第１章第１節でのリズムの聴き取りテストを実施した時と同じ子どもを対象にしているが，実施した日の欠席者の関係で前の場合とは人数が異なっている。

何の音が使われているか，あるいはどのように吹くかは予め知らせることはせず，子どもはあくまでも教師が吹くリコーダーの音をだけを情報として模倣奏を行った。表３は，その結果である。



譜例１

表３．リコーダの模倣奏における神戸市立室内小学校３年生４１名の結果

	ア	イ	ウ
正しく吹いた子ども	30 人（73%）	16 人（39%）	16 人（39%）
シとラを逆にして吹いた子ども	なし	13 人（32%）	11 人（27%）
吹けなかった子ども	11 人（27%）	12 人（29%）	14 人（34%）

ここで注目しておきたいのは，シとラを逆にして吹いた子どもである。その中でイとウで，共にシとラを逆にしていた子どもは１１人で，ウで逆であった子どもはイでも逆であった。また，その１１人は，アでは正しく吹けていた。なお，全て正しく吹けていた子どもは１４人であった。

Ｂ．子ども同士の鍵盤ハーモニカによる模倣奏での子どもの「誤り」
（神戸市立大沢小学校２年生１０名（平成９年５月））

次に取り上げるのは，鍵盤ハーモニカによる子ども同士の模倣奏で，１人の子どもが即興的につくったモティーフをもう１人の子どもが模倣するという活動での記録である。

モティーフは，次のリズムで，ドレミの３音を，各１回ずつ使ってつくられ，模倣は，最後の４分休符のあとすぐに模倣するというルールで行われた。

♩ ♩ ♩ 𝄽

模倣奏は，ゲーム形式で行った。すなわち，何回正しく模倣できるかを競う形で行った。そこでここでは，与えられたモティーフに対して，どのような「誤り」をしたかについて列挙してみる（表４）。

表４　鍵盤ハーモニカによる模倣奏での「誤り」

与えられたモティーフ	誤って吹いたモティーフ	備考
ドミレ	ドレミ	最初の音高を保存。
レドミ	ドレミ	最後の音高を保存。
レミド	ミレド	最後の音高を保存。
	ミドレ	
ミドレ	ミレド	最初の音高を保存。
ミレド	ドレミ	真ん中の音高を保存。

（全試行回数：62 回，正しく吹けた回数：52 回，途中で止まった回数：4 回）

この結果を見てみると，「誤って吹いたモティーフ」の欄で下線を施したように，１例を除いて「誤り」には，与えられたモティーフとどこか１箇所が一致している部分がある（下線を施した部分）。言い換えると，子どもは模倣奏をする際に，「最初の音」，「最後の音」あるいは「真ん中の音」にポイントをおいて与えられたモティーフを聴いているということが言える。

また，１音が正しく再現されているということは，残りの２音の混同が起こっているということでもある。これは，Ａで取り上げたシとラが逆になっている「誤り」と同じパターンとなっている。さらに言えば，Ａでは，どこかの音にポイントをおいて与えられたモティーフを聴くことができれば正しく模倣することができるので，モティーフが２音から成っていようと３音から成っていようと，子どもの音高の捉え方は本質的に同じであるということが言える。

Ｃ．子ども同士のリコーダーによる模倣奏での子どもの「誤り」
（神戸市立大沢小学校３年生１３名（平成９年１２月））

同じく子ども同士の，リコーダーによる模倣奏で，１人の子どもが即興的につくったモティーフをもう１人の子どもが模倣するという活動での記録である。

モティーフは，ソラシの３音のパターン，ソラシドの４音のパターン，ソラシドレの５音のパターンがあり，何れの場合でも，それぞれの音は各１回ずつ使ってつくられるようになっている。また，リズムは次の通りで，最後の音符，あるいは休符のあとすぐに模倣するというルールで行われた。

３音：♩ ♩ ♩ 𝄽　　４音：♩ ♩ ♩ ♩　　５音：♩ ♩ ♩ ♩ 𝅗𝅥. 𝄽

この模倣奏も，Ｂと同様，ゲーム形式で行った。そして，与えられたモティ

ーフに対して，どのような「誤り」をしたかについて列挙してみる（表５）。

表５－１　リコーダーによる模倣奏での「誤り」（ソラシの３音の場合）

与えられたモティーフ	誤って吹いたモティーフ	備考
シラソ	ソラシ	真ん中の音高を保存。
ソシラ	ラシラ	変化の方向を保存
ラシソ	ソシラ	２例あり。真ん中の音高を保存。
シソラ	シラソ	最初の音高を保存。

（全試行回数：38 回，正しく吹けた回数：27 回，途中で止まった回数：6 回）

表５－２　　リコーダーによる模倣奏での「誤り」（ソラシドの４音の場合）

与えられたモティーフ	誤って吹いたモティーフ	備考
ラソシド	ソラシド	最後の２音の音高を保存。

（全試行回数：29 回，正しく吹けた回数：17 回，途中で止まった回数：11 回）

表５－３　　リコーダーによる模倣奏での「誤り」（ソラシドレの５音の場合）

与えられたモティーフ	誤って吹いたモティーフ	備考
ソドレシラ	ソドレシソ	変化の方向を保存。
ソラシレド	ソラシドレ	最初の３音の音高を保存

（全試行回数：14 回，正しく吹けた回数：10 回，途中で止まった回数：12 回）

これらの結果を見てみると，この模倣奏においても，与えられたモティーフを聴く時のポイントが，「最初のいくつかの音」，あるいは「最後のいくつかの音」のように複数の音に置かれていたり，２音の混同が起こっていたりする点で，子どもの音高の捉え方はＡやＢと本質的には同じであるということが言える。一方，「ソシラ」に対する「ラシラ」，「ソドレシラ」に対する「ソドレシソ」のように，同じ音が２回現れている例では，高低の変化の方向は捉えられているが，その量，すなわち音程が捉えられていないと考えられる。

以上を分析すると，次のようになる。まずＡの事例から，同じ音高が続く場合と音高が変化する場合とを区別することができるという認識のレベルが導かれる。続いてＡ－Ｃの事例から，音高の変化の方向を区別することができるという認識のレベルが導かれる。そして，Ｃの事例から，音高の変化の量を区別

することができるという認識のレベルが導かれる。そして，これは，先に示した

変化の認識→音高の変化の方向の認識→音高の変化の量の認識

というプロセスと一致していると言える。

ただ，Ｂ，Ｃの事例を詳しく見てみると，音高認識にはまた別のルートが存在することがわかる。

それは，絶対音高の聴覚的イメージの認識である。

Ｂ，Ｃの模倣奏では，子どもが音高は聴覚的イメージとして捉え，与えられたモティーフを模倣する際には，その記憶を辿りながら鳴らされた順番通りに再現しようとするのである[4]。そして，その順番が正しい時に結果として音高の変化の向き，さらには変化の量が正しく再現されるのである。つまり，音高認識の発達のプロセスは，

変化の認識→音高の変化の方向の認識→音高の変化の量の認識

音高の聴覚的イメージの認識

と，「音高の聴覚的イメージの認識」を辿るルートが考えられるのである。「音高の聴覚的イメージの認識」は，「音高の変化の方向の認識」を経て到達する場合もあるが，「変化の認識」から直接到達する場合もある。そこから「音の変化の量の認識」に至ればよいが，「音高の聴覚的イメージの認識」のレベルで留まってしまう場合もある。実際，「音高の聴覚的イメージの認識」だけでも，演奏面では特に支障はきたさないのである。

そこで問題になるのが，どのようなきっかけがあれば「音高の変化の量の認識」へと発達していくかである。それについて次節で述べていく。

なお，「音高の聴覚的イメージの認識」は，音（音高）の種類の数とその順序の認識から発展する。これは，第１章のリズム認識の発達のプロセスから分化

[4] Ｗ．Ｊ．ダウリングとＤ．Ｓ．フジタニは，短期記憶においては絶対音高は，旋律を識別する際の主要因となっていることを指摘している。Dowling, W.J., Fujitani, D. S. (1971). Contour, interval, and pitch recognition in memory. *The Journal of the Acoustical Society of America, 49* (2), 524-531.

していることを表している。つまり音高認識はリズム認識から派生していくと言えるのである。

第２節　子どもの音高認識の諸相（２）

１．音高変化の量の認識におけるグリッサンドの有効性

R. ウォーカー（1987）[5]は，音楽経験が豊富な子どもとそうでない子どもについて，１０歳から１１歳，及び１５歳から１６歳の子どもを対象として次のような実験を行った。

「垂直方向の動きを表した図」「大小の変化を表した図」「形の変化を表した図」「パターンの変化を表した図」が描かれている紙がある。次の４つの音高の変化を聴いた時，それぞれの聴覚的イメージを最も表している図をどれか１つ選ばせ，その答えを分析して，そこに何らかの差異が見出せるかどうかを調べる。

①26Hz の音と 440Hz の音を１音ずつ聴いた時。

②130Hz の音と 392Hz の音を１音ずつ聴いた時。

③220Hz の音から 330Hz の音までグリッサンドさせ，0.25 秒後に 330Hz から 220Hz までグリッサンドさせた音を聴いた時。

④261Hz から 330Hz の音までグリッサンドさせ，0.25 秒後に 330Hz から 392Hz までグリッサンドさせ，0.25 秒後に 330Hz から 523Hz までグリッサンドさせた音を聴いた時。

その結果，次のような結果が得られた。

ア．音楽経験が豊富な子どもは，年少者も年長者も共に，何れのケースでも「垂直方向の動きを表した図」を選ぶ子どもの割合が高かった。

イ．音楽経験が豊富でない子どもは，①，②，④のケースでは，図の選び方に差がなかった。一方③のケースでは，年少者ではでは，一部の集団で「垂直方向の動きを表した図」を選ぶ子どもの割合が高かった。但し，年長者には，そのような傾向は見られなかった。

[5] Walker, R.(1987). Some differences between pitch perception and basic auditory discrimination in children of different cultural and musical background. *Bulletin of the Counsil for Research in Music Education. 91*, 166-170.

つまり，全体として音楽経験が豊富な子どもは，音高の変化を垂直方向の動きとして捉える傾向にあるが，豊富でない子どもは，そのような傾向はない。但し，グリッサンドによる連続的な変化の場合は，音楽経験が豊富でない子どもも垂直方向の変化として捉えることがあり得るということである。

村尾は，このイの結果に着目して，ウォーカーの研究を「ピッチを上下の連続した運動として教えてゆくことの意義を示すもの」[6]と評している。そして，音の高低の動きを垂直方向の動きに視覚化するコンピュータソフトを活用して，調子はずれの治療に応用している。

音高の変化を視覚的な上下の変化に対応させることは，有意義である。実際，ピアノを習っていて鍵盤の視覚的なイメージと音高の聴覚的なイメージを対応させることができる子ども，楽譜が読める子どもは，音高認識も育っている場合が多い。また，視覚的なイメージを用いると，「どれくらい高くなったか」といった，音高の変化の量についてもイメージしやすくなる。

しかし，視覚的な情報はあくまでも手段であって，それがないと音高認識は育たないということでは決してないであろう。そこで，次の事例をもとに，音高の変化の量に対する認識が，どのように生まれてくるかを考えていく。

２．「声の階段ゲーム」と子どもの音高認識

この音楽ゲームは，次のようなものである。

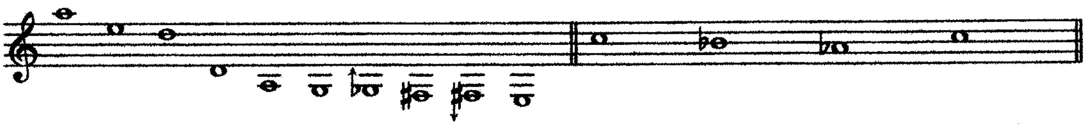
１．グループで円になる。
２．スタートの人と，順番の向き（右回りか左回り）を決める。
３．スタートの人が「ア」と言う。次の人は，スタートの人の声よりも高い（低い）声で「ア」と言う。
４．以下，前の人が出した声よりも高い（低い）声で「ア」と言うということを繰り返す。
５．前の人が出した声よりも高く（低く）出せなかった時点でゲームは終了とし，そこまでの「段の数」（＝人数）が得点をする。

以下では，平成１６年６月に，勤務校である神戸市立大沢小学校４年生１５名で，クラス全体をグループとして行った時の事例である。

[6] 村尾忠廣（1995）『「調子外れ」を治す』音楽之友社，p.74.

初めてこのゲームを行った時には，次のような子どもの姿が見られた。

①前の人の声の高さとの音程差が大きい声を出す子どもが多く見られた。
②前の人の声と同じ高さの声を出す子どもも見受けられた。
③最高音域（あるいは最低音域）になると音程差が小さくなっていった。



これらの事例の原因は，次のように考えることができる。つまり，発声器官がどのような状態ならどのような高さが出せるのかということがつかめていないから，このようなことが起こるのである。①や②では，前の人が出した高さを自分が出すとした時の発声器官の状態がイメージできず，音高のコントロールができないために起こるのである。一方，自分が出せる一番高い音，低い音を出すことは，感覚的につかみやすい。また，最高音域，最低音域になると，前の人がどの高さを出したかに関係なく自分が出せる一番高い音，低い音を出そうとするため，③が起こるのである。

このゲームを毎授業の初めに継続的に行ったところ，「声の階段ゲーム」の結果は，次のように変わっていった。

ア．最初の人ができるだけ低い（高い）声を出そうとするようになった（低い声を出そうとする際には下を向いたり，両手で口を覆ったりしていた）。
イ．特に上行の場合，音程差が小さくなり，その結果，１回のゲームでつくることができる「段の数」が増えた。

以上のことから，音高の変化の量の認識は，音高同士は，発声器官をコントロールすることによって互いに移り合えるという経験によって獲得されていくということが言える。グリッサンドが有効なのは，発声器官をコントロールすることによってある音高から別の音高へ移ることができることを体感できるからであろう。

その際に大切なことは，最高音，または最低音を意識することである。それによって，その間の音高が発声器官のコントロールと結び付いて認識されていくのである。勿論，声ではなく，音高同士の移り合いが，例えば金管楽器の唇のように他の器官をコントロールすることによって実現される場合でも，音高の変化の量の認識は獲得されると言える。

なお，音高の変化も時間と同様連続的であるが，変化の基準量が必要になってくる場合がある。その基準量の１つが鍵盤楽器における半音である。模倣奏の事例で述べたように，鍵盤楽器やリコーダーのように音高ごとに鍵盤や指遣いが決まっている楽器を使うだけでは音高の変化の量の認識は育たないと述べたが，音程の基準量の認識には有用になってくるため，鍵盤楽器を使って音高を意識していくことも大切である。そして，聴覚的イメージとして捉えられた音高それぞれが，連続的な変化の中のどこに位置するかを捉えられるようにしていくことが，真の意味で音高の変化の量の認識に繋がっていくと言える。

第３節　音高認識と束

１．束

音高の変化の量を認識するために必要なことは，全音高に順序関係を定めることである。そして，その手続きは束，そして半束を用いて行うことができる。それを，３つの音高，ド，レ，ミの順序関係を定めていく手続きを例にして述べていく（順序関係の定義はＰ．１１を参照）。

Ｐ＝｛ド，レ，ミ｝とすると，最初はそれぞれの音同士には順序関係が定まっておらず，それぞれの聴覚的イメージしか捉えられていない。

しかし，この状態にあっても，Ｐは半順序集合となる（互いに順序関係が定められていないので反対称律，推移律が常に成り立っている）。このことは，音を区別するということが，音の高さを比べることの前提となっていることを表していると言える。

次に前節では，音高認識の発達は，最高音，最低音の存在を，身体を通して感じることによって促されることを述べたが，これはＰに＋∞，−∞という２つの要素が加わったと考えることができる。今この新しい集合をＰ′ ＝｛ド，レ，ミ，＋∞，−∞｝とすると，＋∞の音は他のどの音よりも高く，−∞は他のどの音よりも低いという順序関係が導入されているので，Ｐ′ は束となる（束の定義はＰ．１１を参照）。なお，ＰとＰ′ を図示すると，図１のようになる。また，２音高のうち高い方をとる演算を∪，低い方をとる演算を∩とすると，その演算表は図２のようになる。

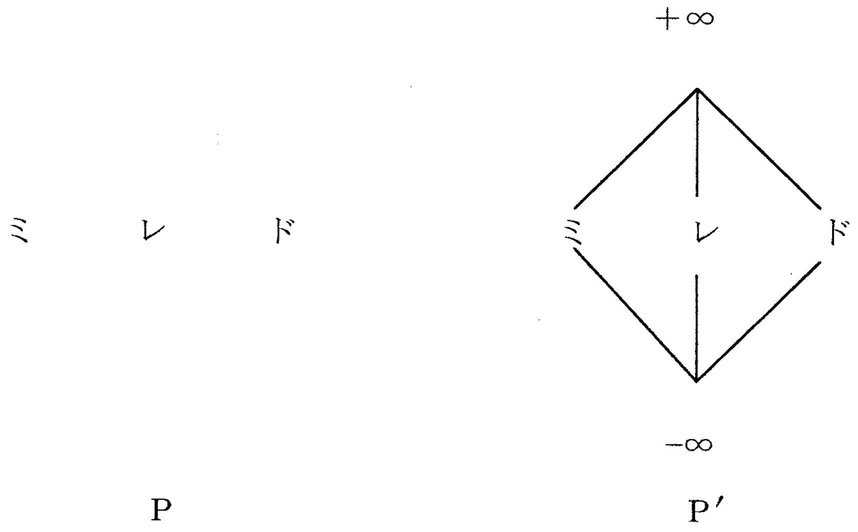


図１

∪	+∞	ミ	レ	ド	-∞
+∞	+∞	+∞	+∞	+∞	+∞
ミ	+∞	ミ	+∞	+∞	ミ
レ	+∞	+∞	レ	+∞	レ
ド	+∞	+∞	+∞	ド	ド
-∞	+∞	ミ	レ	ド	-∞

a

∩	+∞	ミ	レ	ド	-∞
+∞	+∞	ド	レ	ミ	-∞
ミ	ミ	ミ	-∞	-∞	-∞
レ	レ	-∞	レ	-∞	-∞
ド	ド	-∞	-∞	ド	-∞
-∞	-∞	-∞	-∞	-∞	-∞

b

図２

２．半束

さて，束では２つの演算が定義されていたが，その一方にのみ着目すると，半束という構造が得られる（半束の定義はＰ．１１を参照）。束との違いは，音楽的に解釈すると，束においては高低の両方向について捉えられているが，半束では高低のうち「高い（∪)」，もしくは「低い（∩)」のどちらかに絞って捉えている認識の様相を表していると言える。

今，演算として∪（図２のａの演算表）が定められている半束Ｐ′を考える。ここでＰ′の部分集合としてＩ$_{P'}$ ＝｛＋∞，ｘ｝を考えると，Ｓには次のような性質がある。すなわち，任意のＰ′の要素と，＋∞，またはｘとの∪は，必ず＋∞，ｘの何れかになっている。このような部分集合Ｉ$_{P'}$を，Ｐ′のイデアルという[7]。

ここで新しく，図３のような半束Q′＝{+∞，ど，れ，-∞}，および図４のようなR′＝{+∞，-∞}を考える。

∪	+∞	れ	ど	-∞
+∞	+∞	+∞	+∞	+∞
れ	+∞	れ	+∞	れ
ど	+∞	+∞	ど	ど
-∞	+∞	れ	ど	-∞

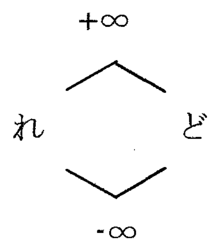


図３

∪	+∞	-∞
+∞	+∞	+∞
-∞	+∞	-∞

図４

そして，Q′からR′への写像ｆを，

[7] ｛＋∞｝，｛＋∞，ｘ｝，｛＋∞，ｘ，ｙ｝，｛＋∞，ｘ，ｙ，ｚ｝，そしてＰ′自身もＰ′のイデアルである。

$$f\,(+\infty) = \text{れ}$$

$$f\,(\text{レ}) = \text{れ}$$

$$f\,(\text{ド}) = \text{ど}$$

$$f\,(-\infty) = \text{ど}$$

つまり，Q′ のイデアル $I_{Q'} = \{+\infty,\ \text{レ}\}$ を考え，$I_{Q'}$ に属する要素とそうでない要素をグループにするように定めると，f は準同型写像となる。すなわち任意のP′ の要素m，nに対して，

$$f\,(m \cup n) = f\,(m) \cup f\,(n)$$

が成り立つ。このことは，両者の演算表を比較すると，図５のように，Q′ の演算表を大域的に見ると，R′ と同じ構造をもっていることがわかる。

∪	+∞	れ	ど	-∞
+∞	+∞	+∞	+∞	+∞
れ	+∞	れ	+∞	れ
ど	+∞	+∞	ど	ど
-∞	+∞	れ	ど	-∞

∪	+∞	-∞
+∞	+∞	+∞
-∞	+∞	-∞

図５

準同型写像によって対応付けられた２つの半束は，類似していると考えることができる。これは，言い換えると，ある半束によって表される音楽認識が獲得されたなら，準同型写像によって写ることができる半束によって表される音楽認識もまた獲得され得ることを意味していると言える。

また，この準同型写像を音楽的に解釈すると，次のようになる。すなわち，＋∞と−∞によって最高音と最低音を認識することができるようになれば，任意

の２音の高低を認識できるようになることができることを表している。

次に，P′ を加えて３音の音高を比較する場合について述べる。今，P′ からQ′ への写像gを，

$$g\ (+\infty) = g\ (\text{ミ}) = +\infty$$

$$g\ (\text{レ}) = \text{れ}$$

$$g\ (\text{ド}) = \text{ど}$$

$$g\ (-\infty) = -\infty$$

のように，つまり$I_{P'} = \{+\infty, \text{ミ}\}$と定め，$I_{P'}$に属する２つの要素を同じグループに，それ以外はそのままにしておくように定めると，gは準同型写像となり，P′ はQ′ と類似したものと考えることができる。またQ′ に写ったP′ はfによってR′ に写される。つまり，３音，あるいはそれ以上の音高の高低の比較も，実質的には２つの音高を比較することに還元されるのである。そして，さらに言えば，最高音と最低音を認識できるようになれば，任意の音高の高低の比較が可能になっていくのである。そして，この操作を繰り返すことによって，全ての音高は，高低の秩序の中に埋め込まれ，音高全体が全順序集合，そして再び束となり，高低の両方向を認識できるようになるのである。

以上のことを図式化すると，図６のようになる。

さて，音高の集合が束の構造をもつということは，ある音に対して，それよりも高い音，あるいは低い音が常に存在することを意味している。そして，その上で，音高をグリッサンドによる漸次的な変化や，「ちょっと高くする」「かなり低くする」といった音高の変化の加減を経験することによって，音高の聴覚的イメージから脱却することが可能となり，音高の変化の量が連続的に認識されていくのである。

ところで，音高は，本来は連続体であるが，我々は通常，１オクターブの中に含まれる無限の音高の中から数音取り出して，それを組み合わせてつくられた旋律を演奏している。そこで次節では，音高認識において，離散と連続をどのように融合させていけばよいかについて，数学の解析的な概念をもとに考えていく。

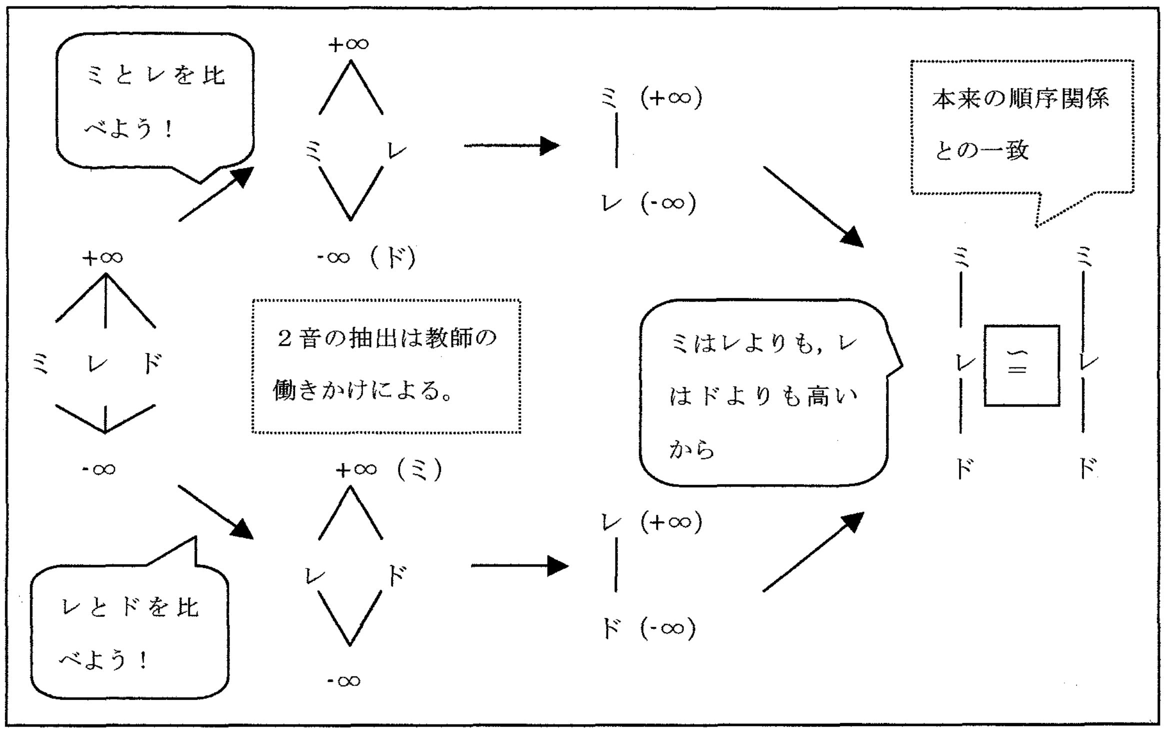


図６

第４節　音高認識における連続，離散，超離散

１．マックスープラス代数

実数Ａ，Ｂに関する２つの２項演算，すなわち，Ａ，Ｂのうち大きい方の値を答える演算 max（Ａ，Ｂ）と，通常の加法＋によって構成される代数系を，マックスープラス代数という。

max 演算は，Ａ＞Ｂ＞Ｃならば，max（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝Ａのように，数個の実数に対して，その最大値を答えるという演算でもある。また，max を min，すなわち，数個の実数に対して，その最小値を答えるという演算に置き換えても本質的には同じである。

マックスープラス代数においては，次のことが成り立つ。

max（Ａ，Ｂ）＝max（Ｂ，Ａ）	（交換法則）
max（Ａ，max（Ｂ，Ｃ））＝max（max（Ａ，Ｂ），Ｃ）	（結合法則）
Ａ＋max（Ｂ，Ｃ）＝max（Ａ＋Ｂ，Ａ＋Ｃ）	（分配法則）

このように考えてみると，マックスープラス代数は，実数の通常の加法＋をmax に，乗法×を＋に置き換えたものと類似している。しかし，通常の乗法×における単位元，Ａ（Ａは実数）の逆元は，および加法の零元は，マックスープラス代数においてはそれぞれ０，−Ａ，−∞と定まるのに対して，max に関するＡの逆元は存在しない。すなわち，max の逆演算は定義できない。

なお，マックスープラス代数におけるこれらの演算は，音の高低の認識と結び付いている。すなわち，max（Ａ，Ｂ）は，Ａ，Ｂのうち高い方の音を答えること，またＡ＋Ｂは，ＡをＢ音分高くするとどの高さになるかを答えることを表している。

２．超離散化

極限に関する次の公式が成り立つ。

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \varepsilon \log \left(\exp(A/\varepsilon)+\exp(B/\varepsilon)\right) = \max(A, B)$$

また，これを方程式に応用すると，

$$a+b=c \quad \underset{\text{変数変換}}{\Longleftrightarrow} \quad \varepsilon \log\left(\exp(A/\varepsilon)+\exp(B/\varepsilon)\right)=C \underset{\text{極限}}{\longrightarrow} \max(A, B)$$

$$a=\exp(A/\varepsilon),\ b=\exp(B/\varepsilon),\ c=\exp(C/\varepsilon) \qquad \varepsilon \to +0$$

$$a \cdot b=c \quad \underset{\text{変数変換}}{\Longleftrightarrow} \quad \varepsilon \log\left(\exp(A/\varepsilon)\cdot\exp(B/\varepsilon)\right)=C \underset{\text{極限}}{\longrightarrow} A+B=C$$

$$a=\exp(A/\varepsilon),\ b=\exp(B/\varepsilon),\ c=\exp(C/\varepsilon) \qquad \varepsilon \to +0$$

このように，四則演算で構成された方程式は，上のような変数変換と極限操作によってマックスープラスの方程式が得られる。この手続きを超離散化という。

３．セルオートマトン

セルオートマトンとは，独立変数と従属変数が全て離散的で，さらに従属変数の値域が有限集合になっているような時間発展系のことをいう。

基本的なセルオートマトンの時間発展は，ｊは空間格子（位置），ｎは整数時刻の独立変数，Ｕは従属変数として関数

$$U_j^{n+1} = f\ (U_{j-1}^n,\ U_j^n,\ U_{j+1}^n)$$

※U_j^nとは，空間格子ｊ，時刻ｎにおけるＵの値を表す。

により与えられる。

但し，Ｕの値は０か１であり，f（x,y,z）の値も３つの引数の値に応じて０か１である。そして，この形に当て嵌まるセルオートマトンを，エレメンタリーセルオートマトン（ECA）という。

３つの引数ｘ，ｙ，ｚは，何れも０か１しかとらないので，その値の組合せは 2×２×２＝８通りである。また，それぞれに応じて f（x,y,z）の値も０か１になるので，その種類は2^8＝２５６通りである。

例えば，ルール番号９０の ECA（01011010）[8]は，図７のように表される。

$U_{j-1}^n,\ U_j^n,\ U_{j+1}^n$	111	110	101	100	011	010	001	000
U_j^{n+1}	0	1	0	1	1	0	1	0

ｎ＝０　…０００１０１０１１０１０１０１１０００…
ｎ＝１　…００１０００００１０００００１１１００…
ｎ＝２　…０１０１０００００１００００１０１１０…
ｎ＝３　…００００１００００００１０００００１１１…

図７

[8] ルール番号は，図７のように８つの$U_j^{n+1} = f\ (U_{j-1}^n,\ U_j^n,\ U_{j+1}^n)$の値の並び（この場合は（01011010））を２進表示として見なしたものである。ちなみにルール番号０は（00000000），ルール番号２５５は（11111111）である。

ところで，この ECA のルールは，マックスープラス代数の基礎演算である max（min），±で表すことができる。例えばルール番号９０の ECA は，

$$U_j^{n+1} = \max(U_{j-1}^n, U_{j+1}^n) - \max(0, U_{j-1}^n + U_{j+1}^n - 1)$$

となる。

４．エレメンタリーセルオートマトン（ECA）と移調

移調とは，ある旋律の音程関係を保ったまま，それ全体を高くしたり低くしたりすることである。例えば《きらきら星》の出だしは，ハ長調では

ドドソソララソ・ﾌｧﾌｧミミレレド・

である。これを半音，すなわち１音高くして嬰ハ長調に移調すると，

ド#ド#ソ#ソ#ラ#ラ#ソ#・ﾌｧ#ﾌｧ#ミ#ミ#レ#レ#ド#・

となるが，旋律にこのような操作を施しても，我々の耳には同じように聴こえる。つまり，移調という操作は，旋律を保存するのである。

ところで，旋律は音階に基づいてつくられるので，移調という操作は，本質的には音階を高くしたり低くしたりすることである。例えば，ハ長調を嬰ハ長調に移調するということは，「ドレミファソラシド」を「ド#レ#ミ#ﾌｧ＃ソ#ラ#シ#ド＃」に，つまり，ハ長調の各音階構成音を１音高くするということである。そして，ド＝０，ド＃＝１，…として，ｎ音高くするという操作は，差分方程式で表すと，

$$x_n = x_0 + n \pmod{12}$$ [9]

[9] mod 12 とは，整数全体が１２で割った時の余りで類別されていることを意味する。簡単に言えば，０，１，２，…と数えて１１までくると，再び０，１，２，…と数え直すことを表している。これは，音楽的には，ド，ド＃，レ，…と数えてシまでくるとまたドに戻ることと同じである。

となる（１オクターブは 12 音からなるので mod 12 となる)。

一方，１音高くするという移調を ECA で表すと，図８のようになる（＊を全て０と考えた場合，ＥＣＡのルール番号は９６である)。

j →

	ﾄﾞ	ﾄﾞ#	ﾚ	ﾚ#	ﾐ	ﾌｧ	ﾌｧ#	ｿ	ｿ#	ﾗ	ﾗ#	ｼ
n-0	●		●		●	●		●		●		●
1	●	●		●		●	●		●		●	
2		●	●		●		●	●		●		●
3	●		●	●		●		●	●		●	
:	:											

$U_{j-1}^{n}, U_{j}^{n}, U_{j+1}^{n}$	111	110	101	100	011	010	001	000
U_{j}^{n+1}	＊	1	1	＊	0	0	＊	＊

（＊は０と１どちらでも可であることを表す)

図８

これをマックスープラス代数で表すと，次のようになる。

$$U_{j}^{n+1}=U_{j-1}^{n}=\max\left(U_{j-1}^{n},\ 0\right)$$

超離散化によって上の式を導くことのできる差分方程式には，例えば，

$$u_{j}^{n+1}=u_{j-1}^{n}+1$$

が考えられる。そして，この差分方程式に対して，変数変換

$$u_j^n = \exp(U_j^n/\varepsilon)$$

を行えば

$$U_j^{n+1} = \lim_{\varepsilon\to+0} \varepsilon\log(\exp(U_{j-1}^n/\varepsilon)+1)$$

$$= \lim_{\varepsilon\to+0} \varepsilon\log(\exp(U_{j-1}^n/\varepsilon)+\exp(0/\varepsilon))$$

となり，$\varepsilon\to+0$の極限をとって

$$U_j^{n+1} = \max(U_{j-1}^n,\ 0)$$

が得られる。

なお，差分方程式

$$u_j^{n+1} = u_{j-1}^n + 1$$

は，微分方程式

$$dy/dx = 1$$

に置き換えることができる。これを解くと，

$$y = x + C \ (C\text{は積分定数})$$

となる。またｘ＝０ならばｙは１（ドの音を１音高く上げるとド#）なので，

上式は

$$y = x + 1 \quad (x,\ y\text{は実数})$$

となる。

５．音高認識における連続，離散，超離散

以上のことから，音高には連続，離散，さらには超離散という側面があることがわかる。これらは，変換によって写り合えることが数学的に保証されているものの，例えば移調という音楽的な操作を考えた場合，連続（微分方程式），離散（差分方程式），そして超離散（マックスープラス代数）の３つの音楽的な意味や活動としては，これらは異なる。

まず，超離散（マックスープラス代数）は，１つ前の音高を意識することを意味する。活動としては，例えば１２の音高のハンドベルを各自が持ち，自分が持っているものよりも１音低い音のハンドベルが鳴れば，次は自分が鳴らす，また鳴らなければ次は鳴らさないといった，音高の順序関係を別な方法で取り扱っていくというのが‘超離散的’な学習活動として考えられる。

次に，離散は，鍵盤に従って音高をスライドさせることを意味する。活動としては通常の移調で，鍵盤楽器を使って，旋律を１音ずつ順番に高く（あるいは低く）して弾いていくというのが，‘離散的’な学習活動として考えられる。

そして，連続は，鍵盤から離れて音高をスライドさせることを意味する。活動としては，グリッサンド音型を，いろいろと高さを変えて模倣するというのが，‘連続的’な学習活動として考えられる。また，同じ節であっても，民謡のように，歌い出しの音高を予め定めることなく，一人一人が出しやすい音高で歌うことも，‘連続的’な学習活動として考えられる。

これらをまとめると，音高の学習は鍵盤を用いる場合と用いない場合を織り交ぜていくことが大切だと言える。

第５節　音の強弱，テンポの認識と順序構造

これまで音高認識の数学的構造について述べてきたが，これは音高が連続体，すなわち数直線に対応させることができるという事実に基づいて，数直線，す

なわち実数全体の性質から導いてきたものである。

ところで，同じように数直線に対応させることができる音楽の諸要素に，音の強弱，そしてテンポがある。そこで，本節では，音高認識の数学的構造を強弱認識，テンポ認識に適用することによって，その発達を促す手立てについて述べていく。

１．強弱認識と順序構造

音高におけるヘルツ（Ｈｚ）のように，音の強弱もまたデシベル（ｄＢ）という普遍単位によって測定される。しかし，音楽においては，音の強弱がこのような絶対量で示されることは稀で，一般的には，ｐ，ｍｐ，ｍｆ，ｆというように，相対的な違いとして表される。その意味で，音の長さや音程のような距離の概念は，基本的には導入されていない。

しかし，例えば，ｐ，ｍｐ，ｍｆ，ｆには，

$$p < mp < mf < f$$

という全順序関係が成り立っている。また，ｐとｍｐの間には，無限の強弱レベルがある。以上のことから，音の強弱の順序構造は，音高の順序構造と同型である。

また，音高の幅と同様，強弱の幅もまた楽器ごとに定められている。それゆえ，強弱認識も，鳴らすことができる「一番強い音」,「一番弱い音」という両端を認識することが大切であることが導かれる。このことから，強弱認識の発達的様相もまた，束，半束によって表すことができるといえる。

２．テンポ認識と順序構造

テンポは，メトロノーム記号で表すことができる。これは，数そのもので表されるため，テンポには順序構造が入っていることは明らかである。また，その順序も全順序であり，音高，音の強弱の順序構造と同じである。

テンポの変化は，技能面，あるいは元の曲と認知できるレベル（例えば極端にテンポを緩めると，元の曲と同じかどうか判別できなくなる）から，許容される幅が定められる。このことからテンポ認識も，音高や音の強弱と同様，「一番速いテンポ」「一番遅いテンポ」という両端を認識することが大切であること

が導かれる。このことから，テンポ認識の発達的様相もまた，束，半束によって表すことができるといえる。

なお，テンポの変化は比として感じられるが，比によって与えられる値は距離の公理を満たさない。従って，テンポには距離の概念は備わっていない。

なお，第１章でも述べたように，テンポの認識は，拍を認識できるようになって初めて可能となる。それ以前の，少なくともカウントをしながら音楽を捉えるようになる前の段階では，上の例のように音価が変わるごとに「速くなった」「遅くなった」と感じる。このことから，テンポ認識は，それ自体を独立的に取り上げることは相応しくない。あくまでもリズム認識の発達とリンクさせた上で捉えられていくべきことである。

第６節　音楽科教育への示唆

音高認識の数学的構造を考えることによって，音楽科の授業での様々な問題点が浮き上がってくる。

まず，最初から音高が指定された活動が多いことである。またその音高も鍵盤に依存している場合が殆どで，鍵盤と鍵盤の間の音高を自由に出せる楽器は，音楽室にはほとんどない。

また，音高認識は最高音，最低音，あるいはグリッサンドの演奏体験が有効であるということが数学的に導かれるのであるが，それらを使った教材は殆ど用いられていない。

逆に言えば，音高認識の発達を促していくためには，鍵盤楽器では出すことができない音高を，積極的に取り上げていくような活動が必要と言えるのである。

そんな中で可能性があるのが，声の活用である。声はいろいろな音高を出すことができる。連続的に音高を自在に変化させることができる。そしてさらには，最高音，最低音を，身体を通じて感じることができる。

このような声の特性を活用した学習活動としては，既に一部の教師によって実践されている伝統芸能における声の表現，声による音楽づくりなどがあげられよう。言い換えると，西洋音楽以外の声の音楽に目を向け，それを教材化していくことが，音高認識を育んでいく上で有効であると考えられるのである。

第３章　「合わせる」ことの認識と位相構造

リズムであっても音高であっても，複数で演奏を行う際には，「合わせる」という行為が求められることが多い。この「合わせる」ということは，与えられた音に対して時間的な，あるいは音高的な距離を０にするということである。しかし，第１章，および第２章で述べたように，音の長さや高さの基準を全員が共有した上で演奏できるようになるのは，それぞれの認識が，かなり発達してからである。それ故，距離の概念も，子どもにとって決して自明ではない。

一方，距離を含んだ遠近関係を抽象化したものを，数学では位相構造という。本章では，「合わせる」行為において，リズム認識，音高認識が位相構造とどのように結び付いているかを考察していく。

第１節では，位相構造をもつ空間，すなわち位相空間と，分離公理によって与えられる位相空間の中での包含関係について述べる。そして，距離の構造をもった距離空間の位相空間における位置付けを確認する。続く第２節では，分離公理によって特徴付けられる様々な位相空間が，音楽の中でどのように現れるかについて述べる。そして子どもの「合わせ方」もまた，この包含関係に従って発達していくことを明らかにする。そして第３節では，位相構造から派生する測度の概念をもとに，拍や音程の意味を，第４節では，アンサンブルにおける「合わせる」ことについて考えていく。そして第５節で，これらの結果の音楽科教育への応用を展望する。

第１節　距離空間と位相空間

１．距離空間

距離空間の定義は次のとおりである。

> 集合Ａがあって，任意のx，y，$z \in A$に対して定まる実数$\rho(x, y)$が
> ①$\rho(x, y) \geqq 0$，かつ$\rho(x, y) = 0$ならば$x = y$でその時に限る。
> ②$\rho(x, y) = \rho(y, x)$
> ③$\rho(x, y) \leqq \rho(x, z) + \rho(z, y)$
> を満たすとき，$\rho(x, y)$をＡの距離といい，Ａを距離空間という。

拍に基づいた音の長さも，平均率に基づいた音程も，数直線に対応させて考えると，これらが距離空間になることはすぐ確認できる。そしてこれらは，我々が通常使っている距離と同じものである。

しかし，これ以外にも様々な距離空間が存在する。その中で音楽とも関係が深いのが，離散距離空間と呼ばれる距離空間で，その距離は，

$$\rho(x, y) = \begin{cases} 0, & (x = y) \\ 1, & (x \neq y) \end{cases}$$

と定められるが，これは，ユニゾン奏での「合わせる」行為に対応する。すなわち，他のパートが合っていたら距離は０，１ずれていれば１となる距離である。但しここには拍の概念は存在しない。

２．位相空間

このように距離いろいろがあると，遠近関係とは何かということが問題になってくる。そこで，距離の概念から，さらに本質的な要素を抽出して構成されたものが位相空間である。

位相空間の定義は，次のとおりである。

> 集合Ｘに，次の性質をもつ部分集合の属$\mathscr{T}$が次の３つの条件
> ①Ｘとϕは$\mathscr{T}$に属する。
> ②$\mathscr{T}$に属する任意個の集合の和集合が$\mathscr{T}$に属する。
> ③$\mathscr{T}$に属する２個の集合の共通集合が$\mathscr{T}$に属する。
> を満たしているとき，$\mathscr{T}$をＸの位相といい，Ｘと$\mathscr{T}$の対$(X, \mathscr{T})$を位相空間という。

距離空間は勿論位相空間であるが，距離空間でない位相空間もたくさん存在する。ここでは，リズム，音高のモデルとなる数直線，すなわち実数全体$\boldsymbol{R}$（図１）上の集合Ｘ上の位相をいくつかを取り上げる。後で述べるように，これらは音楽と関係が深いものである。

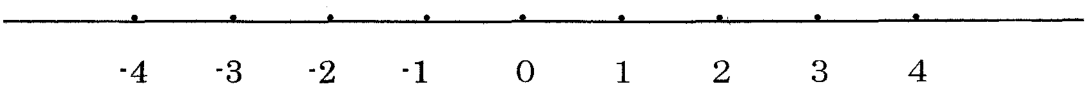


図１

①集合Ｘとして実数全体，その位相として$\mathscr{T}=\{\phi,\ X\}$とすると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。このような$\mathscr{T}$を密着位相といい，（Ｘ，$\mathscr{T}$）を密着位相空間という。

密着位相空間では，全ての点（＝要素）が同等に近い存在となっている。

②集合Ｘとして実数全体$\boldsymbol{R}$，$\mathscr{T}$を全ての部分集合全体とすると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。このような$\mathscr{T}$を離散位相といい，（Ｘ，$\mathscr{T}$）を離散位相空間という。

離散位相空間では，近い点（＝要素）は自分自身だけという排他的な空間である。そして，以下のものを含めて，全ての位相空間は，密着空間と離散空間という両極端な空間の間に位置しながら，位相の定め方によって点（＝要素）同士の遠近関係を導入しているのである。

③集合$X=\{0,\ 1\}$，$\mathscr{T}=\{\phi,\ \{0\},\ X\}$すると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。

④集合$X=\{0,\ 1,\ 2\}$，$\mathscr{T}=\{\phi,\ \{0\},\ \{0,\ 1\},\ X\}$すると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。一般に$\mathscr{T}$の要素が全順序集合（この場合は$\phi\subset\{0\}\subset\{0,\ 1\}\subset X$）となっている場合，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。

⑤集合Ｘを実数全体から｛０，１，２，３｝を除いた点全体，$\mathscr{T}$ として，Ｘの部分集合全体および空集合とすると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。
なお，このようにして構成される位相を補有限位相という。

⑥集合Ｘ＝｛０，１，２，３｝，$\mathscr{T}$ ＝｛ϕ，｛０，２｝，｛１，３｝，Ｘ｝すると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。

⑦集合Ｘ＝｛０，１，２｝，$\mathscr{T}$ ＝｛ϕ，｛１｝，｛２｝，｛１，２｝，Ｘ｝すると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。

⑧集合Ｘを実数全体$\boldsymbol{R}$，$\mathscr{T}$ として閉開区間全体とすると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。また $\mathscr{T}$ として開閉区間全体としても，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。このような $\mathscr{T}$ を下限位相という。

⑨集合Ｘを実数全体$\boldsymbol{R}$，$\mathscr{T}$ として開区間全体とすると，（Ｘ，$\mathscr{T}$）は位相空間となる。このような $\mathscr{T}$ を通常位相という。

ところで，これらの中で距離空間となるのは②と⑨のみで，②は離散距離，⑨は通常の距離によって誘導される。それでは，それ以外の位相空間はどのような特性をもっているのか，また①から⑨の位相空間は，どのような関係があるのか。それについて次に述べていく。

３．位相の強弱と連続写像

(1)位相の強弱

先に述べたように，全ての位相空間は，密着空間と離散空間という両極端な空間の間に位置している。そこで，２つの位相空間（Ｘ，$\mathscr{T}_1$），（Ｘ，$\mathscr{T}_2$）があって，

$$\mathscr{T}_1 \subset \mathscr{T}_2$$

が成り立つとき，$\mathscr{T}_1$ は $\mathscr{T}_2$ よりも弱い，あるいは $\mathscr{T}_2$ は $\mathscr{T}_1$ よりも強いという。

例えば，集合Ｘ＝｛０，１｝として，位相として密着位相（$\mathscr{T}$ ＝｛ϕ，Ｘ｝），離散位相（$\mathscr{T}$ ＝｛ϕ，｛０｝，｛１｝，Ｘ｝，そして③の３通りを考えると，

$$\{\phi, X\} \subset \{\phi, \{0\}, X\} \subset \{\phi, \{0\}, \{1\}, X\}$$

となり，Ｘ上の３つの位相空間には

密着位相空間⊂③⊂離散位相空間

という強弱関係が存在することがわかる。一方，④と⑥には２つの位相の間に包含関係が存在しないので，位相の強弱は比較可能でない。

(2)連続写像

２つの位相空間（X, $\mathscr{T}$），（X', $\mathscr{T}'$）において，fをXからX'への写像とする。この時，Ｘの任意の$\mathscr{O}' \in \mathscr{T}'$に対して，その逆像$f^{-1}(\mathscr{O}')$が$\mathscr{O} \in \mathscr{T}$となる時，$f$を$X$から$X'$への連続写像であるという。

例えば，$X = \{0, 1, 2, 3\}$, $\mathscr{T} = \{\phi, \{0, 2\}, \{1, 3\}, X\}$, $X' = \{a, b\}$, $\mathscr{T}' = \{\phi, \{a\}, \{b\}, X\}$ とする。ここで，

$$f(0) = f(2) = a$$

$$f(1) = f(3) = b$$

とすると，fをXからX'への連続写像となる。実際，$f^{-1}(\{a\}) = \{0, 2\}$, $f^{-1}(\{b\}) = \{1, 3\}$, $f^{-1}(\{a, b\}) = \{0, 1, 2, 3\}$, $f^{-1}(\phi) = \phi$となっており，任意の$\mathscr{T}'$の要素は$\mathscr{T}$の要素となっている。

なお，連続写像では，写される近い点同士は，写した先でも近い点同士となっている。言い換えると，連続写像とは，近さを保存する写像である。

４．分離公理

距離空間においては，距離によって点（＝要素）の近さは測られる。一方，距離が定義されない位相空間では，開集合に含まれている点（＝要素）同士が近い存在と考えられる。しかし，密着位相空間ように，全ての点（＝要素）の近さが同等であれば，もはや近さが定義されていないのと同じことである。言い換えると，位相空間において，どれだけの開集合が含まれているかという情報は，とても大切であると言える。そこで導入されたのが分離公理である。

(1)T_0−空間

次の公理を満たす位相空間を，T_0−空間という。

Ｘの異なる２点に対して，一方だけを含むような開集合が常にとれる。（図２）

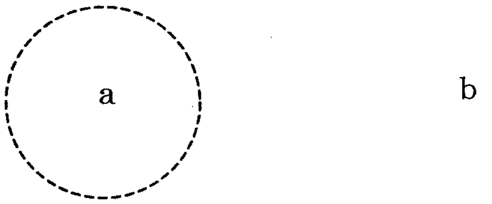


図２

上の例では，②−⑤，⑦−⑨がこの公理を満たしている。

(2)T_1−空間

次の公理を満たす位相空間を，T_1−空間という。

任意の異なる２点ａ，ｂ∈Ｘに対して，ａを含みｂを含まない開集合，ｂを含みａを含まない開集合がともに存在する。（図３）

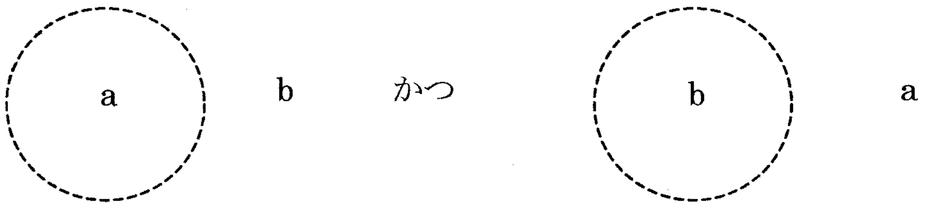


図３

上の例では，②，⑤，⑧，⑨がこの公理を満たしている。

(3)T_2−空間（ハウスドルフ空間）

次の公理を満たす位相空間を，T_2−空間（またはハウスドルフ空間）という。

任意の異なる２点ａ，ｂ∈Ｘに対して，それらを別々に含む共通部分のない２つの開集合がある。すなわち $a \in U,\ b \in V,\ U \cap V = \phi$ となる開集合Ｕ，Ｖがある。（図４）

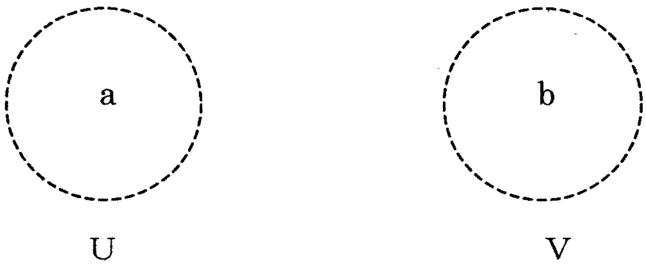


図4

上の例では，②，⑧，⑨がこの公理を満たしている。

(4)T_3－空間（正則空間）

次の公理を満たす位相空間を正則であるという。

ＦがＸの閉部分集合で，点ａ∈ＸがＦに属していない時，Ｆ⊂Ｕかつａ∈Ｖを満たす共通部分のない２つの開集合Ｕ，Ｖがある。(図５)

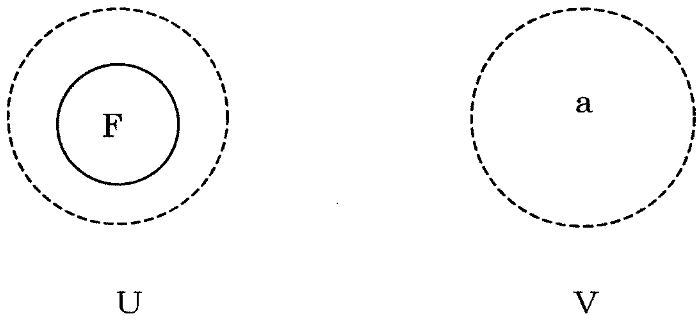


図5

上の例では，②，⑥，⑧，⑨がこの公理を満たしている。正則である位相空間で，T_1－空間であるものを T_3－空間，または正則空間という。上の例では，②，⑧，⑨が正則空間である。

(5)T_4－空間（正規空間）

次の公理を満たす位相空間を正規であるという。

Ｘの閉部分集合Ｅ，Ｆが共通部分をもたないならば，Ｅ⊂Ｕ，Ｆ⊂Ｖを満たす共通部分のない２つの開集合Ｕ，Ｖがある。(図６)

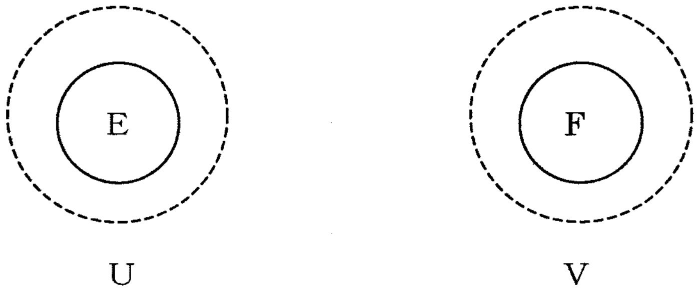


図６

上の例では，②，⑦，⑧，⑨がこの公理を満たしている。正規である位相空間で，T_1-空間であるものを T_4-空間，または正規空間という。上の例では，②，⑧，⑨が正規空間である。

さて，以上のことから，それぞれの分離公理を満たす位相空間には，次のような包含関係があることがわかる。

位相空間$\supset T_0$-空間$\supset T_1$-空間$\supset T_2$-空間$\supset T_3$-空間$\supset T_4$-空間

５．可算公理

分離公理では区別がつかない②，⑧，⑨は，次の可算公理の中の第２可算公理によってその違いが現れる。

＜第２可算公理＞ 位相空間Xが可算開基 $\mathscr{B}$をもつ。この公理を満たす位相空間（X，$\mathscr{T}$）を，第２可算空間という。

まず用語について説明する。可算とは，自然数全体$\boldsymbol{N}$と１対１対応がつけられることで，簡単に言えば１，２，３，…と数えられることである。有限集合，偶数全体の集合２$\boldsymbol{N}$，有理数全体の集合$\boldsymbol{Q}$は高々可算である。一方，実数全体の集合$\boldsymbol{R}$は非可算である。また，$\mathscr{B}$が位相空間（X，$\mathscr{T}$）のいくつかの開集合からなる集合族で，任意のXの位相 $\mathscr{T}$ が $\mathscr{B}$の要素の和として表せるとき，$\mathscr{B}$を位相空間（X，$\mathscr{T}$）の開基という。$\mathscr{B}$が可算個の開集合からなるとき，$\mathscr{B}$を可算開基という。

⑨においては，$\mathscr{B}$ として有理数を端点とする開区間の全てからなる集合族を

考えると，$\mathscr{B}$は可算で，⑨の位相に対する基底となっている。ゆえに第２可算空間となる。一方，②，⑧の位相空間は，第２可算空間とはならない[1]。

第２可算空間は，T_4-空間である。このことから，

位相空間⊃T_0-空間⊃T_1-空間⊃T_2-空間⊃T_3-空間⊃T_4-空間⊃第２可算空間

という包含関係が成り立つ。そして，T_4-空間は第２可算公理を満たすかどうかによってさらに区別され，それによって，②，⑧と⑨の違いが明確になるのである。

第２節　リズム認識，音高認識と様々な位相空間

１．「合わせる」ことと位相の関係

位相が与えられたならば，点（要素）同士の遠近関係が導入されていると言えるが，これを音楽的に考えると，合わせる上での目安が示されていることを意味する。通常の距離が備わっている西洋音楽の様式においては，リズムにおいては拍，音高においては１半音が基準となって，２音間がどのくらい近いか，離れているかを測ることができるが，それ以外の位相空間では，位相がどのような目安として働いているかについて述べていく。

(1)密着位相空間

密着位相空間においては，全ての点（＝要素）が同等に近い位相空間であった。これは音楽的には，合わせる上でどの音も目安になることを意味している。

このような位相空間上で展開される音楽活動としては，「ハンカチがリーダーの手から離れている間は手拍子をし，ハンカチがリーダーの手許に戻ったら拍手をやめる」といったよくレクリエーションで行われるゲームがあげられる。さらに言えば，音が鳴っている状態と鳴っていない状態を聴き分けるということが，密着位相空間上で展開される音楽活動と言えよう。

(2)離散位相空間

離散位相空間は，密着位相空間とは逆に，近い点（＝要素）は自分自身だけという排他的な空間であった。このことは音楽的には，合わせる上では，目安となるのは自分自身の音だけであることを意味している。

---

[1] ②において集合Xが$\boldsymbol{R}$でなく可算集合であれば，第２可算公理を満たす。

このような位相空間上で展開される音楽活動は，ユニゾンによる演奏がある。つまりリズム的にも音高的にもぴったり合っているかを聴き分けるということが，離散位相空間上で展開される音楽活動と言えよう。

また，幼稚園児のハンドベル演奏で教師が，ハンドベルを鳴らすタイミングをそれぞれの園児に合図をおくっている光景をよく目にするが，これも「自分におくられる合図のみが目安」という意味で，離散位相空間上で展開される音楽活動と言えよう。但し，離散位相空間を活用しているのは教師であるが。

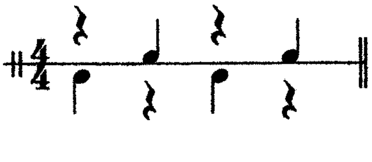
少しレベルが上（カウントを認識できる段階）の活動になるが，例えば４拍子で，任意の指定された拍（複数の場合も含む）のところで手拍子を打つというものも，離散位相空間上で展開される音楽活動である。

さらに音楽における究極の離散位相空間として，コンピュータで再現される音楽である。それは，たとえオーケーストラの音楽を再現していたとしても，生で演奏する際に奏者同士が感じる時間的，音高的な距離は一切なく，０と１の情報だけでつくられている。但し，それが生演奏のように聴こえるのは，離散位相空間が最も強い位相だからである。

⑶ T o−空間でない位相空間

音楽活動では，To−空間でない位相空間上に展開されるものは多い。例えば，時間全体（すなわち実数全体）をX，$\mathscr{T}$ 有限個の点，及びその部分集合全体を考えると，To−空間とはならない。

また，譜例１のような，１つのリズムを２人で分担して打つリズムのバッテリー奏を考えると，指導の過程において，どちらのパートも打たない（ϕ），下段のパート（１拍目と３拍目）のみ打つ（{１，３}），上段のパートのみ（２拍目と４泊目）打つ（{２，４}），そして全パートを打つ（{１，２，３，４}）という形態が考えられるが，$\mathscr{T}$としてこれら４つを開集合と考えると，（X，$\mathscr{T}$）は⑥のタイプの位相空間となる。そしてこの位相では，同じ人が奏でている音同士が近い関係にあり，特に上段と下段で音色が違う場合は，音色が目安となる。しかし（X，$\mathscr{T}$）は，To−空間とはならない。

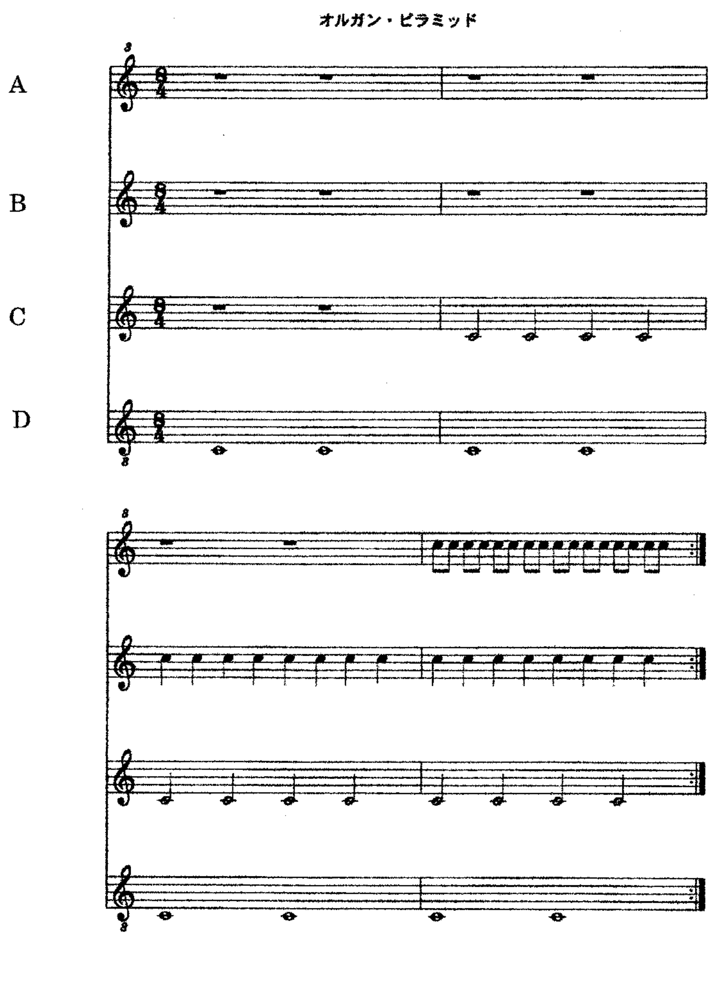


譜例１

(4)T₀−空間

一般に距離空間は，T_0−空間である。そのため，ここで重要な意味をもつものは，T_0−空間であってかつ T_1−空間以上でない位相空間である。その代表的なものは，④のように $\mathscr{T}$ の要素が全順序集合となるものである。

譜例１の筆者による自作教材曲《オルガン・ピラミッド》では，４パートの重なり方は，{D}，{D，C}，{D，C，B}，{D，C，B，A} の４パターンである。ここでX＝{D，C，B，A}，全パートが休みの場合も考えて $\mathscr{T}$＝{ ϕ，{D}，{D，C}，{D，C，B}，X} とすると，(X，$\mathscr{T}$) は位相空間となるこの位相は，音楽的には，自分のパートの直前のパートの音を目安にして合わせることを表している。



譜例２

このように，それぞれのパートの音楽を順番に繋げていく，あるいは重ねていくという活動は，T_0-空間上で展開される音楽活動と言えよう。

(5)T_1-空間

Ｘが有限集合ならば，T_1-空間となるのは離散位相空間の場合のみである。また，有限集合の場合，T_1-空間ならば T_2-空間〜T_4-空間，第２可算空間であり，離散距離が導入された距離空間となる。

Ｘが無限集合の場合，T_1-空間ではあるが T_2-空間ではない位相空間が存在する。その代表的なものが，$\mathscr{T}$ が補有限位相である位相空間である。

このような位相空間上で展開される音楽活動としては，音と音の間を聴き取る活動が上げられる。但し，この間は，休符のようにカウントできるものではない（カウントできるものは有限集合の要素となる)。音楽における図と地における地の部分，時間の流れの中で音が鳴っていない部分が，ここでいう間である。そして，このような活動が，音そのものに対する意識だけではなく，音楽が展開する時間の流れに対する意識を促すと言えよう[2]。

(6)T_4-空間

T_4-空間であり第２可算空間であれば，一般に距離空間となることが知られている。従って，ここで重要な意味をもつものは，T_4-空間でありかつ第２可算空間でない位相空間である。そのような位相空間として，⑧があった。このような位相空間上で展開される音楽活動としては，リズム面では，ハンドベルやトーンチャイムのように減衰音をもつ楽器の即興演奏があげられる。また，音高面ではシェーンベルクが考案したシュプレッヒゲザング（指定された音高を歌ったあと音高を上昇（あるいは下降）させる歌い方で，音高の変化方向を上向きなら常に上向き，下向きなら常に下向きに統一しておくものがある。

(7)第２可算空間

第２可算公理を満たすことは，位相空間が通常の距離空間であるための重要な条件である。通常の距離空間は，開区間全体が開集合であるが，全ての開集合は，有理数を端点とする開区間の和として表すことができる。

このような位相空間上で展開される音楽活動としては，端点を含まない一定の時間内，あるいは音域内で即興演奏があげられる。そして，その時間的，音域的範囲が，そのまま距離となるのである。そして，拍や半音といった距離の基準はここから還元されていくのである。

---

2 時間の流れ＝音全体∪間全体である。

ここで第２可算公理が音楽的にどのような意味をもつかだが，我々は，時間や音高を無理数によって分割することが一般的にはできない。リズムならば２連符，３連符のような分割リズム，音高なら４分音（半音の半分の音程）をはじめとする微分音，さらには１半音の音程を１００セントと考える音高世界[3]は，有理数によって分割を行っているのである。つまり，通常の距離空間が第２可算空間であることは，音楽においては有理数による分割でリズムや音高を構成しているということに対応しているのである。そして，このようなリズムや音高構造が，我々が通常「合わせる」と言っている行為を成り立たせているのである。

２．「合わせる」ことの認識の発達的様相と位相空間

以上のことから，「合わせる」ことの認識は，単に距離を０にすることだけではなく，それぞれの分離公理や可算公理を満たす位相空間に対応していろいろなレベルがあることがわかる。具体的に言えば，通常の「合わせる」活動に対応する距離空間は，T_0－空間～T_4－空間，そして第２可算空間となっているが，「合わせる」ことの条件を緩めていくと，「合わせる」ことの認識は，先の包含関係で，ある分離公理以上を満たさない位相空間に対応させることができるのである。

全体として，「合わせる」ことの認識は，まず離散的な「音の集合上の位相空間の上での「合わせる」ことの認識」，続いて連続的な「直線上の位相空間の上での「合わせる」ことの認識」の２つの段階に分けることができる。言い換えると，前者は実際に鳴らされる音，すなわちゲシュタルト心理学の用語を借りれば「図」のみによって，また後者はリズムが展開される時間や音高がなす連続体，すなわち「図」と「地」によって「合わせる」ことの認識が成立しているのである。また　これら２つの段階も，図７のような段階に分けて考えることができる。なお，前者の段階では，対応する位相空間は最終的には離散距離空間となるが，これは「合っているかどうか」について実際に耳で確認するという行為の基盤となっていくと言える。一方，後者の段階では，対応する位相空間は，最終的には通常の距離空間となるが，これは「合わせる」ための頭の働きの基盤となっていくと言える。

---

[3] 平均率そのものは，１半音の振動数比を２の１２乗根という無理数によって導出される。

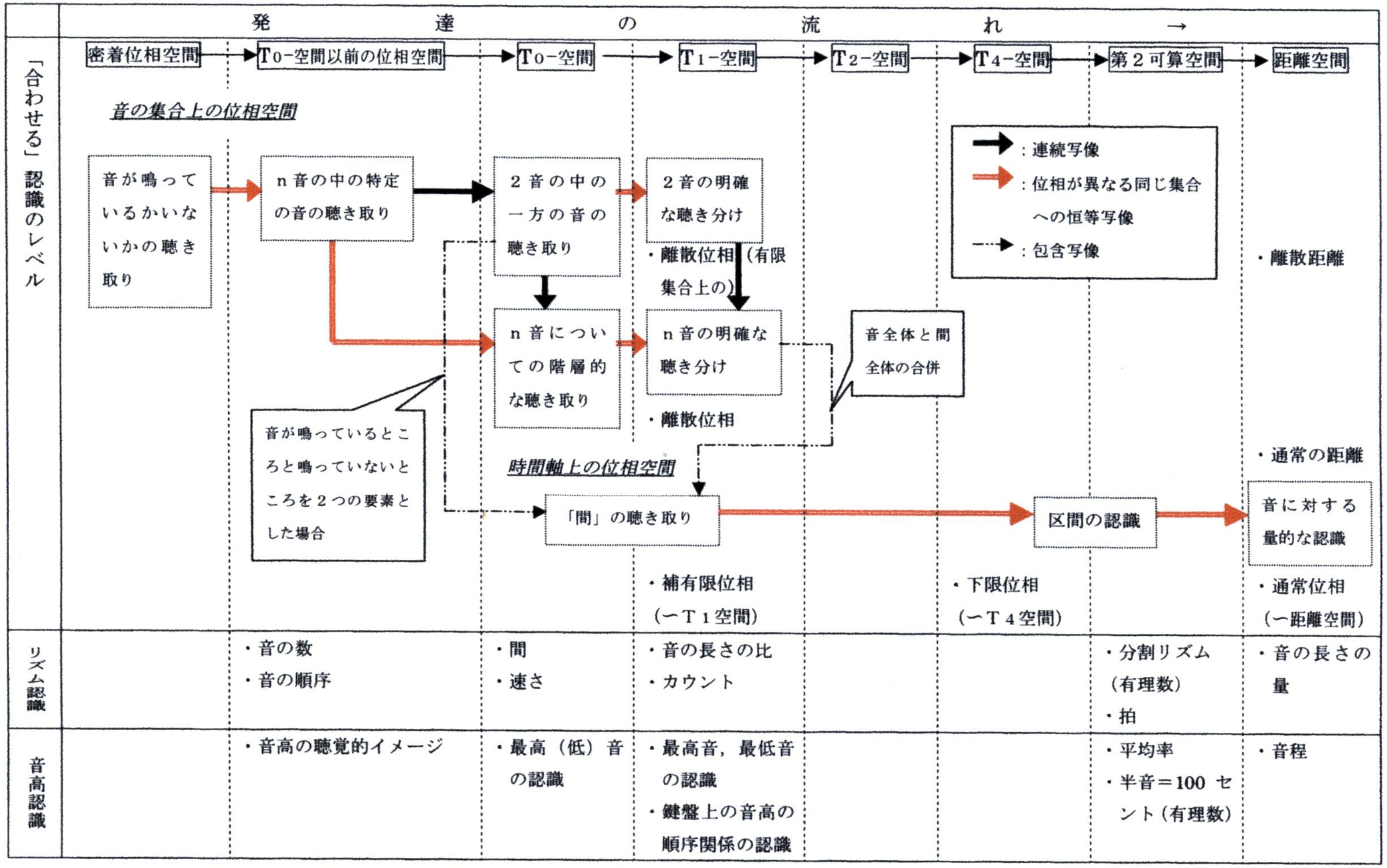

発達の流れ →
密着位相空間
T0−空間以前の位相空間
T0−空間
T1−空間
T2−空間
T4−空間
第２可算空間
距離空間
「合わせる」認識のレベル
音の集合上の位相空間
音が鳴っているかいないかの聴き取り
n音の中の特定の音の聴き取り
２音の中の一方の音の聴き取り
２音の明確な聴き分け
・離散位相（有限集合上の）
n音についての階層的な聴き取り
n音の明確な聴き分け
・離散位相
音全体と間全体の合併
音が鳴っているところと鳴っていないところを２つの要素とした場合
時間軸上の位相空間
「間」の聴き取り
区間の認識
音に対する量的な認識
：連続写像
：位相が異なる同じ集合への恒等写像
：包含写像
・離散距離
・通常の距離
・補有限位相（一T1空間）
・下限位相（一T4空間）
・通常位相（一距離空間）
リズム認識
・音の数
・音の順序
・間
・速さ
・音の長さの比
・カウント
・分割リズム（有理数）
・拍
・音の長さの量
音高認識
・音高の聴覚的イメージ
・最高（低）音の認識
・最高音，最低音の認識
・鍵盤上の音高の順序関係の認識
・平均率
・半音＝100セント（有理数）
・音程

図７

一方，ある段階から次の段階への繋がりは，集合の要素数の大小，あるいは位相の強弱によって引き起こされる包含写像や，連続写像によって結び付けられている。

例えば，「音が鳴っているかいないかの聴き取り」から「ｎ音の中の特定の音の聴き取り」では，前者が密着位相空間なので $\mathscr{T}=\{\phi, X\}$，後者が $\mathscr{T}'=\{\phi, \{a_1\}, X\}$ である。この時 f を図８のように

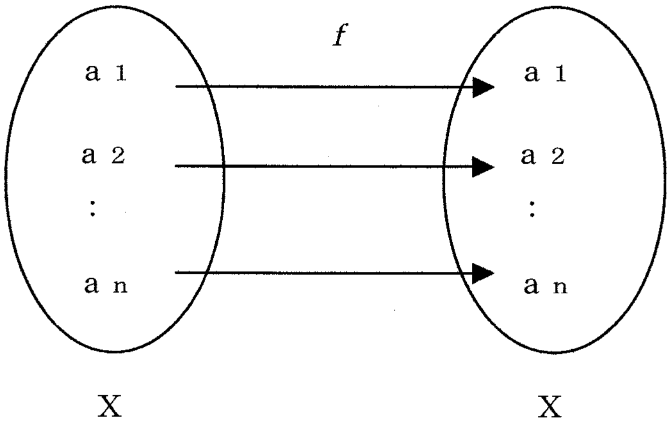


図８

とおくと，f は恒等写像 $f:(X, \mathscr{T})\to(X, \mathscr{T}')$ となるが，$\mathscr{T}\subset\mathscr{T}'$ なので，注意する音を増やすという操作を意味している。

一方，「ｎ音の中の特定の音の聴き取り」から「２音の中の特定の音の聴き取り」では，前者が $X=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$，$\mathscr{T}'=\{\phi, \{a_1\}, X\}$，後者が $Y=\{p, q\}$，$\mathscr{T}''=\{\phi, \{p\}, Y\}$ である。この時 g を図９のように

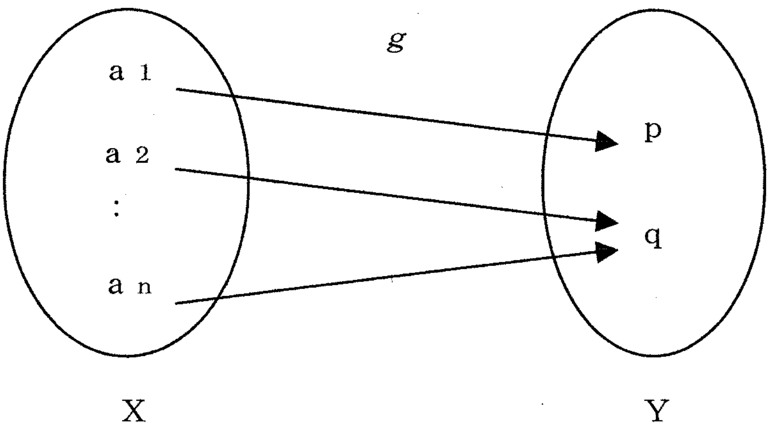


図９

とおくと，gは連続写像となる。この連続写像gは，対象となる音を絞り込むという操作に対応している。

また，図７では，T₀−空間の欄で「２音の中の…」と，音の数を２に限定しているが，その理由は，一般的にｎ音，すなわちXの要素数をｎとした場合に，$\mathscr{T}=\{\phi,\{a\},X\}$ がT₀−空間とならないからである。つまり，「合わせる」ことの認識を促していく上では，要素数が２であることは，特別な意味をもっているのである。

なお，図７からもわかるように，「合わせる」ことの認識のレベルと位相空間の関係は，第１章，第２章で示した，リズム認識，音高認識の発達的様相とも整合性をもっている。すなわち，通常の「合わせる」ことの認識は，距離空間のレベルで成り立ち，また，それ以前の段階での間，音の長さの比，最高音，最低音といった特徴的な要素の認識の様相もまた，それに対応する位相空間のレベルで成り立っているのである。また，それぞれの特徴的な要素の認識が，「合わせる」ことの認識の発達を促してもいるのである。

３．「合わせる」ことの認識と音の繋がり，重なりの認識

「合わせる」ことを認識するということは，言い換えると，音の繋がり，重なりといった楽曲の仕組みを認識することと表裏一体である。

例えば，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４人が，ある１６小節からなるメロディを４小節ずつリレー奏する場合を考える。この活動は，４人で１つのメロディを完成させるという「合わせる」活動であるが，それぞれが，自分が担当するフレーズのみを知っていても，この活動は成立しない。例えばＤは，Ａ―Ｂ―Ｃという，前の１２小節のフレーズをイメージできていないと，自分のパートを受け継ぐことはできない。

このことは，Ｄの音の繋がりの認識は，$X=\{A,B,C,D\}$，$\mathscr{T}=\{\phi,\{A,B,C\},X\}$ という位相空間 $(X,\mathscr{T})$ と表すことができる。そして，さらに４小節ごとに細かく分けて認識できるようになると，例えば $\mathscr{T}'=\{\phi,\{A\},\{A,B\}\{A,B,C\},X\}$ という位相空間 $(X,\mathscr{T}')$ で表すことができる。そして，これは譜例２の《オルガン・ピラミッド》でのパートの重なり方に対応する位相空間でもあった。

音の重なりの認識は，複数のパートが重なっている音楽の聴き取りの様相にも対応している。

例えば，ある音楽が２つのパートM，Hから成っている，つまりX＝｛M，H｝とする。MとHはメロディとハーモニーとしても，単に２つの音色としてもよい。するとXへの位相の入れ方は

$$\mathscr{T}_1 = \{\phi,\ X\}$$

$$\mathscr{T}_2 = \{\phi,\ \{M\},\ X\}$$

$$\mathscr{T}_3 = \{\phi,\ \{H\},\ X\}$$

$$\mathscr{T}_4 = \{\phi,\ \{M\},\ \{H\},\ X\}$$

の４とおりある。このうち，$\mathscr{T}_2$はM単独に，$\mathscr{T}_3$はH単独に聴き取ることができることに対応する位相である。そして，最終的には$\mathscr{T}_4$，すなわち全パートを区別して聴くことができるようになることによって，その音楽における音の重なりの仕組みが認識されるのである。

このように「合わせる」ことの認識は，音の繋がりや重なりといった，音楽の仕組みの認識とも結び付いているのである。

第３節　音の長さ，音程と測度

１．測度

第２節では，「合わせる」ということを，距離を０にすることと解釈して，活動を位相空間に対応させながらその発達的様相をみてきた。

一方，音の長さ，あるいは音程という距離は，数学では測度となる。そこで第３節では，リズム認識，音高認識を測度論の見地から捉え，音の長さや音程に対する認識がどのように形成されるかを考えていく。

(1)ボレル集合

Xの部分集合全体Bが次の条件を満たすとき，Bをボレル集合体という。

①Bは少なくとも１つの部分集合を含む。
②AがBの要素なら，Aの補集合A^cもまたBの要素である。
③$A_n \in B$（n＝1，2，…）ならば，$\cup_{n=1}^{\infty} A_n \in B$

ボレル集合体Bに属する集合を，ボレル集合という。Ｘを実数全体$\boldsymbol{R}$とすると，開区間，閉区間は$\boldsymbol{R}$のボレル集合となる。

(2)測度

集合Ｘ，およびＸ上のボレル集合体Bが与えられた場合，Ｂ上の関数ｍが次の条件を満たす場合，ｍをB上で定義された測度という。

①$A \in B$に対して

$$0 \leqq m(A) < \infty$$

但し，$m(\phi)=0$

②$A_n \in B$（ｎ＝１，２，…）を互いに共通点のない集合列とすると，

$$m(\cup_{n=1}^{\infty} A_n) = \Sigma_{i=1}^{n} m(A_n)$$

集合Ｘに対し，ボレル集合体Bとその上の測度ｍが与えられた場合，Ｘ（B，ｍ）を測度空間という。

②の性質は，測度の完全加法性とよばれる。これは，例えば，ある線分を共通点のない可算個の線分に分割した場合，元の線分の長さは，分割によって得られた個々の線分の長さの和に等しいということを意味している。但し，線分は点の集合ということで，全ての点として分割した場合，点の数は非可算無限個なので，このことは成り立たない。実際，線分の長さを１とした場合，点の長さは０なので，

$$0+0+\cdots \neq 1$$

である。

ここで重要なのは，可算個の分割である。$\boldsymbol{R}$の任意の開区間（または閉区間）は，第２節でも述べたとおり，可算個の開区間（または閉区間）の和として表すことができるので測度が定まる。一方，$\boldsymbol{R}$の任意の閉開区間は，可算個の閉開区間による開基の和として表すことができない。このことは，$X=\boldsymbol{R}$で，$\boldsymbol{R}$上の閉開区間全体をとする位相空間（Ｘ，$\mathscr{T}$）が距離空間でないことと一致する。

2．測度とリズム認識，音高認識

(1)測度とリズム認識

測度が定められるためには，集合X，およびX上のボレル集合体Bが与えられることが必要であった。また，リズムが展開される場は，時間の流れであり，これは$\boldsymbol{R}$と同じである。

このことを踏まえると，音の長さを認識できるようになるには，

①区間の認識

②間の聴き取り

が必要であることが導かれる。

①は，点の長さが０であることに起因する。つまり，音の長さを認識できるようになるためには，持続音の演奏や区切られた時間内での演奏といった活動を通して，時間の流れを線的に感じられるようにしていくことが必要なのである。

また②は，任意のボレル集合の補集合もまたボレル集合となることに起因する。音の長さの認識は，音が鳴っている部分と鳴っていない部分の双方，すなわち「図」と「地」に耳を傾けることによって育まれるのである。

そして，これらのことは，第２節で述べたことと一致するのである。

(2)測度と音高認識

音高が展開される場もまた，$\boldsymbol{R}$と考えることができる。リズム認識における音の長さの認識は，音高認識における音程の認識となる。そして，リズム認識で述べた①と②は，次のように言い換えることができる。

①′　区間の認識

②′　音域の認識

①′　はリズム認識と同じ内容であるが，音高認識においては，音高の変化による高い方の音と低い方の音の差となる。音高認識の発達にあたっては，グリッサンドが有効であることを第２章で述べたが，その根拠はここに求められる。

一方，リズムにおける間とは違って，例えば「ドーミ」という音程の補集合である「最低音ード」「ミー最高音」を直接的に聴き取ることは難しい。その代案として考えられるのが音域の認識である。今聴こえているのが高音域ということが認識できるということは，同時に中音域，低音域の響きもイメージできるということである。これはすなわち，聴こえている音域の補集合を認識していることに他ならないのである。なお，より厳密に考えていくなら，音程はク

ラスターのように密集した音の塊として，またその音程もオクターブのように，容易に認識できるものを単位に考えていくことが，音高認識の発達を支えていくと言える。

第４節　アンサンブルにおける「合わせる」行為と行列

第３節までは，与えられた音の長さ，あるいは高さに対して個人が「合わせていく」ことについて述べてきた。しかし，「合わせる」活動は，時計やチューニングメータを見つめながら行われるのではなく，あくまでも複数の奏者の間で音を通じて行われる。そしてそのためには，音の長さや音程の単位量を共有することが必要となってくる。そこで，本章の最後に，そのことについて，行列をもとに考えていく。

１．行列式とその応用

⑴行列式

行列式は，ｎ次行列全般について定められるが，ここでは２次行列のみ取り上げていく。

２次行列

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

に対して，行列式は，

$$ad-bc$$

と定義される。

⑵行列式と図形の変換

行列式には様々な応用があるが，その１つに図形の変換を特徴付けるというものがある。

例えば，１辺が１の単位正方形の変換は，２次の行列によって次のように場合分けできる。

まず

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

のように，ａｄ－ｂｃ≠０の場合，図１０のように正方形は平行四辺形に変換される。

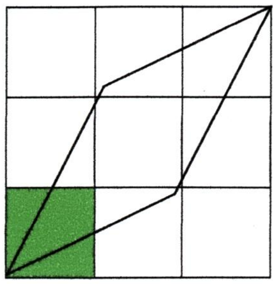


図１０

そして，ａ，ｂ，ｃ，ｄの値の定め方によっては長方形，拡大，縮小された正方形になったりする。

それに対して，

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

のように，ａｄ－ｂｃ＝０の場合，図１１のように正方形は直線へと変換される。

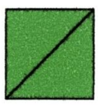


図１１

また，ｎ次行列の場合でも，行列式が０となるものの一部（数学的には階数が１のもの）は，どんな図形も直線へと変換されるものが存在する。つまり，このような行列によって表される変換によって，ｎ次元の図形は，全て１次元図形，すなわち直線に変換されるのである。

２．アンサンブルにおける「合わせる」活動と行列

⑴「合わせる」活動と図形

さて，第１章で述べたように，アンサンブル活動においては，拍の流れを感じて演奏することが難しい。このことを演奏者がＡ，Ｂ２人の場合，図１２のように図示することができる。

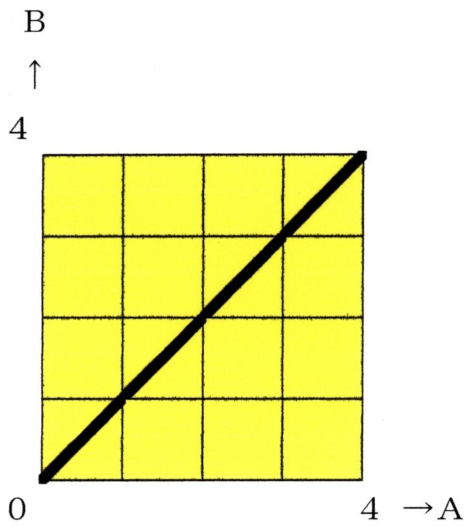


図１２

上の場合は，音型が４拍であると想定した場合である。もしＡとＢが拍を共有できていなければ，例えばＡが１拍目を演奏しているときにＢが２拍目を演奏しているというようなことが起こってくる。このことを座標で表すと（Ａ，Ｂ）＝（１，２）となる。そして，２人が拍を共有していない場合，演奏を無限回行い，（Ａ，Ｂ）を上の図にプロットすると，その点全体は，黄色で示した部分，すなわち４×４の平面全体となり得る。実際は，もう少し狭い領域に収まるが，それでも図形としては２次元となる。

一方，ＡとＢが拍を共有している場合，（Ａ，Ｂ）を上の図にプロットすると，その点全体は，Ａ＝Ｂ（０≦Ａ≦４）の線分，すなわち１次元の図形となる。

⑵「合わせる」活動と図形

上で示したとおり，「合わせる」活動とは，演奏者が２人の場合，２次元図形を１次元図形に変換することであった。

この変換は，先に示したとおり，行列式＝０の２次行列で表される。また，「合

わせ方」にもいろいろあるが，それも行列の違いとして表すことができる。
例えば，

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \cdots①$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \cdots②$$

ならば，

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ A \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \\ B \end{pmatrix}$$

となる。これは，Ａ，ＢのどちらかにＢ，Ａが「合わせる」ことを意味する。
また，

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \qquad \cdots③$$

ならば，

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2\ (A+B) \\ 1/2\ (A+B) \end{pmatrix}$$

となる。これは，お互いが「合わせる」ために歩みよっていることを意味する。

(3)「合わせる」活動と固有値

２次行列

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

における固有値λとは,

$$(a-\lambda)(d-\lambda)-bc=0$$

を満たす値である。

ところで，①，②，③の２次行列においては，固有値はいずれも０と１となる。このうち，固有値１に対するベクトルは，

$$\begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$$

で，音楽的には，２人の演奏が合っている，つまり拍を共有している状態を表している。

また，第１章で，リズム認識の発達段階の第３段階に相当する行列は単位行列であったが，単位行列の固有値もまた１である。

このことから，拍とは，数学では固有値１に相当すると言える。そして，同様にして，以上のことは，奏者が３人以上の場合でも成り立つのである。また，音程についても，例えば半音を単位量と考えると，同じことが成り立つのである。

第５節　音楽科教育への示唆

「合わせる」ことの認識の位相構造を分析することを通して，次のことが導かれる。

それは，通常の意味でリズムを，また音の高さを「合わせる」ことは，「合わせる」ことの認識が充分発達することによって可能となることである。また，その発達は，それに至るまでの様々なレベルの「合わせる」ことの認識の上に成り立っている。それゆえ，低学年では，厳密な音の長さや音の高さに 拠らない「合わせる」活動を取り上げていくことが大切だと言える。このことは，リズム認識や音高認識のところで主張したことと全く同じである。

ところで，以上で述べてきたことから，音楽は，位相空間の上で展開されているということがわかる。このことについては，第５章で改めて考えていく。

第4章　拍子，旋律，和声の認識と数学的構造

本章では，リズムや音高がまとまって構成される，拍子，旋律，和声の認識，及びその発達を，数学的構造にとって捉えていく。

第1節では，子どもが自発的につくった音楽のリズムや音高面での特徴をもとに，子どもの音楽づくりの発達には4つの段階があることについて述べる。それをもとに，第2節では，リズムのまとまりの単位となる拍子，第3節では，音高のまとまりとしての旋律，和声の認識及びその発達が，加群によって表されることを明らかにする。そして，第4節で，これらの結果の音楽科教育への応用を展望する。

第1節　子どもの音楽づくりの発達段階

平成元年度の学習指導要領の改訂で「音楽をつくって表現できるようにする」という項目が新しく加えられた。その結果，創作の領域では，従来のいわゆる作曲ではなく，物語のようすを音楽で表すといった，自由な音楽表現が行われるようになった。

しかし，子ども自由な創作の中には，発達段階ごとにある種の傾向があるということが多くの研究者によって明らかにされている[1]。

また筆者も，自ら実践，参観した授業での事例の収集を行ってきた。図1は，子どもの作例の一部である。そして，これらを分析することによって，子ども

---

[1] 例えば，K. スワンウィック＆ J. ティルマン（坪能由紀子訳）（1989～1990）「音楽的発達の系統性―子どもの作品の研究」『季刊音楽教育研究』音楽之友社，61, pp.143-156; 62, pp.171-180; 63, pp.143-159.，小島律子(1997)『構成活動を中心とした音楽授業の分析による児童の音楽的発達の考察』風間書房がある。

の音楽づくりには，次のような発達段階が確認できる[2]。

①第１段階

クラスターやグリッサンドで表現する段階。最初は無秩序であるが（a，b），次第に一定のリズムで刻んだり，音型を繰り返したりするようになる（c，d）。

②第２段階

１音から６音くらいまでの音からなるモティーフの繰り返し。音の長さは，ほとんどの場合，同じである。モティーフは，最初は白鍵のみ（e），黒鍵のみ（f），白鍵＋黒鍵（g）の中での順次進行によるものが多いが，これらは，どちらかと言えば視覚から導き出されたモティーフと言えよう。

続いて音高を音階的に，すなわち各音高が１回ずつ鳴らされるのではなく，複数回鳴らされる音高を含んだモティーフが現れる（h）。これは，音階の旋法への変容と考えることができる。また，このようなモティーフは，上行と下行が混ざったものとなり，第３段階へと繋がるものである。

音を重ねたモティーフもつくられるようになる（i，j）。但し，その重なりは，音程関係が同じになっている（j）。

③第３段階

この段階では，主に２つの方法でモティーフがフレーズへと発展していく。

ア．基本となるモティーフの移高形や逆行形，反行形を繋げる（k，l）。

イ．２つの異なるモティーフを繋げる（m，n）。

なお，フレーズもまた繰り返しという方法で音楽づくりに用いられる。

④第４段階

この段階は，いわゆる旋律をつくる段階である。旋律づくりの中でポイントとなるのは終止感であり，主音の存在である。具体的には，モティーフ，フレーズに終止音を加えるようにして旋律はつくられるのである（o，p）。

ところで，例示した音型を見てみると，拍子，旋律，音の重なりがどのように能動的に認識されていくかということを観察することができる。それについて次に考察していく。

---

[2] 松下行馬（1995）「音楽をつくる活動の発達段階（その１）」『教育音楽』10月号（小学版）音楽之友社，P.101.「音楽をつくる活動の発達段階（その２）」『教育音楽』11月号（小学版）音楽之友社，P.98.

子どもの音楽づくりの発達的様相

図１

第2節　拍子認識と加群

図1を見てみると，多くの場合，同じ音価のリズムとなっていることがわかる。また，特に第2段階での作例のように，いくつかの音高の繰り返しによってリズムに周期性が与えられる。

このようなリズムから，我々は拍や拍子を見て取ることができる。これらは確かに拍や拍子に発展していくものではあるが，子どもがこのような音楽をつくったからといって，即座に拍や拍子の概念が獲得されたとは言えない。実際，音楽づくりで第2段階に属していても，通常の器楽の活動では，リズムを合わせることができない子どもは少なくない。言い換えると，表面的な様相ではなく，子どもがどのような認識のもとでこれらのような音楽をつくっているかを考えていく必要がある。そうすることによって，拍や拍子の概念がどのように獲得されていくかを考えることができると言えよう。

1．等速的リズム

呼吸や歩行をはじめ，人間の運動には等速的なものが多い。但し，これは無意識的に行われている。なぜそうなるかと言うと，例えば呼吸で吸う時間と吐く時間を意識的に変えようとすると，エネルギーが必要となってくるからである。つまり，かけるエネルギーを最小にするために，結果としてこれらの運動は等速的になっているのである。

しかし，等速的であるからといって，その運動が拍の概念に基づいているということは決してない。

子どもが音楽をつくる際にリズムが同じ音価となるのも，これと同じである。意識的に等速的なリズムを用いようとしているではなく，無意識のうちにそうなっているのである。従って，子どもの音楽づくりにおける同じ音価のリズムは，基本的には拍とは異なるものである。逆に言えば，音の長さの概念が確立されていないから，音価が同じとなるのである。

そこで，このような，拍とは見かけは同じだが質的には異なる同じ音価のリズムを，ここでは等速的リズムと呼ぶことにする。なお等速的リズムが，ただ続いている場合は一般にパルスと呼ばれるが，1，2，3，1，2，3，…のように周期的になると，本論文ではカウントと呼ぶことにしている。

2．加群と双対加群

R加群とは，次のような定義によって与えられる代数的構造である。なお，R加群のRは，係数を表している。

Rをモノイド，Mをアーベル群，すなわちMの任意の要素x，yについて

$$x * y = y * x$$

を満たす群とする。Mが（左）加群であるとは，次の性質をもつことをいう。
①任意の$a \in R$，$x \in M$に対して$ax \in M$が定義される。
②$(ab)x = a(bx)$　$(a, b \in R, x \in M)$
③$1x = x$　$(1 \in R, x \in M)$
また，Rを環（加法に関してアーベル群，乗法に関してモノイドとなる代数的構造の場合は，さらに次の性質をもつ。
④$a(x+y) = ax + ay$　$(a \in R, x, y \in M)$
⑤$(a+b)x = ax + bx$　$(a, b \in R, x \in M)$

また，R加群の双対概念として与えられる双対R加群は，次のような定義によって与えられる。

R加群Mに対し，その双対を

$$\mathrm{Hom}(M, R) = \{ f \mid f \text{はMから} R \text{への準同型写像} \}$$

と定義する。f_1，$f_2 \in \mathrm{Hom}(M, R)$に対して$f_1 + f_2$を

$$(f_1 + f_2)(a) = (f_1)(a) + (f_2)(a)$$

と定めると，$\mathrm{Hom}(M, R)$は加群となる。この$\mathrm{Hom}(M, R)$をMの双対R加群という。

２つのR加群M_1，M_2の直積集合（$x \in M_1$，$y \in M_2$にを１つの要素とするR加群）$M_1 \times M_2$において，任意のx_1，$x_2 \in M_1$，y_1，$y_2 \in M_2$，$a \in R$に対して，$M_1 \times M_2$の中での演算を

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

$$a(x_1, y_1) = (ax_1, ay_1)$$

と定義すれば，$M_1 \times M_2$もR加群となる。これを直和R加群という。同様にして$M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_k$も直和$R$加群となる。

そして，直和R加群の中で次のようなものを自由R加群という。

> アーベル群Mにｋ個の元a_1，a_2，…，a_kをとって，Mの任意の元ａがp_1，p_2，…，$p_k \in R$によって
>
> $$a = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \cdots + p_k a_k$$
>
> と一意的に表されるとき，Mをa_1，a_2，…，a_kによって生成される自由R加群といい，a_1，a_2，…，a_kをMの自由R基底という。

なお，位相幾何学においては，向き付けられたｎ次元単体を自由加群の基底として鎖群という概念が導入され用いられている。

ｎ次元単体とは，簡単に言えば，０次元単体が点，１次元単体が線分，２次元単体が３角形，３次元単体が３角錐である。また単体の向きとは，単体の頂点の辿り方を２つのグループに分けたもので，例えば１次元単体である線分$\langle a_1 a_2 \rangle$の場合では，２つの０次元単体間の$\langle a_1 \rangle \rightarrow \langle a_2 \rangle$を正の向きとすると，$\langle a_2 \rangle \rightarrow \langle a_1 \rangle$は逆の向きとなる。

３．拍子認識と加群

等速的リズムは音価が１種類で，それがｎ回繰り返されることによって生み出される。音価を４分音符とし，これを点，すなわち０次元単体と考えると，等速的リズムは，

$$n \times \langle ♩ \rangle \qquad n \in \boldsymbol{Z} \text{（整数全体の集合）}$$

と表すことができる。すなわち，４分音符を基底とする$\boldsymbol{Z}$加群となる，そして，このように表される等速的リズムの係数に着目すると，子どものリズム認識と音楽づくりの発達の相関関係が見えてくる。

①係数が０または自然数の場合

まず，係数を整数ではなく０または自然数とすると，

$$n \times \langle ♩ \rangle \qquad n \in \boldsymbol{N} \cup \{0\}$$

は無限巡回半群となるが，これはリズムを音の数によって捉える段階に対応させることができる。より詳しく言えば，

$$\langle ♩ \rangle$$

の双対基底

$$\langle ♩ \rangle^{*}$$

を考えると，音の数によってリズムを捉えることは，

$$\langle ♩ \rangle^{*}\left(n\langle ♩ \rangle\right)=n$$

と表すことができる。

また，係数が０の場合は，音の数が０を表しているが，それは間の認識に繋がっていく。

②係数が整数の場合

次に，係数の範囲を整数まで拡大すると，与えられたリズムと実際に自分が打ったリズムを比較することができることに対応させることができる。つまり，与えられたリズムが

$$4\langle ♩ \rangle$$

で，自分が打ったリズムが

$$5\langle ♩ \rangle$$

とする，（与えられたリズム）—（自分が打ったリズム）は

$$-1\langle ♩ \rangle$$

となるが，これが「１回多く打った」という認識に対応しているのである。

③係数が$\boldsymbol{Z}_q$の元の場合

$\boldsymbol{Z}_q$とは，整数全体をある整数qでわったときに，余りの集合である（各元は０，１，…，$q-1$で代表される)。そして，リズムに周期性が与えられていることは，係数がZ_qであることに対応させることができるのである。また，リズム認識におけるカウントの認識にも対応させることができるのである。

具体的には，図２の通りである。慣性的リズムは数えられるということで，

１つ１つに数を対応させる。さらにそのリズムがｑ＝４，すなわち周期４とした場合，最初に対応させた数をさらに４でわった余り－１に対応させる。

♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	…
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	…

図２

そしてさらに，Z_4＝｛０，１，２，３｝の各数に対して

0	1	2	3
↓	↓	↓	↓
ミ	ﾌｧ	ソ	ラ

と対応させると，図１のｅの音楽となる。

また，音高面からこのモティーフを$\boldsymbol{Z}$加群で表すと，＜ミファソラ＞を基底とした$\boldsymbol{Z}$加群

$$\{n＜ミファソラ＞ \mid n \in \boldsymbol{Z}\}$$

となる。つまり，リズムでの係数がと$\boldsymbol{Z}_q$なることによって，音高面での$\boldsymbol{Z}$加群が得られるのである。

なお，$\boldsymbol{Z}_q$における加法と乗法が定義されているが，このうち加法は，次の音の運動，あるいはモティーフの躍動感，また乗法はモティーフとしてのまとまりと対応している。Z_4＝｛０，１，２，３｝を例に具体的に言うと，全ての要素は，１と＋によって

$$1$$

$$1+1=2$$

$$1+1+1=3$$

$$1+1+1+1=0$$

生成される。そして，＋１という操作が，次の音を引き出していると言えるのである。またモティーフの始まりは，図１９のように，０である。ところが，０に｛０，１，２，３｝の何れの要素をかけても０となる。このことが，モティーフのまとまり感を生んでいるのである。そしてそれが，音高面に着目した際のＺ加群に反映されているのである。

最後に，リズムを打つ際に予備の音を感じる場合がある。これは図３のように表すことができるが，この場合，予備の音が負の数に対応する。そして，リズムにおける予備の音の認識が，第３章で述べた「時間軸上の位相空間」へと繋がっていくのである。

…　♩　♩　♩　♩　♩　♩　♩　♩　♩　♩　…

↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓

…　-4　-3　-2　-1　0　1　2　3　0　1　…

↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓

…　0　1　2　3　0　1　2　3　0　1　…

図３

④係数が有理数の場合

係数が有理数であるということは，等速的リズムにおける音価の分数倍が捉えられる，すなわち分割リズムを認識することができることに対応する。つまり，係数が有理数であると等速的リズムが拍に相当するのである。言い換える

と，「音の長さの量の保存」の段階のリズム認識は，係数が有理数$\boldsymbol{Q}$で表される等速的リズムに対応させることができるのである。

また，ｎ拍子は，有理数をｎの倍数で類別した$\boldsymbol{Q}/n$を係数とする自由加群となる。さらにｎ拍子のモティーフが，ｐ個の音で構成されているとすると，そのモティーフは，

$$n_1♩+n_2♩+\cdots+n_p♩\quad(n_1+\cdots+n_p=n)$$

と表すことができる。

(2)付加リズム

図３では，周期４の場合を取り上げたが，この周期は，必ずしも一定でなくてもよい。例えば，

♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	♩	…
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	1	2	0	1	0	1	0	1	2	…

図４

といった対応付けも，少なくとも加法の範囲においては，周期が一定の場合と同等に行うことができる。そしてさらに，

0	1	2
↓	↓	↓
ド	レ	ミ

と対応させると，

ドレミドレドレドレミ…

という変拍子の音楽となる。つまり，音の数でリズムを捉える段階においては，このような変拍子のリズムは充分理解できるということが導かれるのである。

一方，この音楽の音高面に着目すると，＜ドレミ＞と＜ドレ＞の２つのまとまりがある。音高が共有されているが，子どもは，この段階では，両者は別のまとまりと捉えられる。そして，これは

m＜ドレミ＞＋n＜ドレ＞　　（m，n$\in \boldsymbol{Z}$）

と表すことができる。つまり，基底の数が２の自由加群となるのである。そして，音楽的なまとまりが３以上の場合も，同様に基底の増加として表すことができる。

このような基底の増加は，音価の違いとしてリズムにおいても起こる。それは，同じ音価であるという単調さを解消するという欲求から生まれると考えられる。但し，音価の違いは，音価の分割によってではなく，異なった音価の付加として現れる。例えば，リズム認識の発達的様相で述べたように，４分音符と８分音符があった場合，子どもはまず「４分音符はゆっくりで８分音符は速い」と捉える。つまり，この段階では，２つの音符の音価の関係は定められていないのである。それ故，４分音符と８分音符で構成されているリズムは，

m×（♩）＋n×（♪）　　（m，n$\in \boldsymbol{Z}$）

という，２つの基底をもった自由$\boldsymbol{Z}$加群の元として表すことができる。

但し，このように生成されたリズムも，音価の分割はなされないので，付加リズムである。また，いろいろな民謡に見られる変拍子のリズムも，このように表すことができる。

西洋音楽のように付加リズムが分割リズムへと変容していくためには，音の長さの基準が示され，全ての音の長さが，その基準の有理数倍で表されるようになることが必要になってくる。そのポイントは，カウントによってリズムを捉えられるようになることである。

例えば，４分音符と８分音符の音価の関係は，１カウントの中に「４分音符は１つ，８分音符は２つ入る」という比の関係の気付きによって

（♪　）＝1/2×（♩　）

と表されることが認識される。これによって，全ての音価は基準となる音符の有理数倍として表されるようになり，これが分割リズム，そして拍の認識へと繋がっていくのである。

そして，拍が自由に分割可能となっていく過程で，リズムと音高は，

音の数＝使われている音高の数

という関係が解消される。そして，使われている音高の数は，音階，さらには旋法へと発展していくのである。

以上をまとめると，拍子認識の発達的様相は図５のように表すことができる。

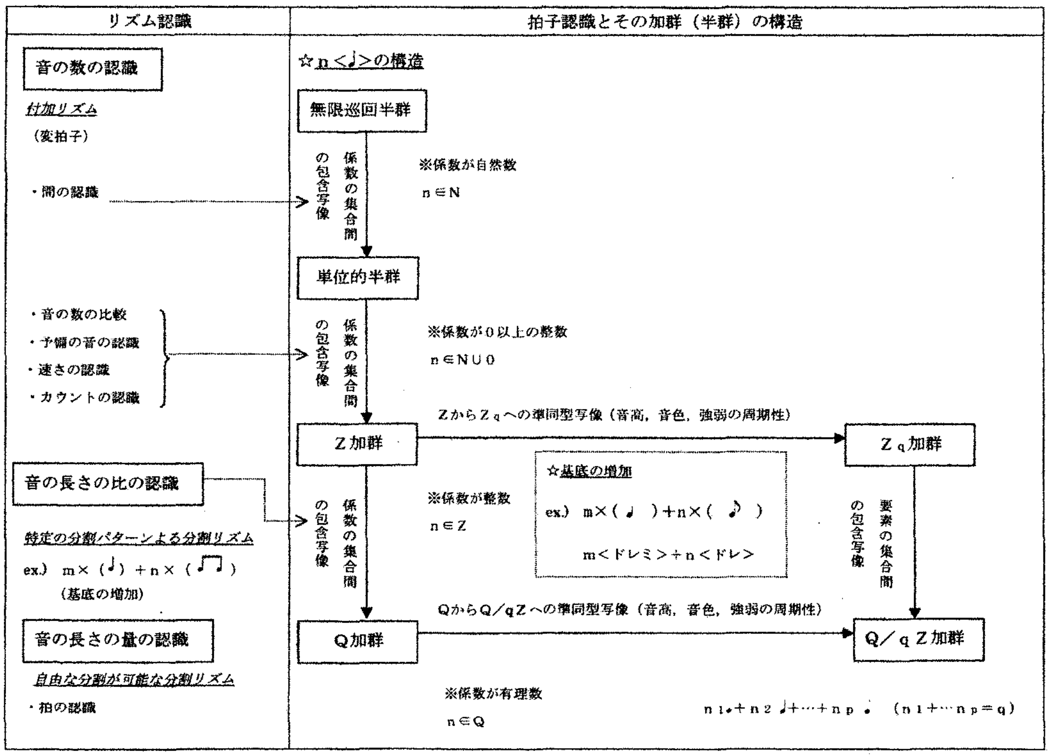


図５

なお拍子は，時間に依存するのでリズムの要素の１つであるが，これまで述べたように音高，さらには音色や強弱によって特徴付けられる周期性を伴ってはじめて成立する。逆に言えば，拍子認識は，様々な音楽認識が複合的に関わって形成されていくのである。

第３節　旋律，和音の認識と代数的トポロジー

１．旋律認識と鎖群

旋律は，与えられたリズムに音高を対応させることによって得られるが，単なる音高の羅列だと，必ずしも旋律はならない。音高の列が旋律となるためには，音高同士の繋げ方に秩序をもたせていくことが大切になってくるのである。

このことは，０次元と１次元の鎖群として表されるが，その中で重要なのが，それぞれの音高がどのようなネットワークで結び付いているかである。

子どもは，最初は音高の高低関係を認識しないと第２章でも述べたように，個々の音高はバラバラのものとして捉える。例えば，{ド，レ，ミ，ﾌｧ，ソ，ラ，シ} の場合，図６のように表すことができる。

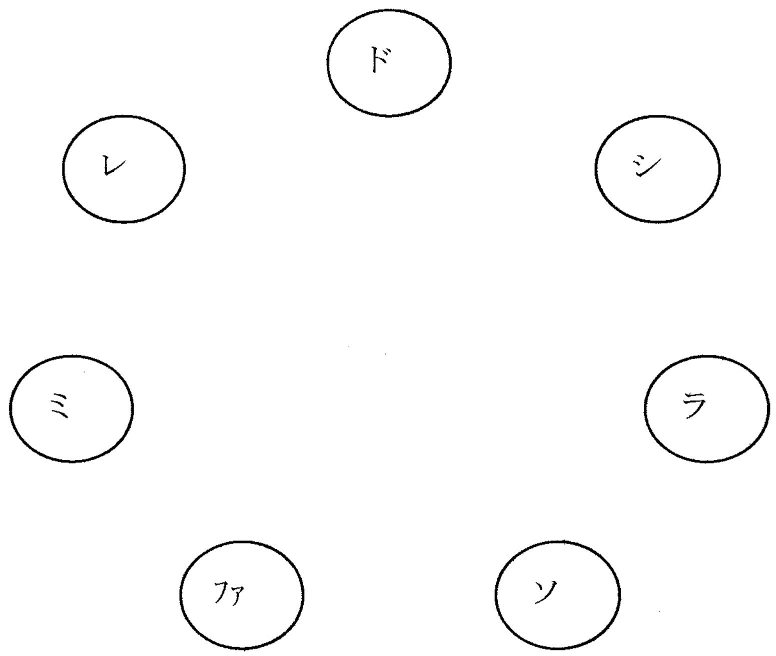
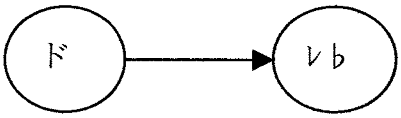
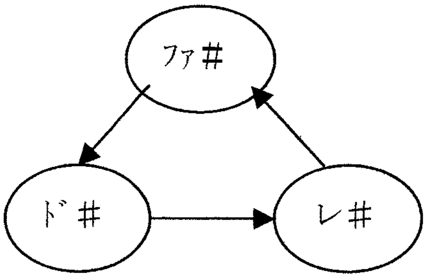


図６

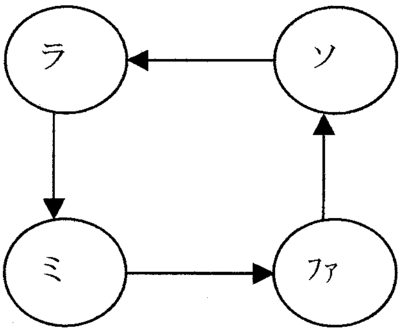
それから，音楽づくりの第２段階のように，いくつかの音の連なりを１まとまりとして捉えられるようになると，音高の間に結び付きが生まれる。例えば，図１で取り上げた音楽づくりでの子どもの作例のうち，ｇ，ｆ，ｅ，ｈの１次元鎖群は，図７に掲げた図形をもとに，次のように表すことができる。



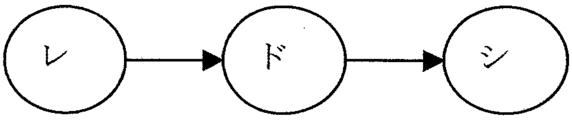
ｇ：ｎ（＜ドレ♭＞＋＜レ♭ド＞）



ｆ：ｎ（＜ド＃レ＃＞＋＜レ＃ファ＃＞＋＜ファ＃ド＃＞）



ｅ：ｎ（＜ミファ＞＋＜ファソ＞＋＜ソラ＞＋＜ラミ＞）



ｈ：ｎ（＜レド＞＋＜ドシ＞―＜ドシ＞―＜レド＞）

（ｎは整数）

図７

さて，図７のそれぞれに境界作用素と呼ばれる，

$$\partial\ (\langle a\ b\rangle) = \langle b\rangle - \langle a\rangle$$

という写像を施してみる。すると，これら４つの加群は，例えば，

∂（ｎ（＜ﾄﾞﾚ♭＞＋＜ﾚ♭ﾄﾞ＞））＝ｎ（＜ﾚ♭＞—＜ド＞＋＜ド＞—＜ﾚ♭＞）

＝０

のように，全て０になる。重音の場合も，重なっている２つの音を改めて１音と考えると，同様となる。つまり，第２段階の作例は，このような構造をもっているのである。

一方，第３段階のようにモティーフが移高されたり，反行されたりするようになると，モティーフやフレーズは，単なる音高の集まりではなく，秩序づけられた音高の集合全体，すなわち音階の上で展開されるようになっていく。

このことについて詳しくいうと，次のようになる。

１オクターブは１２音からなるので，それぞれの音高は，Z_{12}の各元に対応させることができる。今，ラの音を０とすると，各音高とZ_{12}の元は，表１のように対応する。

音高	ラ	ｼ♭	シ	ド	ﾚ♭	レ	ﾐ♭	ミ	ﾌｧ	ｿ♭	ソ	ﾗ♭
Z_{12}の元	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

表１

そして，例えば，図１のｋの１小節目の構成音｛ラ，ファ，ド＃｝は，

ラ　＝０

ファ＝８

ド＃＝４

と表される。そして，それぞれの数から２を引くと，

ソ　＝１０

シ　＝　２

ミ♭＝　６

のように２小節目の構成音が得られる。つまり，それぞれの音高は，数に対応させることができると同時に，数によって音高同士の関係が示されるのである。

また，移高という操作全体は，群をなす。それが半音階上であれば，$\boldsymbol{Z}_{12}$，白鍵上であれば$\boldsymbol{Z}_{7}$と同型となる。

移高という操作が導入されると，モティーフづくりは，いくつかの音高の集合ではなく，音階をもとにして行われるようになる。つまり，音高は高低関係によって１つに結び付けられるのである。

今，音階として｛ド，レ，ミ，ﾌｧ，ソ，ラ，シ｝による７音階を考える。オクターブ関係にある音高は同じとみなすと，この音階は，まず図８のように表すことができる。

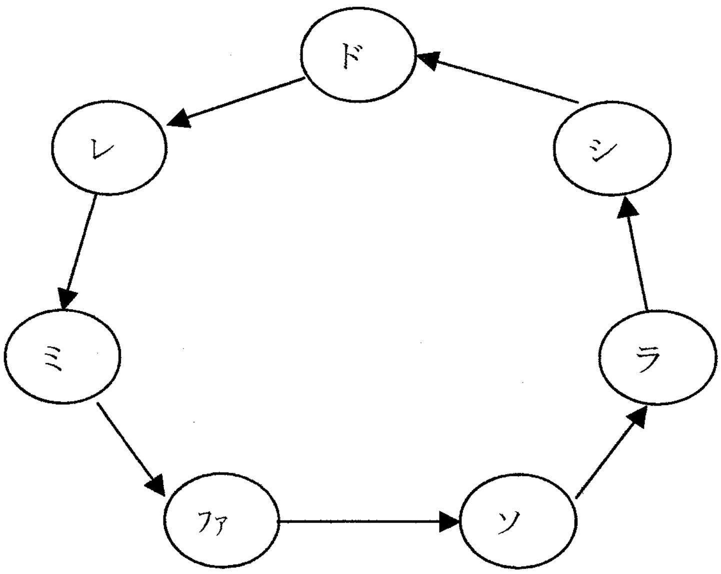


図８

但し，この場合だと，音高の繋がり方は順次進行に限定される。そこで旋律をより豊かにするために跳躍進行が取り入れられていく。その代表的なものが，ド，ミ，ソの跳躍進行を取り入れたものである。それを表しているのが図９である。《かえるの合唱》のような平易な旋律を階名で歌うと，全て図９の矢印（逆向きを含む）を辿ることができる。そして，これが和声へと繋がっていく。なお，図９は，ハ長調で言うとＩの和音のみを想定したものであり，和音の変化の場合は，図そのものはそのままにして，それぞれの音高を移高させればよい。例えば，Ｖの和音上の旋律は，図１０のように表すことができる。

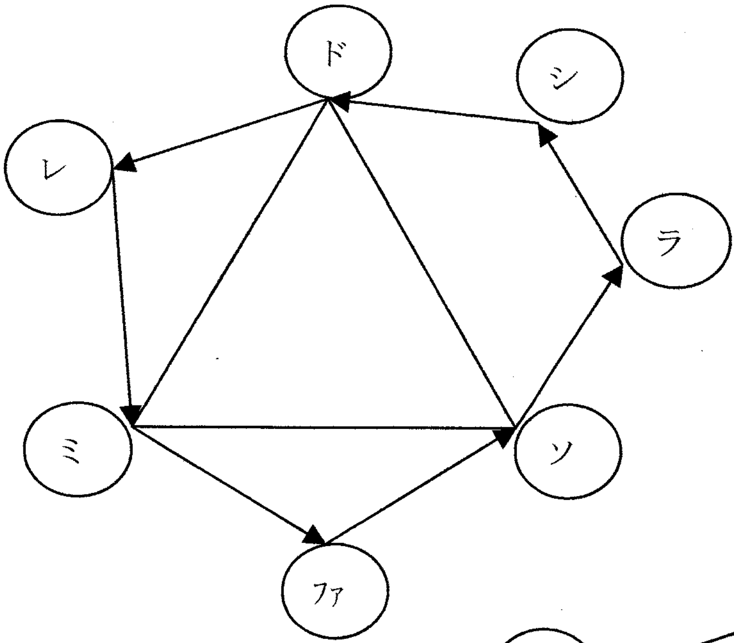


図９

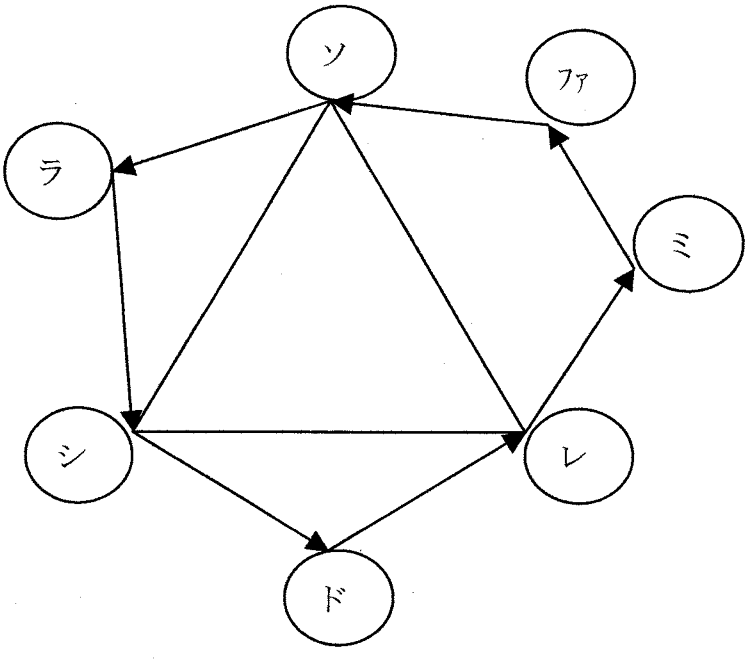


図１０

また，複数の和声によって特徴付けられている旋律は，例えばそれが《メリーさんのひつじ》のようにⅠとⅤならば，図１１のように表すことができる。これは，Ⅰの和音の場合は黒線と青線上の，Ⅴの和音の場合は黒線と赤線上の経路を辿ることができることを示している。

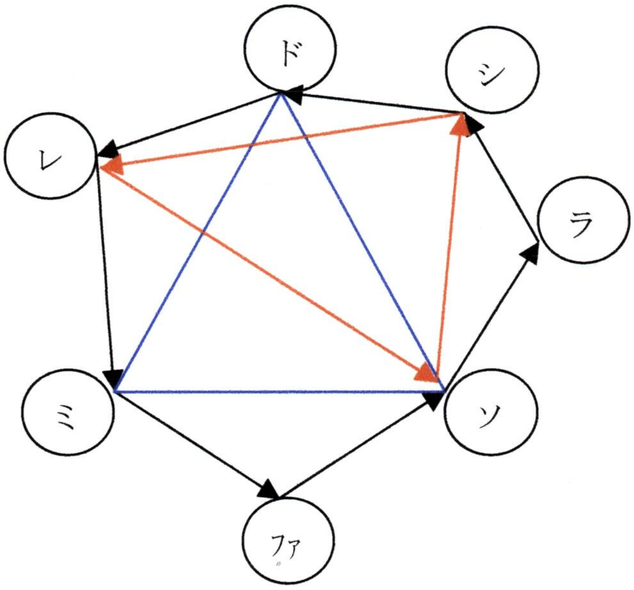


図１１

なお，音階上に展開される旋律を１次元鎖群で表し，それに境界作用素を施すと，例えば，図１のｏは，実質は図１０のⅤの和音の場合の経路上の旋律と考えることができるが，これは，

∂（2（＜ソファ＞＋＜ファミ＞＋＜ミレ＞＋＜レソ＞）

＋（＜ソファ＞＋＜ファミ＞＋＜ミレ＞＋＜レド＞））

＝＜ド＞―＜ソ＞

となり，必ずしも０にならない。言い換えると，このように０とはならないことがあるということが，旋法や和声と結び付いていると考えられるのである。

２．旋律と和音の認識とホモロジー群

西洋音楽では旋律は和音に支えられてつくられる。このことを図で表すと，例えばハ長調のⅠの和音は，図１２のように三角形として考えることができる。

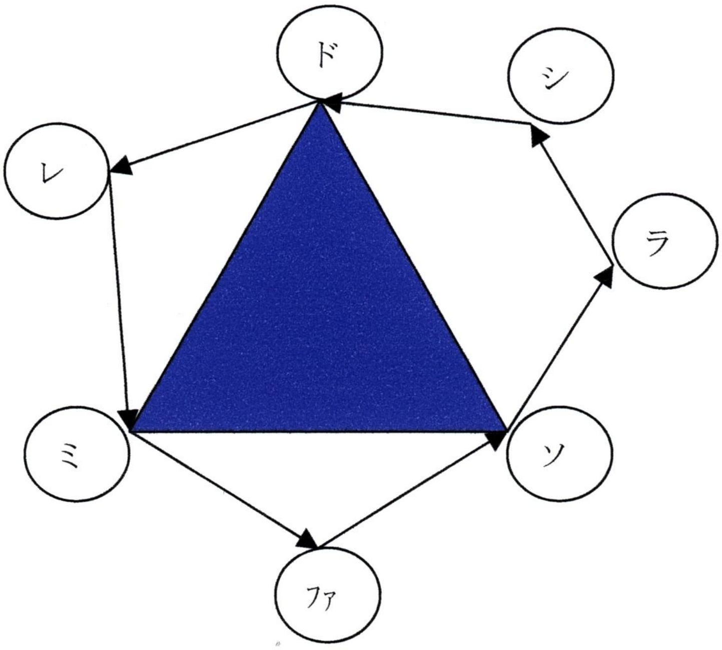


図１２

そして，旋律が和音と結び付くことによって，新たに２次元鎖群が加わるのである。図１１の場合は，

n＜ドミソ＞

と表すことができる。なお，これに境界作用素を施すと，

∂（n＜ドミソ＞）＝n（＜ドミ＞—＜ドソ＞+＜ミソ＞）

となる。

さて，ここで｛ド，レ，ミ，ﾌｧ，ソ，ラ，シ｝で構成されている４つの図形，図６，９，１０，１２の違いをホモロジー群によって示してみる。

ホモロジー群とは，図形の繋がり具合を調べるための数学的道具で，ｎ次元

ホモロジー群は，次のように定義される。

まず，n次元鎖群Cn（K）の中で，境界作用素を施すと0になるものをn次元輪体群といいZn（K）と表す。また，n＋1次元の境界となっているものををn次元境界輪体群といいBn（K）と表す。そして，Zn（K）をBn（K）で類別したものをn次元ホモロジー群といいHn（K）と表す。

n次元ホモロジー群の中で，0次元ホモロジー群は，図形がどれくらいバラバラになっているか，また1次元ホモロジー群は，図形の中に穴がいくつ空いているかを示している。

図6，9，10，12の0，1，2次元ホモロジー群は，表1のようになっている（これら4つには3次元以上の図形が含まれていないので，3次元以上のホモロジー群は0となる)。

表1　図6，8，9，12の図形Kの0，1，2次元ホモロジー群

	図6	図8	図9	図12
H_0（K）	Z⊕Z⊕Z⊕Z⊕Z⊕Z⊕Z	Z	Z	Z
H_1（K）	0	Z	Z⊕Z⊕Z⊕Z	Z⊕Z⊕Z
H_2（K）	0	0	0	0

表1から，旋律と和音の認識の発達は，表現活動をとおして次のようなプロセスを辿ると言える。

①音高の決定

まずどの音高をいくつ使うかをまず決定することである。これは，またリズム認識の発達の第1段階の「音の数の認識」とも関連している。

②音高同士の順序関係の導入

続いて決定した音高に順序関係を導入する。この順序関係は，第2章でも触れたが，まず時間的順序によって与えられる。その後，モティーフの変換によって音の高低による順序関係が導入される。また，それに伴って，順序関係の導入は，使用される音高から音高全体へと拡大される。そして，これが音階の認識へと繋がっていく。

この段階で，0次元ホモロジー群は，$\boldsymbol{Z}$の音高の数分の直和から，$\boldsymbol{Z}$となる。

さらに，この順序は反復，あるいはオクターブ関係の認識によって円環的になっていく。そしてこの段階となって，1次元ホモロジー群が0から$\boldsymbol{Z}$となる。

③跳躍進行の導入

旋律の動きに隣接しない音高への進行が加わることによって，音高間の経路は増える。それによって，サイクル構造をもつ経路が増える。この段階となって，１次元ホモロジー群が$\boldsymbol{Z}$から複数の$\boldsymbol{Z}$の直和となる。なお，この経路の増加は，旋律の動きがスムーズになるよう，限られた範囲で行われる。

④和音の導入

和音は，サイクルを構成する音高を同時に持続させることによってつくられる。そしてそれによって，１次元ホモロジー群は直和となる$\boldsymbol{Z}$の数が減少する。

周期的な旋律の速度を極限まであげると，旋律を構成する音高は，順番ではなく同時に鳴っているように聴こえる。これが，１次元ホモロジー群がＺから０へと変わることの音楽的解釈である。そして，持続とは，音が延びていると同時に，音の運動が極限状態にあると考えることもできるのである。

なお，ここでは和音は３和音であるが，４和音以上の場合，その和音は３次元以上の単体によって表すことができる。例えば，<ドミソシ>という４和音が与えられたとすると，それは図１３のように示される（矢印は省略）。この場合のホモロジー群は，０次元ホモロジー群がＺ，１次元ホモロジー群がＺ⊕Ｚ⊕Ｚ，それ以外の次元は０となっている。この場合は，１次元ホモロジー群が図１２と同じであるが，和音の構成音が増えていくと，１次元ホモロジー群の直和となるＺの数は減少し，音階の構成音の数と同じになると０になる。

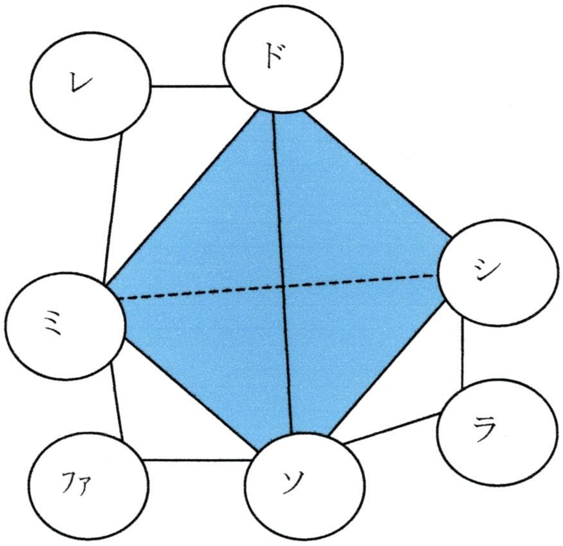


図１３

ところで，図６，９，１０，１２，１３の複体は，包含写像によって順に写っていくことができる。言い換えると，上に示した①，②，③，④という音楽的な活動が，この写像を引き起こしていると言える。

３．音階と和声から導かれた旋律の特徴とホモロジー群

ホモロジー群の違いは，旋律と和音の認識の発達的様相ばかりでなく，音階と和声から導かれた旋律の特徴を示すことができる。

例として，ハ長調のＩの和音上の旋律について，①和音構成音のみでできている場合（図１４，矢印は省略），②｛ド，レ，ミ，ソ，ラ｝の５音階でできている場合（図１５，矢印は省略），そして，③｛ド，レ，ミ，ﾌｧ，ソ，ラ，シ｝の７音が使われている場合（図１３）を考えると，それぞれの０－２次元ホモロジー群は，表２のようになる。

表２　図１４，１５，１３の図形Ｋの０－２次元ホモロジー群

	図１４	図１５	図１３
H_0（K）	Z	Z	Z
H_1（K）	0	Z⊕Z	Z⊕Z⊕Z
H_2（K）	0	0	0

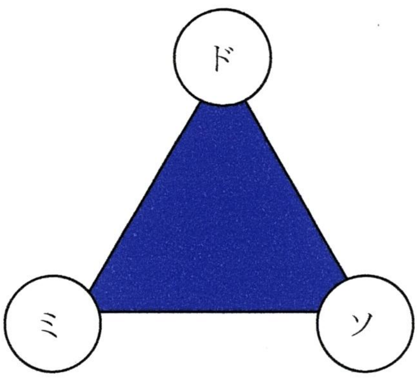


図１４

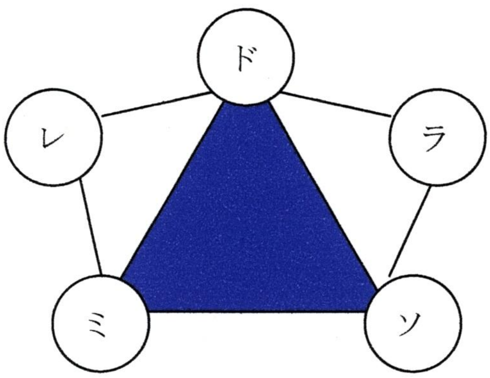


図１５

これら３つの違いは，１次元ホモロジー群に現れているが，これは旋律の滑らかさを表している。つまり，直和となっている***Z***の数が増えることは順次進行が多用されていることに対応しているのである。

最後に，旋律の構造をトポロジー的に表すと，様々な音階や和音の間には，いわゆる標準，特殊の区別がないことがわかる。このことからも，様々な音楽の様式には優劣がないということが導かれる。

さらに，旋律は，音高だけによってつくられるのではないことも導かれる。例えば頂点となっている要素を音高から音色に変えると，シェーンベルクの音色旋律というものが導き出されるのである。

第４節　音楽科教育への示唆

拍子，旋律，和声認識の数学的構造から，改めてわかることは，音楽においては周期性が重要であるということである。

ただ，ここで大切なのは，周期性が生まれるプロセスである。

音楽認識の中で最もプリミティブなものが音の数の認識である。数の体系としては，自然数$\boldsymbol{N}$，あるいは整数$\boldsymbol{Z}$の体系に相当するが，単に数を増やしていくだけでは際限がなくなる。そこで，あるところまでいくと再び０にリセットする。これが周期性の源である。

音楽は，「数を増やす」，「０にする」の繰り返しでできている。リズムや旋律でも，新しい要素を加える，数学的に言えば基底を増やすと，次にそれぞれの係数を同じにして１まとまりにして扱う，また，表１，２の１次元ホモロジー群に表れているように，旋律において音の進行パターンの「数を増やす」と，和音を入れてその一部を「０にする」，そのことによって旋律にまとまりを与えるのである。

周期性がもつ意味合いは，もう１つある。それは，異なるものをいくつかに分類し，それによって得られたクラス同士の関係を定めるというものである。例えば，西洋音楽的に言えば，拍をずらしたり移調したりすることは，周期性が前提になっている。

現行の音楽科教育においては，周期構造をもつ拍子や音階は，西洋音楽の基礎概念でもあるため，学習の中で取り上げられる。しかし，特に拍子の場合，西洋音楽においては，拍子と音型が一致している曲というのは少ない。一方，世界の諸民族の音楽では，オスティナートとして，その周期性を直接感じ取れる音楽がたくさんある。そして，このような音楽を教材として上げたり，自分で周期性をつくっていったりすることが，音楽における周期性の意味を感じ取っていくのに有効であると考えられる。

第５章　音楽の全体像の認識と数学的構造

これまで，音楽の諸要素に対する認識の数学的構造について，また，それぞれの認識の発達的様相を，数学的構造の変容として捉えてきた。しかし，これらの諸要素は，それぞれが単独で存在するのではなく，互いに結び付き合って１つの音楽を形成している。そこで本章では，音楽の全体像の認識がどのように成立するかについて，圏，及び層という数学的構造をもとに述べていく。

第１節では，音楽の諸要素を，時間を切り口にして分類する。第２節では，群，束，位相空間など，これまで取り上げてきた数学的構造の上部構造である圏をもとに，音楽のそれぞれの構成要素の認識の繋がりについて述べる。そして第３節では，音楽が展開する時間を位相空間と捉え，位相空間の圏と音楽の像をなす音の集合がなす圏，あるいは音楽の変化を特徴付ける加群の圏を結び付けた構造である層をもとに，音楽の全体像を認識できるようになるための条件について述べる。最後の第３節では，これらの結果の音楽科教育への応用を展望する。

第１節　音楽における部分と全体

１．音楽の諸要素と時間

音楽の諸要素は，時間を切り口にすると，次の２つに分けることができる。すなわち，「時間に依存する要素」と，「時間に依存しない要素」である。前者には，リズム認識で取り上げた音の数，音の順序，速さ，間，音の長さの比，音の長さの量，拍，拍子，テンポなどが含まれ，後者には，音色，音高，和音，音の強弱などが含まれる。

また，「時間に依存しない要素」も，その変化は時間をパラメータとして表さ

れる。言い換えると，音楽は，時間と体系化された諸要素との関係で成立していると考えられるのである。

２．音楽における全体像の把握

音楽は絵画と異なって一度にその全体像を捉えることはできない。全体像を捉えるためには，一定の時間が必要である。それでは，一定の時間のもとで全体像を捉えられている状態とは，どのようなものであろうか。

例えば鍵盤ハーモニカによる旋律奏で子どもが途中で躓いた場合，そこからリスタートすることを促しても「最初から」と言って，再び初めからやり直すということが少なくない。逆に言えば，音楽のどの部分からも演奏できうるということは，音楽の全体像を捉える上で必要であると言えよう。しかし単に最初から最後まで演奏できるというだけでは，音楽全体のよさや美しさを捉えることには繋がらない。

また，鑑賞において，曲をいくつかの部分に分けて，それぞれの特徴を捉えるという活動もしばしば行われるが，「音楽の諸要素が部分的にわかっても，音楽全体を味わったり理解できたりするわけではない」[1]と指摘されるように，必ずしも部分ごとのよさや美しさの感受が全体のよさや美しさの聴取とはならないのである。

そこで問題となるのが，いかなる条件が備われば，部分を対象にした活動が，音楽全体のよさや美しさを感じ取って演奏したり鑑賞したりすることに繋がるかということである。そして，その指針を与えてくれるものが，次節で述べる圏と層である。

第２節　圏と層

これまで音楽の諸要素の認識について，その数学的構造を調べてきた。しかしそれは，代数的構造，位相構造，さらには順序構造と，異なる数学的構造によってモデル化してきた。また，それによってそれぞれの要素の認識同士の関連性も，充分には述べることができていなかった。

このような問題点を解消していくためには，様々な数学的構造を抽象化した

[1] 宮下俊也（2005）「鑑賞における観点別評価とその方法」『学校音楽教育研究』日本学校音楽教育実践学会第９巻，p.13.

構造が必要になってくる。それが圏であり，層である。

１．圏と関手

(1)圏

圏の定義は，以下の通りである。

圏$\boldsymbol{C}$とは，対象の集合$\mathrm{Ob}(\boldsymbol{C})$と，任意の対象A，Bに対して，Aを始域，Bを終域とする射の集合

$$\mathrm{Hom}(A, B)$$

が与えられ，以下の公理を満たす時にいう。

①$(A, B) \neq (C, D)$のとき，

$$\mathrm{Hom}(A, B) \cap \mathrm{Hom}(C, D) = \phi$$

②$\mathrm{Hom}(A, A)$は恒等射1_Aを含む。

③合成写像

$$\mathrm{Hom}(A, B) \times \mathrm{Hom}(B, C) \to \mathrm{Hom}(B, C)$$

すなわち$f \in \mathrm{Hom}(A, B)$，$g \in \mathrm{Hom}(B, C)$に対して

$$(f, g) \to g \circ f \in \mathrm{Hom}(A, C)$$

が定義され，さらに$h \in \mathrm{Hom}(C, D)$に対して結合法則

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

が成り立つ。

④$f \in \mathrm{Hom}(A, B)$，$g \in \mathrm{Hom}(B, C)$に対して単位法則

$$1_B \circ f = f, \quad g \circ 1_B = g$$

が成り立つ。

音楽認識への応用を念頭に，具体的な圏の例を２つあげる。

①集合の集合Ｖを

$$V=\{\{a\},\ \{a,\ b\},\ \{a,\ b,\ c\}\},$$

と定め，Ｏｂ（Ｃ）＝Ｖ，Ｈｏｍ（Ａ，Ｂ）（Ａ，Ｂ∈Ｖ）を，

$\mathrm{Hom}(\{a\},\{a\})=\{1_{\{a\}}\}$（恒等写像）

$\mathrm{Hom}(\{a,\ b\},\{a,\ b\})=\{1_{\{a,\ b\}}\}$（恒等写像）

$\mathrm{Hom}(\{a,b,c\},\{a,b,c\})=\{1_{\{a,\ b,\ c\}}\}$（恒等写像）

$\mathrm{Hom}(\{a\},\{a,\ b\})$：包含写像

$\mathrm{Hom}(\{a,\ b\},\{a,\ b,\ c\})$：包含写像

$\mathrm{Hom}(\{a,\ b,\ c\},\{a,\ b\})=\phi$

$\mathrm{Hom}(\{a,\ b\},\{a\})=\phi$

とすると圏になる。

②集合Ｗを

$$W=\{1,\ 2,\ 3\}$$

と定め，Ｏｂ（Ｃ）＝Ｗ，Ｈｏｍ（Ａ，Ｂ）（Ａ，Ｂ∈Ｗ）を，

$\mathrm{Hom}(1,\ 1)=1_1\ (1\leqq 1)$

$\mathrm{Hom}(2,\ 2)=1_2\ (2\leqq 2)$

$\mathrm{Hom}(3,\ 3)=1_3\ (3\leqq 3)$

$\mathrm{Hom}(1,\ 2)$：$1\leqq 2$（１を２に写す射）

$\mathrm{Hom}(2,\ 3)$：$2\leqq 3$（２を３に写す射）

$\mathrm{Hom}(3,\ 2)=\phi$

$\mathrm{Hom}(2,\ 1)=\phi$

とすると圏になる。

①は集合，②は全順序集合についての圏である。つまり，数学的構造が異なるものが圏によって統一的に記述されているのである。

代数的構造の場合は群，環，束の集合と準同型写像，また位相構造では位相空間と連続写像を考えることによって，圏を構成することができる。

(2)関手

関手は，圏と圏の間の写像に相当するもので，その定義は次の通りである。

２つの圏，Ｂ，Ｃに対して，

①対象間の写像

$$F : Ob(B) \to Ob(C)$$

が定まる。

②射の集合Ｈｏｍ（Ａ，Ｂ）（Ａ，Ｂ∈Ｂ）から射の集合Ｈｏｍ（Ｆ（Ａ），Ｆ（Ｂ））への写像

$$F : Hom(A, B) \to \text{集合} Hom(F(A), F(B))$$

が定まる。

③$F(1_A) = 1_{F(A)}$，$F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$ が成り立つ。

の公理を満たすＦを，ＢからＣへの関手という。

先の２つの圏Ｖ，Ｗの間に，対象間の写像Ｆを，

V	F	W
{a}	→	1
{a，b}	→	2
{a，b，c}	→	3

また，射の集合の間の写像を，

V	F	W
Ｈｏｍ（{ａ}，{ａ}）	→	Ｈｏｍ（１，１）
Ｈｏｍ（{ａ，ｂ}，{ａ，ｂ}）	→	Ｈｏｍ（２，２）
Ｈｏｍ（{ａ，ｂ，ｃ}，{ａ，ｂ，ｃ}）	→	Ｈｏｍ（３，３）
Ｈｏｍ（{ａ}，{ａ，ｂ}）	→	Ｈｏｍ（１，２）
Ｈｏｍ（{ａ，ｂ}，{ａ，ｂ，ｃ}）	→	Ｈｏｍ（２，３）

と定めると，ＦはＶからＷへの関手となる。この場合，

$$F : Ob(V) \to Ob(W)$$

$$F : Hom(A, B) \to Hom(F(A), F(B)) \qquad (A, B \in V)$$

がともに全単射になっているので，ＶとＷは同型であるという。また，このようなＦを同型関手という。そして，同様の対応によってF^{-1}：Ｗ→Ｖが定められる，

⑶圏，関手と音楽認識

ところで，圏Ｖは集合数，圏Ｗは順序数と結び付いているが，これは，リズム認識の第１段階における，「音の数」の認識から「音の順序」の認識へのステップアップに対応している。また，Ｖのａ，ｂ，ｃを，個々の音色，あるいは音高などの聴覚的イメージに対応させることによって，リズム認識から他の音楽認識が派生していくというプロセスが示される。

ここで重要なのは，「音の数」と「音の順序」との対応関係である。授業の場では，３個の音，ａ，ｂ，ｃがあった場合，順序との間に

１番目→ａ
２番目→ｂ
３番目→ｃ

と１対１に対応させ，例えば，子ども３人にそれぞれの音を割り振ることが多いが，これでは「音の数」の認識から「音の順序」の認識へのステップアップ

はおこらないのである。つまり，そのようなステップアップを促していくには，

$$V=\{\{a\},\ \{a,\ b\},\ \{a,\ b,\ c\}\}$$

という集合をもとに，１人がａ，ｂ，ｃを受け持つ活動が必要であることが，圏と関手の理論から導かれるのである。

２．前層と層

(1)前層

今，位相空間Ｘを１つ固定し，Ｘの開集合の全体を $\mathscr{O}(X)$ とする。位相空間Ｘ上の前層 $\mathscr{F}$ は，次のように定義される。

①任意の $U\in\mathscr{O}(X)$ に対して，集合 $\mathscr{F}(U)$ が対応している。
②$U,\ V\in\mathscr{O}(X)$ で $V\subseteq U$ ならば，写像

$$\rho_{V,U}:\mathscr{F}(U)\rightarrow\mathscr{F}(V)$$

が定められており，特に

$$\rho_{U,U}=\text{恒等写像},$$

また $U,\ V,\ W\in\mathscr{O}(X)$ で $W\subseteq V\subseteq U$ ならば

$$\rho_{W,U}=\rho_{W,V}\circ\rho_{V,U}$$

である。
これらの公理を満たす組

$$\mathscr{F}=\{\mathscr{F}(U),\ \rho_{V,U}\}$$

を位相空間Ｘ上の前層 $\mathscr{F}$ という。

集合 $\mathscr{F}(U)$ が，加群や環のように代数的構造が入っていてもよい。その際の $\rho_{V,U}$ は，準同型写像としている。

ところで，位相空間は第３章で述べたように，音楽認識，取り分けリズム認識と関わりが深い。さらに言えば，音楽における時間の構造化が位相空間と密接に結び付いているのである。そして，本章の最初でも述べたように音楽の諸要素は，時間を切り口にして分けて考えることができる。

このことから，前層を考えることは，時間に対してそれぞれの要素がどのように関わっているかを客観的に示す指標を見出すことに通じると言える。そして，位相空間の上に，代数的構造や順序構造を統一的に考えていくことができると言えるのである。

以上のことを念頭において，音楽における前層の具体例を示す。

①$X=\{1,2,3\}$，$\mathcal{O}(X)=\{\phi,\{1\},\{1,2\},X\}$ とし，各$U\in\mathcal{O}(X)$ に対して，集合 $\mathscr{F}(U)$ を次のように対応させる。

U		$\mathscr{F}$(U)
ϕ	→	ϕ
{1}	→	{a}
{1, 2}	→	{a, b}
X	→	{a, b, c}

そして，各$\rho_{V,U}:\mathscr{F}(U)\to\mathscr{F}(V)$（$U,V\in\mathcal{O}(X)$）について，

$$\{a,b,c\}\to\{a,b\}: a\to a,\ b\to a,\ c\to b$$

$$\{a,b\}\to\{a\}: a\to a,\ b\to a$$

と定めると，$\mathscr{F}$ は前層となる。

$\mathcal{O}(X)=\{\phi,\{1\},\{1,2\},X\}$ には，音楽における時間的な順序構造が反映されている。つまり，この前層は，時間的順序と旋律の成り立ちの関係を表しているのである。

例えば，譜例１のような３声のカノン（《かえるの合唱》の３フレーズ目までを取り出したもの）を考える。括弧で囲んだ１，２，３が位相空間Xの要素，楽譜中a，b，cの重なり方が集合 $\mathscr{F}(U)$（$U\in\mathcal{O}(X)$）の要素，そして，$\mathscr{F}(U)\to\mathscr{F}(V)$（$U,V\in\mathcal{O}(X)$）は，「１つ前のフレーズに（但しaは自分自身に）対応させる」写像とすると，このカノンの成り立ちは③となる。

譜例１

次の例は，拍子とリズムの関係を示しているものである。

②$X = \{1, 2, 3, 4\}$，$\mathcal{O}(X) = \{\phi, \{1\}, \{1, 3\}, X\}$ とし，各 $U \in \mathcal{O}(X)$ に対して，加群 $\mathscr{F}(U)$ を次のように対応させる。

U		$\mathscr{F}(U)$
ϕ	→	0
$\{1\}$	→	Z_4
$\{1, 3\}$	→	Z_2
X	→	Z

そして，各 $\rho_{V,U}$：：$\mathscr{F}(U) \to \mathscr{F}(V)$（$U, V \in \mathcal{O}(X)$）について，

$Z \to Z_2$：$1, 3 \in Z \to 0 \in$，$2, 4 \in Z \to 1 \in Z_2$

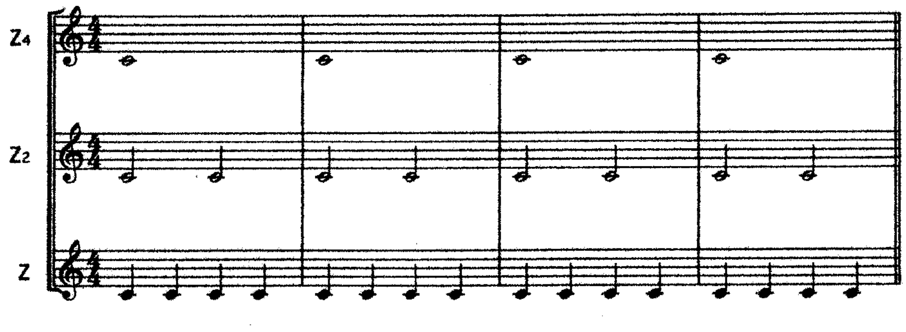
$Z_2 \to Z_4$：$0 \in Z_2 \to 0 \in Z_4$，$1 \in Z_2 \to 3 \in Z_4$

$Z_4 \to 0$：任意の $u \in Z_4 \to 0$

と定めると，$\mathscr{F}$ は前層となる。

$\mathcal{O}$（X）の各要素を楽譜で表すと，譜例２のようになる。

ところで，Ｚ，Z_2，Z_4は，それぞれ１小節に４音，２音，１音を鳴らしているので，それぞれ４拍子，２拍子，１拍子とみなすことができる。つまり，３つのパート全体は，カウントを共有しているポリリズムとなっているのである。そして，例えば４拍子の「３カウント目」が２拍子の「２カウント目」といったように，拍子同士の対応関係を表しているのが加群の間の準同型写像である。



譜例２

次の例は，我々の感覚とも関わりのある前層である。

③X＝｛１，２，３，４，…｝，$\mathcal{O}$（X）をその離散位相とし，ϕを除く全ての U∈$\mathcal{O}$（X）に対して，$\mathscr{F}$(U）＝０（加群の単位元）とすると，$\mathscr{F}$ は前層となる。

例えば図１のような，雨だれのように同じリズムを刻み続ける音楽を考える。

♩　♩　♩　♩　…

[1　)　[2　)　[3　)　[4　)

図１

１つの音が鳴り始めて次の音がなる直前までの閉開区間で表される時間を要素として，X＝｛１，２，３，４，…｝とする。この音楽は，時間に関係なく同じように聴こえる，つまり変化がないのである，そして変化がないというこ

とは，加群としては単位群，すなわち単位元0のみで構成されている加群となる。このような前層を零前層という（なお，このような前層は，後で定義する層にはなっていない）。

雨だれのような単音の連続を聴くと，人によっては退屈で眠たくなったり，全く意識にのぼらなくなってきたりする（逆に覚醒する人もいるが）。零前層は，このような音楽を数学的に表していると言えるのである。

それでは，そこに周期的なアクセントが，図2のように加えられたとする。

♩　♩　♩　♩ …

\>　　\>

[1) [2) [3) [4)

図2

そしてこのようなリズムに対する感覚は，次のような前層である。

> ④$X=\{1, 2, 3, 4, \cdots\}$，$\mathcal{O}(X)=\{\phi, \{1, 3, \cdots\}, X\}$ とし，ϕ と $\{1, 3, \cdots\}\in\mathcal{O}(X)$ に対して，$\mathscr{F}(U)=0$，$\mathscr{F}(X)=Z_2$ とすると，$\mathscr{F}$ は前層となる。

なお，アクセントが加えられても，例えば，2音1まとまりとして考えると，変化が起こっていないと考えられる。この場合は図3のような閉開区間で表される時間を要素として，$X=\{1, 2, 3, 4, \cdots\}$ とする。すると③と同じ前層になる。

♩　♩　♩　♩ …

\>　　\>

[1) [2)

図3

このように，音楽における前層の例を考えていくと，前層や，音楽の反復や変化を数学的に表しているということがわかる。

(2)層

前層 $\mathscr{F}$ が，さらに次の条件を満たすとき，$\mathscr{F}$ が層であると言う。

> 任意の $U \in \mathscr{O}(X)$ をとり $\{U_i \mid i \in I\}$ をUの任意の開被覆[2]とする。そのとき
>
> ① $s,\ t \in \mathscr{F}(U)$ に対して，すべての $i \in I$ に対して，
>
> $$\rho_{U_i, U}(s) = \rho_{U_i, U}(t)$$
>
> であれば $s = t$ である。
>
> ② $i \in I$ に対して $s_i \in \mathscr{F}(U_i)$ をとるとき，すべての $i,\ j \in I$ に対して
>
> $$\rho_{U_i \cap U_j, U_i}(s_i) = \rho_{U_i \cap U_j, U_j}(s_j)$$
>
> が成り立つならば，ある $s \in \mathscr{F}(U)$ が存在して，
>
> $$s_i = \rho_{U_i, U}(s)$$
>
> である。
>
> の公理を満たすとき，$\mathscr{F}$ を層という。

前層で取り上げた４つの例は，全て層とはならない。

層の例としては，次のようなものがある。

音楽では，水平軸を時間の進行，垂直軸を音高の変化としてグラフ化することができる。例えば《かえるの合唱》の最初は，図２のように階段関数として表すことができる。

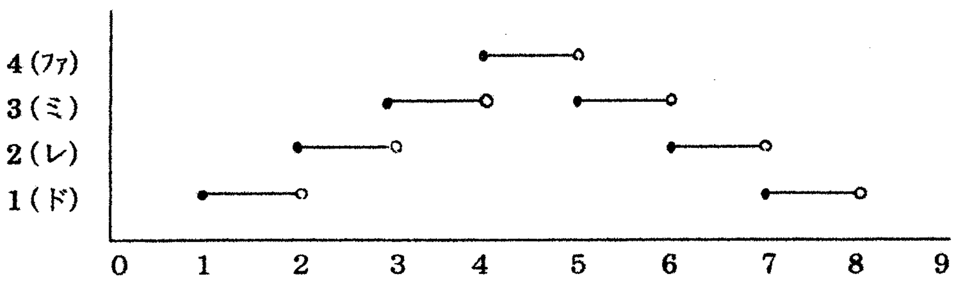


図２

[2] Uの開被覆とは，U全体がUの部分開集合の和として表せるということである。

図２をもとに今，開区間（０．９）をＸ，Ｘ中の任意の開区間全体を $\mathcal{O}$（Ｘ）とする。集合Ｓは，図２階段関数とし，$\mathcal{F}$(Ｕ)（Ｕ∈$\mathcal{O}$（Ｘ））を，Ｕを定義域とする階段関数の一部とする。そして，Ｖ⊂Ｕに対して，$\rho_{V,U}$をＵのＶへの制限，すなわち階段関数の定義域の制限とすると，$\mathcal{F}$は層となる。

層と前層との違いは，次の点にある。すなわち，層は，部分を集めると，必ず全体像が得られることを保証しており，それに対して前層は，かならずしもそれが保証されていない。

これを音楽的に言うと，次のようになる。例えば，図１のような，雨だれのように同じリズムを刻み続ける音楽を聴くと，人はまず「単調である」ということを感じるだろう。また，その音楽の一部を取り出して聴いた時に，それが全体の中のどこが演奏されているのかということもわからない。このことは，前層の③のように，層にはならない前層の導入を導入することによって解釈できる。一方，層で取り上げた旋律は，その断片像を聴いて元の旋律を復元することができる。つまり，部分ごとのよさや美しさの感受が全体のよさや美しさの聴取へと繋がるような全体像の認識は，数学的には層の構造が入っていることが必要であると言える。

(3)前層，層と音楽認識

前層は音楽における反復と変化の認識，そして層は，音楽の全体像の認識に繋がっていく。言い換えると，これらを促していくためには，前層，そして層の構造を生かしていくような学習活動や手立てを講じていくことが大切になってくると言えよう。

具体例としては，まず前者については，前層の特徴は，開集合の包含関係の逆向きに写像が定められていたことにある。これを音楽的に解釈すると，まず例①より，時間の正逆の両方の向きに対する意識をもつこととなる。つまり，今聴いたり演奏したりしているものの前，あるいは後の音楽をイメージするということが，音楽全体のよさや美しさを感じ取ることに繋がると言える。また，活動においてパート間の相互関係に対する意識をもつこと（例②より），全体に通じる特徴の把握すること（例③，④より）も，前層の構造から導かれる。

続いて後者であるが，層の定義を音楽的に解釈すると，次のようになる。曲を時間の区間で分け，その区間を例えばU_i，U_jとした場合，$\mathcal{F}$(U_i）と $\mathcal{F}$（U_j）に分けた，その共通部分 $\mathcal{F}$($U_i \cap U_j$）が同じ音楽であることを意識

することである。これは言い換えると，音楽の全体像の認識では，曲のどの部分を取り出しても，その前後をイメージできることが大切であるということを，層の構造から導かれるのである。

第３節　音楽科教育への示唆

音楽の全体像の認識と圏，層の構造との結び付きから，音楽が改めて時間芸術であるということが確認できる。

しかし，時間の空間を位相空間と考えた場合，その位相の入れ方によって，音楽の全体像も異なって認識される。また，時間と音楽の諸要素，すなわち位相空間と集合や加群などの対応のさせ方によっても，音楽の全体像の認識も大きく変わってくる。第３章で示したように，「合わせる」ことの認識が充分発達していない子どもにとっては，音楽を全体的に捉えることが難しいということがわかる。また，「音楽を聴いて楽曲を特徴付けている諸要素を感じ取り，それらの関係や楽曲全体との関係を理解して，音楽のおもしろさやよさ，美しさを鑑賞する力」[3]，あるいは演奏する力は，音楽における時間的な距離が認識できるよういなってはじめて獲得されるものであると言える。

ところで，このような美意識は裏を返せば，西洋音楽の大きな特徴でもある。それ以外の音楽に目を向けると，変化と対照によらない音楽のよさや美しさをもつ音楽がある。低学年，中学年では，むしろそのような音楽を取り上げていくべきであるということが言えよう。

[3] 高須一（2006）「音楽科における読解力の育成」『初等教育資料』No.809，東洋館出版社，pp.26-33.

することである。これは言い換えると，音楽の全体像の認識では，曲のどの部分を取り出しても，その前後をイメージできることが大切であるということを，層の構造から導かれるのである。

第３節　音楽科教育への示唆

音楽の全体像の認識と圏，層の構造との結び付きから，音楽が改めて時間芸術であるということが確認できる。

しかし，時間の空間を位相空間と考えた場合，その位相の入れ方によって，音楽の全体像も異なって認識される。また，時間と音楽の諸要素，すなわち位相空間と集合や加群などの対応のさせ方によっても，音楽の全体像の認識も大きく変わってくる。第３章で示したように，「合わせる」ことの認識が充分発達していない子どもにとっては，音楽を全体的に捉えることが難しいということがわかる。言い換えると，「音楽を聴いて楽曲を特徴付けている諸要素を感じ取り，それらの関係や楽曲全体との関係を理解して，音楽のおもしろさやよさ，美しさを鑑賞する力」[3]，あるいは演奏する力は，音楽における時間的な距離が認識できるようになってはじめて獲得されるものであると言える。

一方，西洋音楽に目を向けると，層の構造をもたない，つまり楽曲を特徴付けている諸要素の変化と対照によってつくりあげられるものとはまた別のよさや美しさをもつ音楽がある。低学年，中学年では，むしろそのような音楽を取り上げていくべきであるということが言えよう。

---

[3] 高須一（2006）「音楽科における読解力の育成」『初等教育資料』No.809，東洋館出版社，pp.26-33.

第６章　音楽認識の全体構造

これまで，様々な音楽認識における数学的構造，及び音楽認識の発達における数学的構造の変化について述べてきた。また，個々の音楽認識は，それぞれが単独で存在するのではなく，圏，そして層という構造によって統一されていることについても述べてきた。

それを踏まえた上で，第６章では，音楽認識全体がどのようなものかについて述べ，第１部を締めくくる。

第１節　音楽認識の基礎

１．集合と写像の構成

音楽経験の出発点は，音を聴いたり鳴らしたりすることである。そして音楽認識の始まりは，そこから始まる。数学的に言えば，認識対象となるｎ個の音からなる音の集合Ｘ，すなわち

$$X = \{x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n\}$$

を確定することから音楽認識は始まる。音の集合としては，音色，音高のように単音単位のものから，リズム，旋律，和音，さらには曲のように，複数の音で構成されている場合もあるが，最初の段階では，単音で，かつ要素となる音同士の間には，　例えば「明るい／暗い」,「高い／低い」といった関係性が全くない，いわば聴覚的イメージある。

また，特に構造が入っていない集合には，要素の数が最も重要な量となるが，これが，再三述べているように，音の数の認識となる。

集合が定まれば次は集合間の写像であるが，音楽認識の始まりにおいては，ある集合の部分集合と，部分集合同士，あるいはもとの集合との間の写像が関わってくる。

今，集合Ｘの要素の一部を要素とする部分集合を考える。例として，

$$X = \{x_1,\ x_2\}$$

とすると，その部分集合は，

$$\phi,\ \{x_1\},\ \{x_2\},\ \{x_1,\ x_2\}$$

の４つである。

部分集合が定まると，包含関係が自然に定まる。そして，このことからＸの部分集合Ａに対して，任意の$a \in A$をa自身に対応させる写像$A \to X$，すなわち包含写像が得られる。またＸ上の写像が与えられ，Ｘの部分集合Ａに対してＡの元のみその対応を考える写像をＸのＡへの制限写像が得られる。

包含写像は，音楽においてはある音が，複数の音の中で聴こえることを認識することに，また制限写像は，複数の音の中からある音を取り出して認識することに対応する。このことから，これが音楽認識の最もプリミティブなものなのであると言えよう。

部分集合からまた，それを要素とする部分集合族が構成される。例えば，

$$X = \{x_1,\ x_2\}$$

に対して例えば，

$$\mathscr{A}(X) = \{\phi,\ \{x_1\},\ \{x_1,\ x_2\}\}$$

$$\mathscr{B}(X) = \{\phi,\ \{x_1\},\ \{x_2\},\ \{x_1,\ x_2\}\}$$

といった部分集合族を定めることができる。これは，後で述べるように順序構造や位相構造と関連してくる。

なお，音楽活動では，集合と写像を図１のように，対象となっている音の要素を順次対応させていくという形で考えられる場合が多い。しかし，これでは，それぞれの要素における構造が，音楽認識には反映されない。言い換えると，子どもの音楽認識の発達を促すことには繋がらない。この点については留意していくことは，とても大切である。

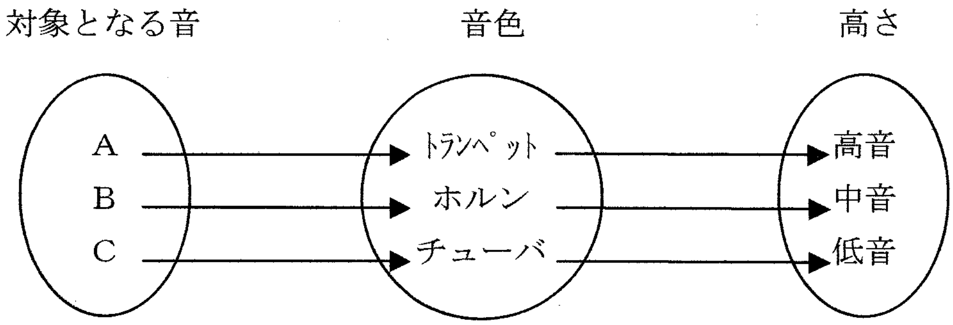


図１

２．順序構造，位相構造の構成

部分集合族において各要素間の包含関係があるならば，それらの間の包含写像から順序構造が関手によって導かれる。

また，同様にして位相構造も導かれる。つまり，包含写像が得られれば，順序構造と位相構造が自然に与えられるのである。

具体例として，部分集合族 $\mathscr{A}(X)$ を，

$$\mathscr{A}(X) = \{\phi, \{x_1\}, \{x_1, x_2\}\}$$

とすると，順序構造 $\mathscr{O}(X)$，位相構造 $(X, \mathscr{T})$ は，次のように導かれる。

まず，$\mathscr{A}(X)$，$\mathscr{O}(X)$，$(X, \mathscr{T})$ を圏と考える。それぞれの圏の対象は，

$$\mathrm{Ob}(\mathscr{A}(X)) = \{\phi, \{x_1\}, \{x_1, x_2\}\}$$

$$\mathrm{Ob}(\mathscr{O}(X)) = \{0, 1, 2\}$$

$$\mathrm{Ob}((X, \mathscr{T})) = \{\phi, \{x_1\}, \{x_1, x_2\}\}$$

次に，それぞれの射を次のように定める。

- Ａ，Ｂ∈Ｏｂ（$\mathscr{A}(X)$）で，Ａ⊂Ｂならば，Ｈｏｍ（Ａ，Ｂ）は包含写像。それ以外はϕ。
- Ｐ，Ｑ∈Ｏｂ（$\mathscr{O}(X)$）で，Ｐ≦Ｑならば，Ｈｏｍ（Ｐ，Ｑ）はＰ≦Ｑ，それ以外はϕ。
- Ｍ，Ｎ∈Ｏｂ（$(X, \mathscr{T})$）で，Ｍ⊂Ｎならば，Ｈｏｍ（Ｍ，Ｎ）は連続写像（この場合は包含写像に同じ），それ以外はϕ。

そして，それぞれの対象，射を$\mathscr{F}_1$，$\mathscr{F}_2$によって次のように対応づけると，$\mathscr{F}_1$，$\mathscr{F}_2$は同型関手となる。

$$
\begin{array}{lllll}
\mathscr{A}(X) & : \phi & \{x_1\} & \{x_1, x_2\} & \mathrm{Hom}(A, B)\ (A, B \in \mathrm{Ob}(\mathscr{A}(X))) \\
\quad \mathscr{F}_1 & \ \ \downarrow & \ \ \downarrow & \quad \downarrow & \qquad \downarrow \\
\mathscr{O}(X) & : 0 & 1 & 2 & \mathrm{Hom}(P, Q)\ (P, Q \in \mathrm{Ob}(\mathscr{O}(X))) \\
\quad \mathscr{F}_2 & \ \ \downarrow & \ \ \downarrow & \quad \downarrow & \qquad \downarrow \\
(X, \mathscr{T}) & : \phi & \{x_1\} & \{x_1, x_2\} & \mathrm{Hom}(M, N)\ (M, N \in \mathrm{Ob}((X, \mathscr{T})))
\end{array}
$$

なお，$\mathscr{O}(X)$におけるＨｏｍ（Ｐ，Ｑ）（Ｐ，Ｑ∈Ｏｂ（$\mathscr{O}(X)$））を，ＰとＱの大きい方をとるという射とすると，半束が自然に導かれる。また，双対的に，ＰとＱの小さい方をとるという射を考えても，半束が導かれる。

３．代数的構造の構成

(1)半群，モノイド，群の構成

さらに順序構造が定まれば，代数的構造が導かれる。今，全順序集合の圏として，先程の$\mathscr{O}(X)$を拡張して，対象と射を次のような圏$\mathscr{P}(X)$を考える。

- Ｏｂ（$\mathscr{P}(X)$）＝｛自然数全体（＝$\boldsymbol{N}$）｝
- ｐ，ｑ∈Ｏｂ（$\mathscr{P}(X)$）で，ｑ＝ｐ＋ｎ（ｎは０または自然数）ならば，Ｈｏｍ（ｐ，ｑ））はｐ≦ｑ，それ以外はϕ。

一方，対象が同じで，射が以下の写像の圏 $\mathscr{N}(X)$ を次のように考える。

・Ｏｂ（$\mathscr{N}(X)$）＝Ｏｂ（$\mathscr{P}(X)$）＝｛自然数全体（$=\boldsymbol{N}$）｝

・$p\in$Ｏｂ（$\mathscr{N}(X)$）に対してＨｏｍ｛ｐ，ｐ＋ｎ｝（ｎは０または自然数）を

$$fn: p \to p+n$$

但し，ｐ，$q\in$Ｏｂ（$\mathscr{N}(X)$）で $p>q$ ならば，Ｈｏｍ（｛ｐ｝，｛ｑ｝）$=\phi$

そして，$\mathscr{P}(X)$ から $\mathscr{N}(X)$ への関手 $\mathscr{P}$，

$\mathscr{P}: \mathscr{P}(X) \to \mathscr{N}(X)$：恒等写像

$\mathscr{P}$：Ｈｏｍ（ｐ，ｑ）→Ｈｏｍ（ｐ，ｐ＋ｎ）

$$: p \leqq q\ (=p+n) \to \quad f_n: p \to p+n$$

とする。

ところで，$\mathscr{N}(X)$ は，自然数全体を１つの対象とする単対象圏と考えることができる。そして，Ｍ＝Ｈｏｍ（ｐ，ｐ＋ｎ）は，

$$M=\{+0,\ +1,\ +2,\ \cdots\}$$

であるが，これは自然数全体に０を加えた集合の足し算に関する単位元をもつ半群（$\boldsymbol{N}\cup\{0\}$，＋），すなわちモノイドとなる。言い換えると，単対象圏を与えることによってモノイドが自然に与えられるのである。

一方，この写像

$$p \leqq q\ (=p+n) \to \quad f_n: p \to p+n$$

から双対的に

$$p \leqq q\ (=p+n) \to \quad f_n^*: q \to q-n$$

という写像が導かれる。これは，Mに対する次のようなM*，すなわち

$$M^* = \{-0,\ -1,\ -2,\ \cdots\}$$

となる。そして，MとM*を合わせると，

$$M \cup M^* = \{\cdots,\ -2,\ -1,\ 0,\ +1,\ +2,\ \cdots\}$$

となり，整数の加法群（$\boldsymbol{Z}$，＋）が得られる。そして，これらを拡張することによって，他の群，さらには環，体といった代数的構造が導かれるのである。

(2)自由加群の構成

なお，自由加群については，集合と包含写像から自然に導かれる。例として，次のような圏 $\mathscr{N}$，$\mathscr{M}$を考える。

- $\mathrm{Ob}(\mathscr{N}) = \{\phi\ \{x_1\}\ \{x_1,\ x_2\}\}$
- A，B∈Ob（$\mathscr{N}$）で，A⊂Bならば，Hom（A，B）は包含写像。それ以外はϕ。
- $\mathrm{Ob}(\mathscr{M}) = \{0,\ m<x_1>,\ m<x_1>+n<x_2>\}$ （m，n∈Z）
- G，H∈Ob（$\mathscr{M}$）で，G⊂Hならば，Hom（G，H）は包含写像。それ以外はϕ。

そして，$\mathscr{P}:\mathscr{P}(X) \to \mathscr{N}(X)$ を

$$\begin{array}{lccc} & \phi & \{x_1\} & \{x_1,\ x_2\} \\ \mathscr{P} & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 0 & m<x_1> & m<x_1>+n<x_2> \end{array}$$

$$\begin{array}{lccc} & \{x_1\} & \text{—（包含写像）}\to & \{x_1,\ x_2\} \\ \mathscr{P} & \downarrow & & \downarrow \\ & m<x_1> & \text{—（包含写像）}\to & m<x_1>+n<x_2> \end{array}$$

とすると，$\mathscr{P}$は関手となる。なおこの関手は，生成関手と呼ばれている。

以上のことから，音楽認識の基礎は，音の集合と，その部分集合，そしてその包含関係を認識することであることが言える。そして，集合とその包含関係から代数的構造，位相的構造，順序構造が派生し，聴覚的イメージとして捉えられていた音の集合に構造が与えられ，リズムや音高をはじめとする音楽の構成要素の認識へと発展していくということが言える。さらに言えば，全ての音楽認識はネットワークで繋がっているのである。

4．音楽認識と数体系

これまでも触れてきたが，音楽認識は数体系とも関連が深い。音の数の認識は，自然数の体系の中で行われる。そこに大小，前後といった順序に「AはBよりも大きい／BはAよりも小さい」といった双対的な関係が導入されると，整数の体系が関わってくる。さらに，長さを分割したり，時間や音高が連続体として捉えられたりすると，有理数の体系，そして実数の体系が関わってくる。つまり，音楽認識の発達は，数学的構造の変化，そしてそれに伴う数体系の拡大として考えられるのである。

なお，このことをまとめると，図2のようになる。

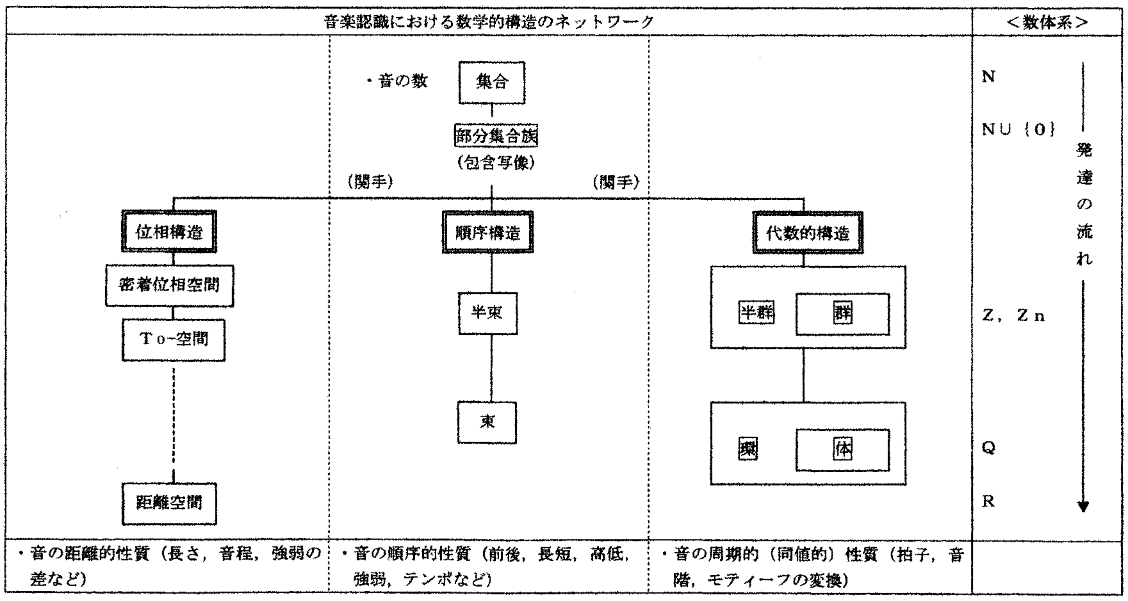


図2

第2節　音楽認識の全体構造

音楽認識を数学的構造的構造として捉えると，音楽認識の全体構造が見えてくる。

数学的構造のうち順序構造は，言うまでもなく要素間に順序関係を定めるものである。位相構造は，要素間に遠近関係，そして最終的には距離を定めるものである。そして代数的構造は，変化の関係を定めるものである。さらに，これらの関係によって新たなクラス（類）が得られ，それを要素として新たな関係が導入されていく。

つまり音楽認識とは，音楽における順序的性質の認識，距離的性質の認識，変化の関係の認識の３つに還元されるのである。そして，このような認識のもと，音のグループやまとまりの認識が得られ，さらにそれらは新たな認識対象となる。その繰り返しによって，音楽の全体像の認識へと結び付いていくのである。これが音楽認識の全体構造である。

そのことを，第１節で述べたことと併せて表したのが，図３である。

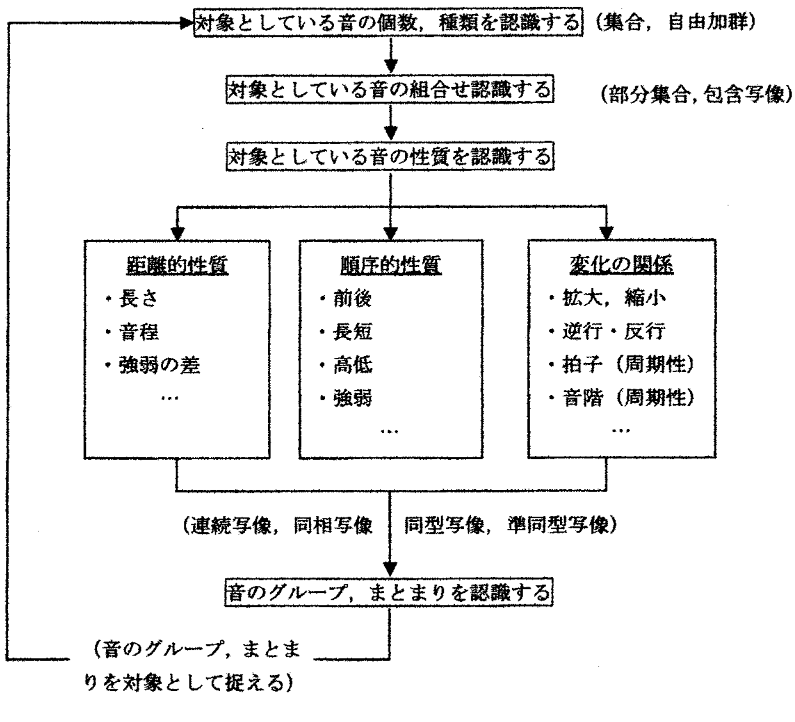


図３

第１部のまとめ

音楽認識の数学的構造を捉えることで，次のことが明らかになった。

１つ目は，音楽認識が極めて高次の認識であるということである。その中でも特に強調したいことが，その様相が，宇宙の構造の解明などで使われる圏や層をはじめとする現代数学によって記述されるということである。それは，あたかもヨーロッパ中世における音楽と天文学との関係のようでもある。このことは，音楽科が単に情操教育だけを担っているのではなく，子どもの知的な面の発達にも関わり得ることを意味している。

しかしそれは，音楽認識が知的な面ばかりで構成されているということではない。例えば音高認識においては，最高音，最低音を自分の身体で感じることがその原点となっていた。また，リズムにおいても，無意識に行われる等速的な運動が，リズムの基準となっていくということは，周知の事実であろう。つまり，音楽認識は，自然な身体の動きにコントロールを少しずつ加えられることによって発達していくのである。

２つ目は，音楽認識のシンプルさである。確かにその様相を記述しようとすると，抽象的な現代数学が必要になってくる。しかし音楽認識は，順序的性質の認識，距離的性質の認識，変化の関係の認識の３つに還元される。またそれぞれがどのように結び付いているかは，数学的に具体的に示すことができる[1]。それ故，音楽認識の発達を促す手立てもまた，具体的に考えることができるのである。

３つ目は，音楽認識が人間にとって一般的な認識であるということである。順序的性質の認識，距離的性質の認識，変化の関係の認識は，その対象が音楽だけではない。言い換えれば，音楽認識を発達させていくということは，認識一般を発達させていくにも繋がっていくということである。そしてこのことは，音楽は，決して愛好者だけが課外に取り組めばよいというものではないということを意味しているのである。

一方，音楽認識の数学的構造を捉えることによって，音楽科教育に対して様々な示唆が与えられた。特に西洋音楽の様式が，かなり発達した段階の音楽認識

---

[1] 認知科学では，これら３つを含めてたくさんの認知活動によって情報処理をモデル化する。しかし，認知活動同士を，本研究のように数学的によって結び付けている例はほとんどない。

と結び付いているということは，カリキュラム構成を行っていく上でも，大いに考慮していく必要があろう。

以上のことを踏まえて第２部では，音楽認識の数学的構造の音楽科教育への応用について述べていく。

第２部

音楽認識の数学的構造の音楽科教育への応用

第７章　音楽認識の発達と音楽様式

例えば，拍の概念をもたない音楽があるように，その音楽を構成する要素は異なっている。また音程のように，たとえある要素が備わっていたとしても，絶対量として表される音楽もあれば，相対的な違いとしてしか捉えられない音楽があるように，そのレベルも一様ではない。

このことは，音楽認識の発達のそれぞれの段階に対応する音楽様式が存在することを意味している。そこで本章では，音楽認識と音楽様式の対応関係を，第１節ではリズムの面から，第２節では音高の面から考え，第３節で様々な音楽様式の教材化の方向性を示す。

第１節　音楽認識とリズム様式との対応関係

１．リズム認識の各段階に対応するリズム様式

リズム認識の発達は，第１章で示したように，大きくは「音の数の保存」，「音の長さの比の保存」，「音の長さの量の保存」の３つの段階がある。そして，音の順序，速さ，間，カウント，拍，テンポ，拍子といったリズムの諸要素の認識も，数，長さの比，量の認識との相関関係によって生まれてくることを述べた。それゆえ，例えば「音の数の保存」の段階では，拍の概念は認識できない。また，手拍子で表面上は拍を刻んでいるように見えても，実際は無意識的であったり，周りの手拍子を目で合わせているだけであったりするのである。

一方，様々な様式の音楽を見てみると，上に示したリズムの諸要素の何れかのみで構成されている音楽がある。それを，リズム認識の発達の各段階と対応させながら示していく。

⑴「音の数の保存」の段階に対応するリズム様式

第１段階の「音の数の保存」，および第２段階までのリズム認識に対応するリズム様式は，図１の通りである。

$\boxed{\text{音の数のみが決まっているリズム}}$

（例）各音を鳴らす回数のみが定められている音楽（例えば一柳慧作曲《ピアノのための音楽第３番》の一部のインストラクション）

※連打の場合は，１回打ちの繰り返しと考える

$\boxed{\text{音の数と順序が決まっているリズム}}$

＊様々な音数のことばが組合わさってできるリズム（付加リズム，変拍子）

（例）歌舞伎《若緑勢曽我》の「外郎売り」の台詞。落語《寿限無》の「子どもの名前」。早口言葉

＊余韻によって音の長さが決まるリズム

（例）梵鐘，M．フェルドマン作曲《５台のピアノ》

＊動きに合わせて音の長さが決まるリズム

（例）獅子舞の囃子で，獅子の動作の進み具合で音の長さが変わってくる音楽。

＊息の長さで音の長さが決まるリズム

（例）無拍節の民謡（例えば神戸市北区大沢町上大沢の地車唄の一節）

＊間（音が鳴らない部分）がある音楽

（例）息継ぎのための間（例えば佐陀神能の謡）

＊鳴らす時刻が定められている音楽

（例）ケージの偶然性が導入された作品（例えば《Water Music》）

＊速さの概念がある音楽

（例）和太鼓の１つ打ちと２つ打ち（ゆっくり／速く），現代音楽における「できるだけ速く」演奏するリズム

＊長短の概念がある音楽

（例）フェルマータ（特に複数のフェルマータ記号によって持続の長さが段階分けされていたり，「as long as possible」と指示されていたりする場合）

（例）持続を表す線の長さや音符と音符の間の視覚的な距離によって長さが決まる音楽（例えばＪ．ケージ作曲《ピアノのための音楽》）

図１

この段階のリズムは，基本的には時間的にコントロールされない。言わば，

音を鳴らした結果としてのリズムである。

(2)「音の長さの比の保存」の段階に対応するリズム様式

第２段階の「音の長さの比の保存」，および第３段階までのリズム認識に対応するリズム様式は，図２の通りである。

音を鳴らす枠組みが決まっているリズム

＊ドローンのある音楽
（例）世界の諸民族の音楽に多数の例があり
＊時間による枠組みが定められている音楽
（例）Ｊ．ケージの「ナンバー・ピース」と呼ばれている後期の作品（音の入りと終わりの凡その時間が決められ，奏者はその枠内で与えられた音楽を演奏する），武満徹作曲《ピアノディズタンス》
＊オスティナートがある音楽（周期的な拍子）
（例）世界の諸民族の音楽に多数の例があり
＊カウントがある音楽（周期的な拍子）
（例）音数が予め決まっている音楽（例えば謡のリズム）
（例）複数の周期的な拍子が共存する音楽（例えば，文部省唱歌《茶摘み》の手遊びには３×１５＋１拍子のものがあり，これが４拍子の歌と同時進行する）
＊カウントのテンポが異なる音楽が同時進行する音楽
（例）祭りの屋台巡行で，屋台ごとに太鼓がリズムを打っている時の音楽
（例）１つの旋律をそれぞれが自分のテンポで演奏する音楽（例えばＦ．ジェフスキー作曲《パミュルジュの羊》
（例）メトロノーム記号が各パートで異なる音楽（例えば武満徹作曲《ウォーターウェイズ》の中間部）

図２

この段階になると，リズムは全体的に時間的なコントロールを受けるようになる。すなわち，前の段階では，音のそのものによってリズムが生成されていたが，この段階では，音が鳴らされる時間の枠組みが決められ，その中に実際の音が埋め込まれることによってリズムが生成されるようになるのである。そして，その枠組みがデジタルな，すなわち数えられる形態をとっていると，枠

組みと音数が異なれば，２枠で１音，あるいは１枠で２音といった長さの比が生まれるのである。このことがリズム認識の第２段階に対応していることを意味しているのである。

(3)「音の長さの量の保存」の段階に対応するリズム様式

第３段階の「音の長さの量の保存」に対応するリズム様式は，図３のとおりである。

音の長さの基準が統一されているリズム
＊枠組みが特定の単位で分割される音楽
（例）ガムラン音楽（拍が 1/2, 1/4, 1/8, 1/16（＝2^{-n}（n＝1, 2, 3, 4）分割される
＊拍の自由な分割がある音楽
（例）西洋音楽における連音符
＊拍の分割の分割がある音楽
（例）連音符をさらに連音符で分割したリズム（B．ファーニホウの諸作品）

図３

この段階になると，拍によってリズムが構成され，全パートが１つの拍のもとに統一される。また，拍によって音の長さの単位量が定められるため，前の段階では比として表されていた音の長さにも，１／２拍，１／３拍といった量が定められるのである。

このように考えると，いわゆる西洋音楽のリズム様式が，最も複雑なものであることがわかる。

その一方で，西洋音楽にも，フェルマータやアッチェルランド，リタルダンド，さらにはテンポルバートのように，拍に還元されないリズムが存在する。それは，それまでの段階に対応するリズム様式の痕跡とも言えよう。

(4)リズム様式における身体性

先にも述べたように図１には，音を鳴らした結果としてのリズムが多く含まれている。これについて，もう少し踏み込んで考えると，これらのリズムは，身体によって直接生み出されるリズムと言える。一息の長さ，すなわち息を吐くことは言う間でもなく，余韻に耳を澄ます，視覚的な運動を捉える，ことば

を発する，さらには息を吸う，…このような人間にとって自然な行為が，プリミティブな形態のリズムとなるのである。そして，これらの行為が，音楽の質に応じてコントロールされることによって，様々な秩序が入ったリズム様式へと変容していくのである。

このことは，郷土芸能や伝統芸能の音楽のリズム様式を顧みる時に実感することである。

例えば，郷土芸能の音楽には，変拍子をはじめとする複雑なリズムにしばしば出会うが，「そのリズムをどのようにして覚えるのか」と尋ねると，「先輩が演奏しているのを覚える」というのが最も多い回答である。他には，唱歌のような「歌で覚える」，「歌詞のことばをたよりにどこで打つかを覚える」「○○の音が△回なったら始める」のような回答をしばしば聞くが，とても興味深いのが，「１，２，３，…」とカウントしてリズムを捉えるという回答が，これまでのところ全く得られないことである[1]。中には，筆者がかつて音楽の授業を受け持っていた，獅子舞のお囃子の太鼓を担当していた子どもも含まれている。つまり，郷土芸能の音楽のリズムには，西洋音楽的な拍の概念はないのである。笛と太鼓のようにごく少数のパートを合わせていく上では，リズム認識の発達において初期に獲得される音の数や順序に対する認識のもとで演奏行為がコントロールされ，その上にリズム様式が形成されていると言えるのである。

また，能の謡には拍節のある「拍子合」と拍節のない「拍子不合」の部分がある。このうち「拍子合」の「平乗り」の部分では，１２文字が１６拍（謡では２拍を１拍として８拍子として捉えられる）の中に図４のように埋め込まれる。そしてその結果，「もち」と呼ばれる音の長短が生まれるのである。なお，この「もち」の位置は現代の形で，江戸時代までは，その位置が異なっていた[2]。

---

[1] 岐阜県飛騨市荒城神社鉦打ち獅子舞（平成１８年９月７日取材），愛知県知多市朝倉梯子獅子の太鼓（平成１８年１０月１日取材），兵庫県加東市上鴨川住吉神社神事舞の太鼓（平成１８年１０月４日取材）静岡県掛川市掛川大祭での獅子舞（平成１８年１０月９日取材），神戸市北区大沢町中大沢の獅子舞の太鼓（平成１８年１０月１５日取材），宮崎県椎葉村の神楽の太鼓（平成１８年１１月２６日取材），岐阜県飛騨市松尾白山神社の例祭での鉦打ち（平成１９年９月５日取材），富山県射水市櫛田神社例祭での獅子舞の太鼓（平成１９年９月１０日取材），島根県松江市佐陀神能（平成１９年９月２５日取材）の太鼓をはじめとする郷土芸能のフィールドワーク時に伺った話に基づく。

[2] 横道万里雄，西野春雄（1982）「能の音楽」『音楽大事典』平凡社，p.1771.

	1		2		3		4		5		6		7		8
く	ー	も	の	か	ー	よ	い	じ	ー	ふ	き	と	じ	よ	。

＊「平乗り」は８拍目の裏から始まる。

図４

一方，同じ能でも，古い形態が郷土芸能に取り入れられ，今もそのままの形で伝えられている佐陀神能[3]では，７＋５ということばの文字数のみが決められ，それが同じ長さで謡われる。拍子を考えると，１２文字目のあとの息継ぎと合わせて１３拍子となっている[4]。また，ことばが字余り，すなわち８＋５文字になる時もあるが，この場合も，１拍分に２文字ということはなく，息継ぎを含めて１４拍子となっている。

このように，両者の違いは，コントロールされる要因が，後者はことばの音数，前者はそれプラス音の枠組みとなっていることである。つまり，秩序をよりきめ細かくしていくことによって，今日の能があると言えるのである。

人間にとって自然な行為がプリミティブな形態のリズムとなり，その行為がコントロールされることによって，様々な秩序が入ったリズム様式へと変容していくのである。

以上のことを踏まえると，リズムの頭脳的で論理的な面と身体的で感覚的な面は，相反するものではなく，一繋がりのものであることがわかる。リズム様式の違いもまた，リズム認識の発達の違いと同じように，身体的行為をどのように秩序立てていくか，その程度の違いとして現れていると言えるのである。

２．リズム様式と音楽の全体構造

(1)リズム様式とアンサンブル

リズム様式は，第３章で述べたように，パート同士の合わせ方，すなわちアンサンブルの成り立ちとも密接に結び付いている。

---

[3] 三上敏視は，佐陀神能は，江戸時代初期に成立したと聞いたことを記している。三上敏視（2001）「佐陀神能」『お神楽』別冊『太陽』No.115，平凡社，P.46.）

[4] 現代の能においてもこのように謡われることがあり，この謡い方を三地謡と言う。

アンサンブルにおいて，リズムを合わせていくためには，基準となる拍の存在によって初めて可能となる。しかし，拍の概念をもたない音楽は，たくさんある。そして，そのような音楽においては，アンサンブルの成り立ちも通常我々が想定しているものとは異なってくる。実際，「音の長さの比の保存」の段階以前に対応するリズム様式では，それぞれのパートが同期しないものが多い。また，合わすようになっていても，ユニゾンであったり，カウントを引き起こすパルスに合わせたりといったように，実際に聴こえてくる音が頼りとなっていることが多い。

しかし，それは決してネガティブなことではない。逆に，それがためにそのリズム様式をおもしろくしているのである。

(2)リズム様式と音楽の全体像

第5章で述べたように，全体像が捉えやすい音楽は，西洋音楽のように部分を繋ぎ合わせることによって全体を構成することができる音楽であった。逆に言えば，

①演奏の度に変わる音楽。

②一定のパターンの繰り返しの音楽。

のような音楽は，時間に対する変化を追って全体を捉えるといった聴き方ができにくいのである。

しかし，このようなタイプの音楽も，世界中にはたくさん存在する。

西洋音楽のリズム様式に親しんでいると，それ以外のリズム様式をもつ音楽に違和感を覚えるのは，西洋音楽の聴き方では，それらの音楽を捉えられないからと言える。リズム様式が異なると，その音楽の聴き方，楽しみ方も変わる。大切なことは，音楽を筋書きのあるドラマのように聴くだけではなく，音の響きの美しさ，おもしろさを楽しむ，あるいは，反復のもつエネルギーを楽しむといった，それぞれの音楽に合った聴き方を見つけていくことであろう。

第2節　音楽認識と音高様式との対応関係

1．音高認識の各段階に対応する音高様式

音高認識の発達は，第2章で示したように「音高の変化の認識」，「音高の変化の方向の認識」，「音高の変化の量」の3つの段階がある。

リズム様式と同様，音高用法もまた，音高認識の発達の各段階と対応するも

のを見出すことができる。

(1)「音高の変化の認識」の段階に対応する音高様式

この段階に対応する音高様式は，図５の通りである。

聴覚的イメージとしての音高

＊複数の音高が集まって１つの響きを形成している音
（例）水琴窟，レインスティック
＊特殊奏法によって奏でられる音
（例）木管楽器の多重音。弦楽器の開放弦に対して短２度，増４度上の音を軽く触れることによって奏でられるハーモニックス音（西村朗作品に多く現れる）
＊音高の違いが他の要素（音色，強弱，緩急）の違いに同一視されている音
（例）複数の種類の虫が鳴いている声（虫同士の間に音高の違いは確かに存在するが，音色の違いが優先される）
（例）雷（強い音は高く弱い音は低いが，高低については普段は認識しないことが多い），風音，雨音（風速や雨足が速い音は高く遅い音は低いが，高低については普段は認識しないことが多い）
＊音高が不定な楽器のための音楽（音高の違いが音色の違いに同一視されている音楽）
（例）武満徹作曲《ムナーリ・バイ・ムナーリ》などの音色を中心にした打楽器作品，Ｊ．ケージのプリペアドピアノのための作品
＊音高の違いがことばで表される音
（例）太鼓，三味線，箏などの唱歌

図５

この段階に対応する音高様式では，音の高低よりも，その音の音色や響きによって音楽がつくられていると言える。

このように考えると，音高は，音楽の構成要素の中でも，すぐに認識することができないということが言える。確かに，音色，すなわちその音が何の音であるかは，人間のみならず動物全般について生命に関わる大切な情報である。強弱や緩急についても，それは同様である。また，その程度の違いは，身体をとおして直接認識しやすいものである。

音高認識は，このような音楽認識から発展していったものである。音高の順序関係もまた，強弱や緩急の順序関係が分離していったものである。逆に言えば，音高認識が形成されていくためには，このような段階を充分経験することが重要であるということが言える。

このことはカリキュラム構成を行っていく上で，大変示唆的である。特に日本の音楽の音高様式は，このような音楽認識と深く関わっており，日本音楽の教材化の１つの方向性を与えてくれる。

⑵「音高の変化の方向の認識」の段階に対応する音高様式

この音高認識に対応する音高様式は，図６の通りである。

２音の間に高低関係が認められる音高

＊高，中，低の相対的な音域の区別がなされている音楽

（例）坪能克裕作曲《おとあそびうた》Ⅰ－Ⅲ，M．フェルドマン作曲《インターセクション３》

＊最高音，最低音という形で音高が指定されている音楽

（例）西村朗，細川俊夫の作品における弦楽器（最高音）

（例）K．ペンデレツキー作曲《弦楽四重奏第２番》のチェロパートの最後（C線のペグを緩めていくことによる最低音）

任意の２音の間に高低関係が決まっている音高

＊楽器の長さや大きさから定まる音高

（例）スタンピングチューブ，サッゲイポ（竹を，一方は節を残して，一方は節を残さず切り出し，それを石に打ち付けたり（スタンピングチューブ）吹いたり（サッゲイポ）して音を出す）

＊音階が構成されている音楽（音程関係のみ固定）

（例）民謡，能の謡（同じ音階でも歌い手や役によって全体が高低する）

（例）基音が微妙に異なる音楽（能の地謡，声明では，ユニゾンであっても完全なユニゾンではない）

（例）基音が大きく異なる音階が共存する音楽（例えば掛川祭では笛と三味線が別々の基音で囃子を演奏する）

図６

この段階に対応する音高様式では，２音間の高低関係が音楽的な要素となる。そして，最終的には音階が構成されていく。但し，２音間の順序関係は，強弱と同様相対的で，人によって，あるいはその時によって基準となる音は変わってくる。

この対応を考えると，相対的な高低についての音高認識は，自らの声を振り返ったり，素材が同じで長さや大きさが異なる楽器に出会ったりすることによって喚起される。特に，後者では，長短，大小といった視覚的な順序関係と結び付くよって音高の順序性が認識されていくと言えよう。

⑶「音高の変化の量の認識」の段階に対応する音高様式

この音高認識に対応する音高様式は，図７の通りである。

音の高さが数値によって定められている音高
＊調律によって高さが定められている音高
（例）ガムラン，雅楽，純正調など世界中の様々な音階
＊音程関係が均一になっている音高
（例）１２平均率，微分音システム

図７

音高に順序関係が導入されると，次の音程が問題となってくる。また，音程の目安となる単位音程が設定される。

その音程は，振動数の比によって求められる。つまり，感覚的に処理されていた音高の順序関係が，数によって特徴付けられるのである。そして，これによって旋律が体系的につくられたり，和音や和声が音楽の要素としてなったりしていくのである。

この段階に対応する音高様式は，我々にとって馴染み深いものである。しかしそれは，音高様式の中では最も複雑なものである。そして，このように考えると，西洋音楽は，リズムのみならず音高様式においても複雑であることがわかる。

２．音高様式と音楽の全体構造

音高様式もまた，第３章で述べたように，合わせる，すなわちアンサンブル

活動と密接に結び付いている。

音高面で「合わせる」ためには，音高が数値的に定められることによって初めて可能となる。しかし，それは「音高の変化の量の認識」の段階に対応する様式での音高様式でのみ実現できることである。言い換えると，それ以前の段階に対応する音高様式では，「合わせる」ための基準が異なってくる

「音高の変化の認識」の段階に対応する音高様式では，音高は音色をはじめとする他の要素に内包されているので，「合わせる」ための基準そのものが存在しない。それ故，この音高様式では，音高を合わせるということは求められないのである。

一方，「音高の変化の方向の認識」の段階に対応する音高様式では，ある音高に対して上下の幅をもたせた，その幅に入っていればよいという合わせ方をするのがこの段階に対応する音高様式である。能の地謡，声明などのユニゾンは，まさにその典型である。また，音高を高・中・低といった音域で区分している場合も，この段階に対応する音高様式である。

そして，音高の幅，あるいは音域間の幅に具体的な数値が与えられることによって，「音高の変化の量の認識」の段階に対応する音高様式へと変容していくのである。但し，この段階に対応する音高様式であっても，それ以前の段階に対応する音高様式が痕跡として残っている場合がある。雅楽の龍笛と篳篥がなすヘテロフォニーは，その典型的な例である。

第３節　音楽科教育への示唆

本章では，リズム認識，及び音高認識の発達に対応するリズム様式，音高様式が存在することを示した。一方，それによって，様々なリズム様式，音高様式をリズム認識，音高認識の発達と対応させることによって，一見別個のもののように思われる音楽様式の関連性，さらには音と音楽へと発展するプロセスが明らかになった。

序章でも述べたように，音楽科では西洋音楽以外の音楽は，特殊なものとして取り扱われることがしばしばである。特に現代音楽は，「音楽ではない」ということで全く教材として取り上げられない場合も多い。また，サウンドスケープの影響で，音探しや音見つけの活動に対しても，「音そのものが音楽である」とかなり時間を費やす教師もいれば，そのような活動を全く取り入れない教師

もいる。

しかし，全ての音楽様式は繋がっており，音から音楽への発展にもプロセスがあるということ，そしてそれらは，子どもの音楽認識の発達と対応していることから，音楽科教育においては，様々な音楽様式を同等のものとして取り上げていくことが大切であるということが言える。

このことをもとに，第8章では，本論文の大きな目標である，小学校音楽科のカリキュラム構想を行っていく。

第８章　音楽認識の数学的構造に基づいた小学校音楽科カリキュラム構成

これまで音楽認識及びその発達は数学的構造によって捉えられること，また音楽認識のそれぞれの発達段階に対応する音楽様式が存在することを述べてきた。本章では，このことを踏まえて，音楽認識の数学的構造に基づいた小学校音楽科カリキュラム構成の試案を提案する。

第１節では，このカリキュラムがどのような位置付けにあるかを，これまで提案されてきたカリキュラムとの関連性について述べる。第２節では，音楽認識の数学的構造に基づいた小学校音楽科カリキュラム構成の試案を提案する。またそのカリキュラムをもとに，６年間の音楽科年間指導計画，並びに評価計画を提示する。

第１節　音楽認識の数学的構造に基づいた小学校音楽科カリキュラムの位置付け

１．概念中心の音楽科カリキュラムとの関連性

西園（2005）は，音楽科カリキュラムの類型として，①演奏中心，②概念中心，③生活中心，④人間中心の４つをあげている[1]。このうち，音楽認識の数学的構造に基づいた小学校音楽科カリキュラムは，②の概念中心の音楽科カリキュラムとして位置付けられる。

概念中心の音楽科カリキュラムは，歴史的には１９６０年代にアメリカで推

---

1 西園芳信（2005）『小学校音楽科カリキュラム構成に関する教育実践学的研究』風間書房，pp.86-87.

進されたものである。このカリキュラムは，ピアジェやブルーナーの研究の成果をもとに，「認識能力の発達順序にしたがって，音楽の基本概念をどの子どもにも分かるように翻案して計画」されている[2]。

音楽の基本概念を，認識能力の発達順序にしたがって学習していくという点は，まさに本章で提案するカリキュラムで大切にしていることである。しかし，概念中心の音楽科カリキュラム構成は，これまで述べてきた音楽認識の発達の順序とは，多くの点で一致しない。例えば，このカリキュラムを推進したＢ．リーマーらが編集したシルバー・バーデット社の音楽教科書『Music』（１９８１年版）の第１学年のものを見てみると，拍や音の高低といった，子どもにとって難しい概念が，リズム認識や高低認識の発達の順序を踏まえず，いきなり学習するようになっている。言い換えると，認識能力の発達に従ってとは謳っているものの，概念中心の音楽科カリキュラムは，他の多くの音楽科カリキュラムと同じように，基本的には西洋音楽の概念を，基礎となるもの，そして簡単なものから複雑なものへという順序で構成されているのである。この点が，概念中心の音楽科カリキュラムの問題点である。

このカリキュラムの他の問題点として，西園は，「音楽諸要素と構造から表現される気分・曲想等の音楽の内容的側面や歌唱・楽器の表現に求められる音楽の技能的側面の指導内容は設定されていない」[3]と指摘している。このこともまた，カリキュラムを構想するにあたって考慮されなければならない問題である。

２．創造的音楽学習との関連性

一方，西洋音楽以外の様式を積極的に教材として取り上げるプログラムも開発されてきている。その代表的なものが，創造的音楽学習と総称される，１９６０年代に現代音楽の語法を音楽教育に取り入れようと，アメリカ，ドイツ，イギリス，カナダなどで行われた試みが発端となった，創作活動を主体とした学習である。この学習では，楽器のみならず身の周りのものから発せられる全ての音を素材にし，西洋音楽のみならず，現代音楽や世界の諸民族の音楽など，様々な音楽様式を援用しながら音楽がつくられる。そして，その活動を通じて，音楽の成り立ちを学び，それを歌唱や器楽の活動にも応用していくということが，大きなねらいとなっている。

---

2 同上，p.196.
3 同上，p.232.

創造的音楽学習は，拍や調性といった西洋音楽の基盤となっている概念が身に付いていない子どもでも取り組むことができる活動がたくさんある。そして，普段の歌唱や器楽の活動では苦手意識をもっている子どもでも，この活動に対しては積極的に取り組むということを，筆者の経験もしばしば経験してきている。それ故，音楽認識の数学的構造に基づいたカリキュラムを構成するにあたって，創造的音楽学習を１つのベースにしていく。

しかし，創造的音楽学習にも問題点がある。学習の系統性をどうもたせていくかが曖昧であることが，それである。

創造的音楽学習の具体的な活動をプロジェクト形式で紹介した書物は多数出版されている。その活動は，様々な音楽様式の語法から，その本質的な部分を子どもが取り組みやすいように抽出された形で構成されている。そのため，それらの活動は，基本的に対等なものであり，難易度に基づく順序性はあるものの，系統性はあまり考慮されていない。例えば，創造的音楽学習の広がりに大きな影響を与えたＪ．ペインターおよびＰ．アストンの共著『音楽を語るもの』の序文には，「プロジェクトにとりくむのに特別な順序があるわけではない。（中略）先生方がこの本のあちらこちらに目を通して自分のクラスに合いそうなものを選び出し，それらを１番ふさわしい順序で与えればよいのではないらと私たちは考えている」[4]と書かれている。そして，この点が「創造的音楽学習は何でもあり」といった誤解の１つの要因にもなっている。

また，創造的音楽学習をカリキュラムに取り入れようとした場合，シルバー・バーデット社の音楽教科書『Music』のように，西洋音楽の概念を基礎となるもの，そして簡単なものから複雑なものへという順序の中に埋め込まれたり，投げ込み教材のようにトピック的に扱われたりといったことがしばしば起こっている。これでは，西洋音楽以外の様式を取り上げる必然性がなくなってしまう。

３．構成主義との関連性

構成主義とは，１９８０年代に数学教育においてＥ．ｖ．グラサースフェルトが提唱した教授法で，数学的知識を教師からの伝達によって受動的に獲得されるのではなく，子どもが能動的に構成することを目標にしている。例えば，２年生の「三角形と四角形」の単元では，板に打たれた縦２×横４本の釘に輪

[4] Ｊ．ペインター＆Ｐ．アストン（坪能由紀子，橋都みどり，山本文茂訳）(1982)『音楽の語るもの』音楽之友社，p.9.

ゴムをかけてできる形を比べながら，三角形と四角形のそれぞれの特徴を構成していくような授業が展開される[5]。また，数学を文化遺産として，数学的な発見を学習活動の中で追体験していく

これは，音楽をつくることを通じて様々な音楽概念を学んでいくことをねらいとした創造的音楽学習と共通している。つまり，音楽をつくる活動が，音楽概念の能動的構成に繋がっているのである。その意味で，構成主義の理念もまた，本カリキュラムのベースとなっていくものであると言える。

但し，構成主義は，授業の方法を論じたものであり，それに基づいたカリキュラムというものは存在しない。

一方，カリキュラムに目を向けてみると，１９５７年のスプートニックショックを期に，世界各国で数学教育の現代化が叫ばれ，数学的構造を重視したカリキュラムが開発された。実は，先に取り上げた概念中心の音楽科カリキュラムも，その影響を受けて生まれたものである。

しかし，学習内容が抽象的であることから理解できない子どもが続出して，数学教育の現代化は失敗に終わった。その理由は，恐らく数学がどのように構造化されているかにのみ焦点が充てられて，子どもの数学的発達があまり考慮されていなかったこと，さらには教師自身がそれに対してあまり知識をもっていなかったことにあると考えられる。

その一方で，その時に開発された水道方式をはじめとする，子どもの数学的発達を考慮に入れた学習方法は，今でも重視されている。また，「構造・構造化の考えは，数学的な考え方を支える重要なものであり，場面によっては意識した学習指導が必要であろう」[6]と指摘されるように，数学的構造の重要性そのものは変わっていない。それればかりか，構成主義的なアプローチを行うにあたっては，数学的構造の考え方は必要なのである。

言い換えると，子ども自身が知識や概念を構成していくためには，数学的構造に基づいた指導が不可欠であると考えられるのである。但しその指導は，あくまでも子どもの側にたったものでなければならないことは，言うまでもない。

---

5 兵庫教育大学院で平成１９年度に受講した崎谷真也教授による講義「数学教材開発研究」で紹介されたものである。

6 宇田廣文（2000）「構造・構造化」中原忠男編（2000）『算数・数学科重要用語３００の基礎知識』明治図書，p.126.

第２節　カリキュラムの全体構想

１．カリキュラム構想の前提

本カリキュラムは，学校教育法施行規則，そして学習指導要領で定められている音楽科の目的及び目標を達成することを目的にしている。従って，学習指導要領に示されている内容は，カリキュラムを構成おいても網羅するようにする。また，教育楽器として慣行的に用いられている鍵盤ハーモニカやリコーダーの学習や，学校行事に関わる学習もまたカリキュラムに反映するようにする。

如何によいカリキュラムであっても，現行の教科の枠組みを逸脱するものであっては，最終的には子どもに不利益が被る。また，一部の教師が自分の好みのみで音楽科の授業を行っているということが，教科の存亡についての論議を引き起こしている側面もある。つまり，カリキュラム構成を行うにあたっては，公教育のルールに則っていなければ，よいカリキュラムとはならないのである。

その一方，指導内容や事項の順序については，子どもの音楽認識の発達に従うように設定する。本カリキュラムの独自性は，まさにここにある。

これについては，小学校学習指導要領の第１章「総則」の第２「内容等の取扱いに関する共通的事項」の２で「第２章以下に示す各教科等の学年別の内容に掲げる事項の順序は，特に示す場合を除き，指導の順序を示すものではないので，学校においては，その取り扱いについて適切な工夫を加えるものとする」を，その法律的根拠としたい。

小学校学習指導要領では，目標や内容は２学年ごとに示されている。中には，６年間通じて同じ事項が掲げられているものもある。また教材選択の幅も，広くなっている。そのことからも，指導内容や事項の順序を変えることは，学習指導要領の趣旨に則っていると言える。

場合によっては，学習指導要領の事項が，示されているよりも上の学年で取り上げられる場合もでてくるが，これは音楽認識の発達のプロセスから導かれた結果に基づいており，仮に学習指導要領通りの学年で取り上げたとしても，多くの子どもが躓くということが想定されるからである。

以上をまとめると，本カリキュラムは，現行の枠組みの中で子どもの音楽的能力を最大限引き出すことをねらいとして構想しているのである。なお，平成１９年現在，学習指導要領の改訂が進められている。しかし，子どもの音楽認識の発達のプロセスは不変であることから，改定後の学習指導要領との整合性

も，基本的には保たれると考えている。

２．理念

本カリキュラムの理念は，「音楽の学習を通じての子どもの能力の全体的な発達の促進」である。

これは，広義に考えると，教育基本法の第１条に示されている「教育は，人格の完成を目指し，平和で民主的な国家及び社会の形成社として必要な資質を備え，心身ともに健康な国民の育成を期して行われなければならない」という教育の目的を，音楽の学習を通して達成することに他ならない。これは当然のことである。ここで強調しておきたいことは，むしろ狭義の意味での「子どもの能力の全体的な発達の促進」である。

音楽認識の数学的構造を考察していくことによって，音楽認識とは，共通点と相違点を認識すること，具体的には，順序，距離，そして変化の関係を認識するという，言わば普遍的な認識能力が，音に作用していることが明らかになった。つまり，音楽認識が発達するということは，その子どもの認識能力が発達することでもあるのである。

教育基本法の第２条では，教育の目的を実現するためのいくつかの目標が示されているが，その中で音楽科は「豊かな情操」を培うことに重きが置かれてきたといっても過言ではない。そして，その成果はこれまでたくさん報告されてきている。

一方，その成果を強調するあまり，音楽科は知性や理性，論理と対局にあるものとして見なす風潮がある。例えば，西園は，「芸術は科学と異なる感情や物の性質を認識対象とし，それらを感性の能力で認識するもので，芸術によってしかできない世界がある」，あるいは「芸術は，科学的認識では捉えられない人間の感情や性質を媒介を通じて表現したもので，それゆえ，芸術的認識は人間感情の範囲と質を発達させるものとなる」[7]と述べている。

しかし，数学的構造から導かれた音楽認識は，科学認識と共通するものである。今日の数学は，数学的構造を土台にして成り立っている。そして，それは物理学や化学のような自然科学は勿論のこと，文化人類学のような社会科学の世界でも応用されている。第６章で取り上げた圏や層のように抽象度が高い数学的構造に至っては，超弦理論のような最先端の物理学で用いられている。

[7] 西園，前掲書，p.298.

逆に，数学や物理学のような科学も，人間の感性や感情，イメージや直観，さらには情緒が不可欠である。芸術同様，科学もまた美を追求する世界である。そのことは，科学の何れかの分野を学べば実感できることである。

以上のことから，芸術と科学を対立的に考えることは，無意味であると言えよう。それと同時に，音楽科は教科としてではなく，好きな子どもが課外で学べばよいという考え方も，また成り立たない。なぜなら，対象は異なるものの，音楽の学習で培われる認識は，数学や理科で培われる認識と，本質的には同じであるからである。つまり，音楽科が教科として相応しくないならば，数学科や理科もまた教科として相応しくなくなる。また，子どもの認識能力の発達は，できるだけ多くのものに触れることによって豊かになっていく。その意味でも，音楽科が教科として子どもの成長に存分に寄与できると言えるのである。

音楽科の存亡に関する議論は，情操教育の面ばかりが強調されていたことに起因すると考えられる。しかし，これまで述べてきたように，音楽は，理性的な面と感性的な面の両方に働きかけるものである。そして，それを通して子どもの能力の全体的な発達を促していくのである。本カリキュラムは，このことを実現することを目指すのである。

３．目的

音楽認識は，演奏，創作，鑑賞の基盤となるものである。つまり，音楽認識が発達することによって，音楽の表現の技能や鑑賞の能力が伸び，読譜をはじめとする楽典的な知識の理解も深まるのである。

また，音楽認識は音楽様式とも対応関係がある。さらに，ある作曲家なりある民族が，ある音楽様式を採用しているということは，そこには個人あるいは集団の音楽の楽しみ方や美的感覚が反映されていたり，伝統や文化が背景となっていたりする。

そして，このような音楽様式と音楽美の対応関係から，音楽認識が形成されるということは，音楽に対する感性が育まれることでもあると言えるのである。

このように，音楽認識は，音楽の理性的な面と感性的な面の両方に深く関わっている。このことを踏まえて，本カリキュラムでは，子どもの音楽認識の育成することを目的とする。

４．目標

本カリキュラムの目標は，現行の枠組みを守るという立場から，基本的には，小学校学習指導要領で示されている「表現及び鑑賞の活動を通して，音楽を愛好する心情と音楽に対する感性を育てるとともに，音楽活動の基礎的な能力を培い，豊かな情操を養う」という音楽科の目標と同じである。ただ「表現及び鑑賞の活動を通して」の部分を，「様々な様式の音楽に触れることを通して」と置き換えて読むと，音楽認識の発達を，それぞれの段階に対応する音楽様式を経験していくことで促していくという本カリキュラムの特徴が，より明確になるであろう。

５．カリキュラム構成

カリキュラム構成におけるスコープとシークエンスは，表１の通りである。

⑴スコープ

本カリキュラムでは，スコープを音楽認識の対象と一本化している。他のカリキュラムでは，スコープをまずリズム，旋律，音色のように要素ごとに分けられていることが多い。また，場合によっては，例えばリズムに対して拍，拍子，音の長短のように，それぞれの要素について，さらにその下位概念によって細かく分けられている場合もある。しかし，第１部で示したように，これらの要素に対する認識は互いに関係し合っており，要素間の繋がりを考慮しなければ，実際の指導は成り立たない。そこで，ここでは要素ごとにスコープを設定することはせず，音楽認識の発達に応じてそれぞれの要素に対する認識がどのように獲得されていくかをシークエンスの中で示している。

また技能面や美的感覚については，目的のところでも示したように，音楽認識と一体となっているので，敢えてスコープとして取り上げることはしていない。勿論，指導内容，あるいは学習活動は，「関心・意欲・態度」，「音楽的感受と表現の工夫」，「表現の技能」，「鑑賞能力」の４つの観点に基づいて設定される。その具体的な内容については，表１に示した通りである。

⑵シークエンス

教科書会社が作成している教科書のシークエンスは，義務教育修了段階の中学校３年生でどのような能力を身に付ければよいかを想定し，それをもとに下位学年の指導内容を決定している。それに対して本カリキュラムにおいては，シークエンスを音楽認識の発達に従って組織している。

⑶カリキュラムのスコープ，シークエンスと音楽様式の関係

本カリキュラムのもう１つの特徴は，音楽認識の発達に対応する音楽様式を教材として取り入れていくという点である。それを表したのが表２である。

音楽様式の観点でみた学年ごとの系統性は，音そのものの響きの美しさの感受から始まり，そこから音同士の間に構造を入れていくことによって生まれる様々な音楽様式を経て，最終的には最も複雑な構造をもつ西洋音楽の様式の美しさを味わうという流れとなっている。また，低学年に関わる，音から音楽へと移行する段階では，音と日常生活との関わりを念頭において，ことば，動き，響きの組合せという３つのルートを設けるようにしている。その後，音が音楽として整えられていくプロセスについては，様式ごとの特徴が如実に反映するリズムと音高を軸に組み立てられている。

６．年間指導計画

表１のカリキュラム構成及び筆者の実践に基づき，神戸市の小学校音楽科を念頭においた年間指導計画案が表３である。なお表４は，学習指導要領で示されている各学年の内容である。

学年ごとの題材についての概説は次項で行うが，ここでは作成するにあたって留意したことについて述べる。

(1)全体的な特徴

本カリキュラムは，音楽認識の発達に基づいて構成されている。しかし，音楽認識の発達に要する時間は，子どもによって異なってくる。そして，その違いが考慮されなければ，いくら音楽認識の発達に沿った学習活動を設定しても意味がない。そこで，年間指導計画においては，発達段階が違う子ども同士が一緒にしやすい音楽づくりの活動を中心においている。これがこの年間指導計画の大きな特徴である。

また，様々な日本の音楽を低学年から取り上げていることも特徴である。日本の音楽だけを見てとっても，その様式は多様である。それを音楽認識の発達と並行させながら教材として取り上げていくことは，また別の意味で意義のあることと考えている。

なお示した教材は，筆者が提示できるものをあげており，あくまでも例である。我が国及び世界の諸民族の音楽，あるいはポピュラー音楽なども含め，これまで述べてきた音楽認識の発達の各段階に対応する様式の音楽であれば置き換えは充分可能である。また，学習内容についても同様である。

表1　カリキュラム構成

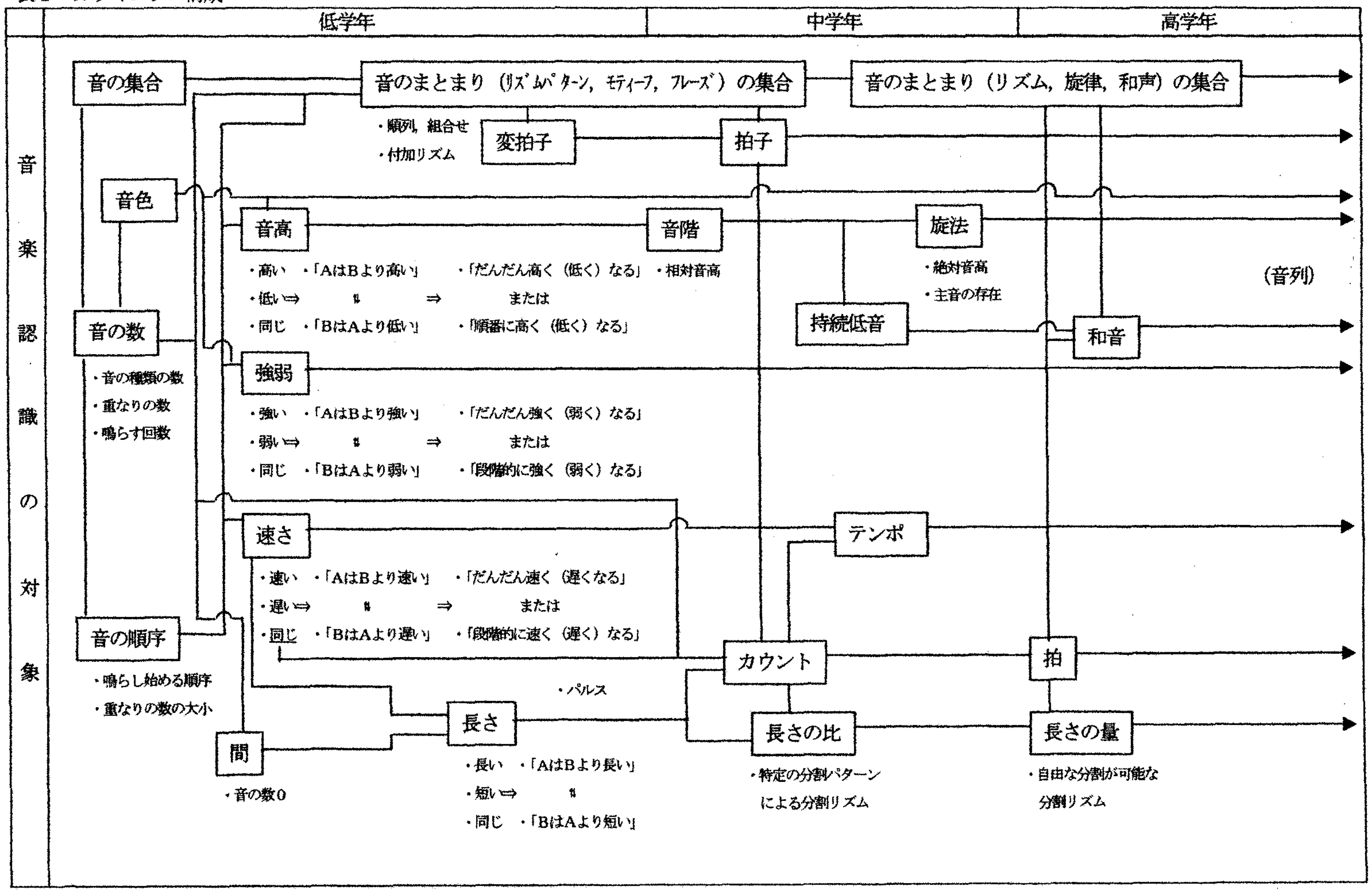

低学年
中学年
高学年
音楽認識の対象
音の集合
音のまとまり（ﾘｽﾞﾑﾊﾟﾀｰﾝ，ﾓﾃｨｰﾌ，ﾌﾚｰｽﾞ）の集合
音のまとまり（リズム，旋律，和声）の集合
・順列，組合せ
・付加リズム
変拍子
拍子
音色
音高
音階
旋法
・高い　・「AはBより高い」　・「だんだん高く（低く）なる」　・相対音高
・低い⇒　⇕　⇒　または
・同じ　・「BはAより低い」　・「順番に高く（低く）なる」
・絶対音高
・主音の存在
(音列)
持続低音
和音
音の数
・音の種類の数
・重なりの数
・鳴らす回数
強弱
・強い　・「AはBより強い」　・「だんだん強く（弱く）なる」
・弱い⇒　⇕　⇒　または
・同じ　・「BはAより弱い」　・「段階的に強く（弱く）なる」
速さ
テンポ
・速い　・「AはBより速い」　・「だんだん速く（遅くなる」
・遅い⇒　⇕　⇒　または
・同じ　・「BはAより遅い」　・「段階的に速く（遅く）なる」
音の順序
・鳴らし始める順序
・重なりの数の大小
カウント
拍
・パルス
長さ
長さの比
長さの量
間
・音の数0
・長い　・「AはBより長い」
・短い⇒　⇕
・同じ　・「BはAより短い」
・特定の分割パターン
による分割リズム
・自由な分割が可能な
分割リズム

表２　カリキュラム構成における音楽様式

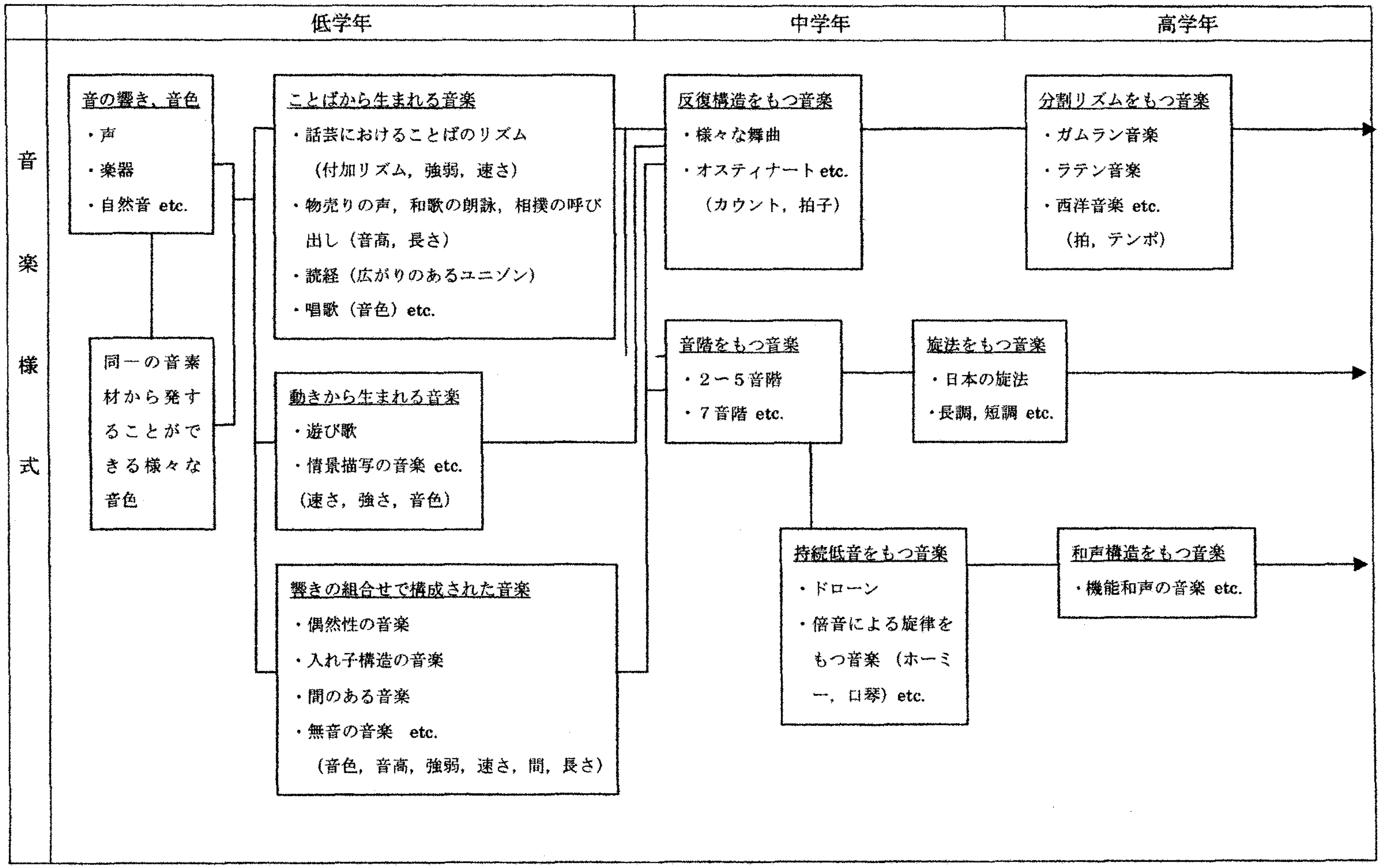


表３−１　年間指導計画案（１年）

月	題材	時数	対象となる音楽認識	主な学習内容	教材例	学習指導要領の内容との対応											
						⑴		⑵			⑶		⑷		⑴		
						ア	イ	ア	イ	ウ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ウ
4	ようこそ〇〇しょうがっこうへ	6	音の数，順序	歌を歌ったり音楽遊びをすることを通して，友だちと一緒に音楽をする楽しさを感じ取る。	校歌（歌） 君が代（歌） ひらいたひらいた（歌・共） わらべ歌などの遊び歌（歌）	○		○	○	○	○				○	○	
5	けんばんハーモニカとともだちになろう	6	音色，音高	鍵盤ハーモニカに親しみ，基礎的な奏法を身に付ける。	音探し（創） ドレミの歌（歌） たこたこあがれ（器） メリーさんのひつじ（器） くじらのあかちゃん（器）	○	◎		○	○		○					○
6	いろいろながっき	6	音色，音の数，順序	世界の民族楽器の音色の美しやおもしろさを感じ取る。また楽器の音色に順序性を与え，それをもとにグループで音楽をつくる。	ペンとひきヒュー（歌） 世界の民族楽器（鑑）	○							○	◎			◎
7	つよい音，よわい音	4	強弱	強弱の違いによる音楽のおもしろさを感じ取り，またそれを生かして演奏する。	大きなたいこ小さなたいこ（歌） うみ（歌・共） ウェイブス（武満徹作曲）（鑑）	○			○		◎	○			◎	○	
9	こえをとおくまでひびかせよう	4	速さ，長さ	息の長さや言い方を工夫して物売り声をつくる。	物売り声（歌／鑑）	○		◎	○		◎		○		◎	◎	
10 11	たのしい音楽会	16	音色，音の数，順序，強弱，速さ	一人一人がもっている力を出し合って学年全体で一緒に演奏する。	音楽会の曲（歌，器）	○	◎	◎	○	◎	◎	◎			○	○	
12	ふたりでいっしょに	5	間	互いの音を聴きながらバッテリー奏をする。	かたつむり（歌・器） ひのまる（歌／器・共）	○	◎		○	◎	○	◎				○	
	しずかな音楽	3	間，余韻	余韻や間を生かしてグループで音楽をつくる。	ﾄｰﾝﾁｬｲﾑによる音楽づくり（創） 梵鐘の音（鑑） ４分３３秒（ケージ作曲）（鑑）	○							○	◎	◎	○	◎
1	ことばをつないでリズムをつくろう！	4	音の数，順序	２，３文字のことばを組み合わせてリズムをつくり，ヴォイスリズムアンサンブルをする。	しあわせ運べるように（歌） フルーツ・リズム・ポンチ（創） ジャマイカン・ルンバ（鑑）	○		○	○	○	○		○			○	
2	１つのものからたくさん音をみつけよう	6	音色，音の数，順序，音高，強弱，速さ	１つの音素材からたくさんんお音を見つけて，それをもとにグループで音楽をつくる。	音のマーチ（歌） ギロ（ラッヘマン作曲）（鑑）	○							◎	◎			◎
3	もうすぐ２年生	8	音色，音の数，順序，音高，強弱，速さ，間	１年生の学習のまとめとして斉唱したり，グループ合奏をしたりする。	山の音楽家（歌） こいぬのマーチ（器）	○	◎	◎	○	◎	◎	◎			○	○	

表３−２　年間指導計画案（２年）

月	題材	時数	対象となる音楽認識	主な学習内容	教材例	学習指導要領の内容との対応											
						(1)		(2)			(3)		(4)		(1)		
						ア	イ	ア	イ	ウ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ウ
4	ひとりとみんな，みんなとひとり	4	音の重なりの数，強弱	一人歌い—全員歌いのおもしろさを感じ取って演奏する。	かくれんぼ（歌・共） ソーラン節（歌）	○		◎	○	○	◎				○		
5	ことばをつないでリズムをつくろう２	6	音の数，順序，速さ	いろいろな音数のことばをつなげてリズムをつくり，それをもとにヴォイスリズムアンサンブルをする。また４分音符と８分音符についてを知る。	ﾐｯｸｽ・ﾘｽﾞﾑ・ﾍﾞｼﾞﾀﾌﾞﾙ（創） ｶﾙﾐﾅ・ﾌﾞﾗｰﾅｰ第６曲（オルフ作曲）（鑑） ウエストサイド物語〜アメリカ（バーンスタイン作曲）（鑑） 寿限無（落語）（鑑）	○	◎		○	◎			◎	◎	○	◎	
6	白と黒で	8	音高	半音階を通して音高の順序関係を知り，それを生かして演奏する。また♯，♭について知る。	トトトの歌（器） 子どもの遊戯ー第１曲（ﾗｯﾍﾏﾝ作曲）（鑑）	○	◎		○	◎		◎				◎	
7	声で音楽をつくろう	6	音高	音高の連続的変化を生かして声で音楽をつくる。	どらくろルパン（坪能克裕作曲）（歌） ヤコブの子ども（ｶｽﾃｨﾈﾝ作曲）（鑑） 木・空・鳥（武満徹作曲）（鑑）	○			○	◎					○		
9	ようすをおもいうかべて１	4	音色	特徴的な音色に注意して，またそこから情景を思い浮かべて歌ったり聴いたりする。	虫の声（歌・共） 曲鼠，狸（手事）（鑑）	○		◎	○						◎	◎	○
10 11	たのしい音楽会	16	音色，音の数，順序，音高，強弱，速さ，間	一人一人がもっている力を出し合って学年全体で一緒に演奏する。	音楽会の曲（歌，器）	○	◎	◎	○	◎	◎	◎			○	○	○
12	ようすをおもいうかべて２	8	音の数，音色，強弱，速さ	情景と対応させながらリズム，強弱，速さやその変化を感じ取る。	夕やけこやけ（歌・共） かじやのポルカ（ｼｭﾄﾗｳｽ作曲）（鑑） トルコ行進曲（ﾍﾞｰﾄｰﾍﾞﾝ作曲）（鑑） ﾊﾟｼﾌｨｯｸ２３１（オネゲル作曲）（鑑）	○		◎	○		◎				◎	◎	○
1	みんなでいっしょに	6	速さ	音楽において等速的なリズムが大切な役割を果たしていることを感じ取る。またそれに合わせて演奏する。	しあわせ運べるように（歌） お経（歌／鑑） ｼﾝﾃﾞﾚﾗｰ真夜中（ﾌﾟﾛｺﾌｨｴﾌ作曲）（鑑） 時計交響曲（ハイドン作曲）（鑑） ｼﾝｺﾍﾟｰﾃﾞｯﾄｸﾛｯｸ（ｱﾝﾀﾞｰｿﾝ作曲（鑑） グレゴリア聖歌（鑑）	○		○	○	○	○				○	◎	○
2	打楽器で音楽をつくろう	6	音色，音の数，順序，強弱，速さ，間	音色や音高，奏法，リズムなどの組合せを工夫してグループで音楽をつくる。	ﾑﾅｰﾘ・ﾊﾞｲﾑﾅｰﾘ（武満徹作曲）（鑑）	○			○				◎	◎	○	○	◎
3	もうすぐ３年生	6	音色，音の数，順序，音高，強弱，速さ，間	２年生の学習のまとめとして斉唱したり，グループ合奏をしたりする。	春がきた（歌・共） アンダルコの歌（器）	○	◎	◎	○	◎	◎	◎			○	○	

表3-3　年間指導計画案（3年）

月	題材	時数	対象となる音楽認識	主な学習内容	教材例	学習指導要領の内容との対応 (1) ア	(1) イ	(2) ア	(2) イ	(3) ア	(3) イ	(4) ア	(4) イ	(1) ア	(1) イ	(1) ウ
4	楽ふとこんにちは	3	音高，音階	ト音記号，5線譜の読み方を知る。	春の小川（歌・共）	○	◎	◎		○				○		
5	合唱にチャレンジしよう	6	音高の重なりの響き	世界の様々な合唱の響きの特徴を感じ取る。またお経，落語の一節を2人で音高を変えて唱えて合唱のプリミティブな形態を体験したり部分合唱したりする。	茶つみ（歌・共） 世界中の子どもたちが（歌） 勝手なコーラス（鑑） 池川神楽の神歌（鑑） 南太平洋の合唱（鑑） 西洋の合唱（鑑）	○		○		○						◎
6	リコーダーと友だちになろう	8	音色，音高	リコーダーの音色の美しさを感じ取るとともに，基礎的な奏法を学習する。	笛星人（器） たこたこあがれ（器） メリーさんのひつじ（器） くじらのあかちゃん（器） うさぎ（器） きらきら星（鑑）	○	◎				◎					◎
7	おどりと音楽	5	カウント，拍子，テンポ	カウントを感じながら音楽に合わせてダンスをする。また異なった拍子の舞曲を鑑賞し，音楽と踊りの動きとの関係を感じ取る。	いるかはザンブラコ（歌） アイヌ舞踊（鑑） 抜頭（雅楽）（鑑）	○			◎					◎	◎	
9 10 11	楽しい音楽会	16	音色，音高の重なりの響き，拍子，テンポ	拍子，テンポを感じて合唱したり合奏したりする。	音楽会の曲（歌，器）	○	◎	◎	◎	◎	◎			○		
12	ピラミッドミュージックをつくろう	6	音高，リズムの重なりの響き	全音符，2分音符，4分音符，8分音符の音価の関係を知り，4つの音符を階層的に重ねたリズムに基づいて音楽をつくる。	ふじ山（歌・共） オルガンピラミッド（器） マレットピラミッド（創） スカールジュブン（ガムラン音楽）（鑑）	○		○	◎	○	○	◎	◎	○	◎	
1	黒鍵を使って音楽をつくろう	8	音階，モティーフ	黒鍵の音を数音組み合わせてモティーフをつくり，それをもとにグループで音楽をつくる。	しあわせ運べるように（歌） ウォーターウェイズ（武満徹作曲）（鑑）	○		○		○	○	◎	◎	○	◎	◎
2 3	もうすぐ4年生	8	音色，音高の重なりの響き，拍子，テンポ	3年生の学習のまとめとして合唱したり，グループ合奏をしたりする。	きょうりゅうとチャチャチャ（歌） ミッキーマウスマーチ（器）	○	◎	◎	◎	◎	◎			○		

表3－4　年間指導計画案（4年）

月	題材	時数	対象となる音楽認識	主な学習内容	教材例	学習指導要領の内容との対応										
						(1)		(2)		(3)		(4)		(1)		
						ア	イ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ウ
4 5	和楽器に親しもう	6	音色，音階	箏，三味線の音色に親しみ，簡単なふしを演奏する。	さくらさくら（歌／器／鑑・共）	○		○		○	◎			○		◎
	拍子を感じて	8	拍子	オスティナート音型に注意して聴いたり，オスティナートをもつ曲を合奏したりする。	まきばの朝（歌・共） 夜明け（オルフ作曲）（器） アルルの女－鐘（ビゼー作曲）（鑑） 剣の舞（ハチャトリアン作曲）（鑑） 時の佇まいV（一柳慧作曲）（鑑）	○	○	○	◎	○	○			○	◎	
6 7	鳥の音楽をつくろう	8	音の数，順序，音階	音階上の音高を組み合わせて鳥の声を模したモティーフをつくりグループで音楽をつくる。	とんび（歌・共） 田園交響曲－2楽章（ベートーベン作曲）（鑑） かっこう（サンサーンス作曲）（鑑） 鳥のいる間奏曲（吉松隆作曲）（鑑） 鳥の小スケッチ－ひばり（メシアン作曲）（鑑）	○		○		○	○	◎	◎		◎	
9 10 11	楽しい音楽会	16	音色，音高の重なりの響き，拍子，テンポ	拍子，テンポを感じて合唱したり合奏したりする。	音楽会の曲（歌，器）	○	◎	◎	◎	◎	◎			○	○	○
12	郷土の音楽に親しもう	6	音色，テンポ	神戸市および日本全国に伝えれている音楽の特徴を感じ取る。またそれらの音楽が生活と結び付いていることを知る。	もみじ（歌） 神戸市，日本全国の郷土の音楽（歌／鑑）	○		○		○				◎	○	◎
1	倍音の音楽	4	持続低音	倍音の原理を知る。またドローン＋旋律の構造をもつ曲を演奏する。	しあわせ運べるように（歌） 蛇使いの笛の音楽（器） ホーミー（鑑） ムックリの音楽（鑑）	○		○		○					○	◎
2	ドミソの音楽をつくろう	6	旋法	ハ長調の旋律の構造を知り，それに基づいてモティーフをつくり，グループで音楽をつくる。	in C（ライリー作曲）（鑑）	○	◎		○		○	◎	◎		◎	○
3	もうすぐ5年生	6	音色，音高の重なりの響き，拍子，テンポ	4年生の学習のまとめとしてしたり，グループ合奏をしたりする。	卒業式の合唱（歌） 茶色の小びん（器）	○	○	◎	◎	◎	◎			○		

表3－5　年間指導計画案（5年）

月	題材	時数	対象となる音楽認識	主な学習内容	教材例	学習指導要領の内容との対応										
						(1)		(2)		(3)		(4)		(1)		
						ア	イ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ウ
4 5	和音について知ろう	8	旋法，和音	音高，及びその音程の組合せによって様々な響の和音がつくれることを感じ取る。また西洋音楽における旋律と和音の関係について知る。	Believe（歌） こいのぼり（歌・共） こきょうの人々（器） インターミッションⅥ（フェルドマン作曲）（鑑）	○	◎		◎	◎	○	○		◎	○	◎
6 7	アジアの音楽に親しもう	8	分割リズム，旋法	東南アジアの音楽によく現れる入れ子構造の音楽を知り，演奏する。また，他のアジアの音楽についても知る。	子守歌（歌・共） 十五夜さんの餅つき（歌） 千羽の鳥，クイオポクイ（ガムラン）（器／鑑）	○			◎	○	○			○	◎	◎
9 10 11	楽しい音楽会	16	拍，拍子，テンポ，和音，強弱	拍の流れやハーモニーの美しさを感じ取って合唱したり合奏したりする。	音楽会の曲（歌，器）	○	○	◎	◎	◎	◎			○	○	
12	長調と短調	6	旋法	長音階と短音階の違いを知る。また既習の旋律を長調から短調に変化させることによって，その響きの違いを感じ取る。	冬げしき（歌・共） 君をのせて（歌） かねが鳴る（器） 巨人―第3楽章（マーラー作曲）（鑑）	○	◎		◎	○	○			○	◎	
1 2	ラドミの音楽をつくろう	6	モティーフの逆行，反行	短調のモティーフ，及びその逆行形や反行形を組み合わせてグループで音楽をつくる。	しあわせ運べるように（歌） 逆の動きの音楽（グラス作曲）（鑑）	○	◎		◎	○	○	◎	◎	◎	◎	
3	もうすぐ6年生	6	拍，拍子，テンポ，和音，強弱	5年生の学習のまとめとして合唱したり，グループ合奏をしたりする。	スキーの歌（歌・共） 卒業式の合唱（歌） キリマンジャロ（器）	○	○	◎	◎	◎	◎			○	○	

表3-6　年間指導計画案（6年）

月	題材	時数	対象となる音楽認識	主な学習内容	教材例	学習指導要領の内容との対応										
						(1)		(2)		(3)		(4)		(1)		
						ア	イ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ア	イ	ウ
4 5	ハーモニーの美しさを味わおう	6	和音	ソプラノ，アルト，テナー，バスの重なり（合唱，管弦楽）の美しさを味わって聴く。	おぼろ月夜（歌・共） ふるさと（歌・共） 木星（ホルスト作曲）（鑑）	○	○	○	◎					◎	◎	◎
6 7	ナンバーミュージックをつくろう	8	分割リズム	1拍あたりの音数を工夫してグループで音楽をつくる。	われは海の子（歌・共） アウト・オブ・ラストピーシーズ（フェルドマン作曲）（鑑） イクシオン（フェルドマン作曲）（鑑）	○		○	◎		○	◎	◎	○	◎	○
9 10 11	楽しい音楽会	16	拍，拍子，テンポ，和音，強弱	拍の流れやハーモニーの美しさを感じ取って合唱したり合奏したりする。	音楽会の曲（歌，器）	○	○	◎	◎	◎	◎			○	○	
12	部分と全体の関係に気を付けて音楽を味わおう	6	音楽の対比	曲想の変化と対比によって音楽全体の美しさが生まれることを味わって聴く。	越天楽今様（歌・共） 春の海（鑑）	○		○						◎	◎	◎
1 2	ラソファミの音楽をつくろう	6	旋法，和音，モティーフの移高	イ短調のモティーフおよびその移高形を組み合わせてグループで音楽をつくる。	しあわせ運べるように（歌） ふるさと（歌・共） サティアグラハ（グラス作曲）（鑑）	○	◎	○	◎		○	◎	◎	◎	◎	○
3	卒業に向けて	6	拍，拍子，テンポ，和音，強弱	6年間の学習のまとめである卒業式に向けて気持ちをこめて合唱をする。	卒業式の合唱（歌）	○	○	◎	◎	◎				○		

表４　学習指導要領で示されている音楽科の各学年の内容

	第１学年及び第２学年	第３学年及び第４学年	第５学年及び第６学年
A表現	(1)　音楽を聴いて演奏できるようにする。	(1)　音楽を聴いたり楽譜を見たりして演奏できるようにする。	(1)　音楽を聴いたり楽譜を見たりして演奏できるようにする。
	ア　範唱や範奏を聴いて演奏すること。	ア　範唱や範奏を聴いて演奏すること。	ア　範唱や範奏を聴いて演奏すること。
	イ　階名で模唱したり，リズム譜に親しんだりすること。	イ　ハ長調の旋律を視唱したり視奏したりすること。	イ　ハ長調及びイ短調の旋律を視唱したり視奏したりすること。
	(2)　楽曲の気分や音楽を特徴付けている要素を感じ取って，工夫して表現できるようにする。	(2)　曲想や音楽を特徴付けている要素を感じ取って，工夫して表現できるようにする。	(2)　曲想や音楽を特徴付けている要素を感じ取って，工夫して表現できるようにする。
	ア　歌詞の表す情景や気持ちを想像して表現すること。	ア　歌詞の内容にふさわしい表現の仕方を工夫すること。	ア　歌詞の内容や楽曲の構成を理解して，それらを生かした表現の仕方を工夫すること。
	イ　拍の流れやフレーズを感じ取って，演奏したり身体表現をしたりすること。	イ　拍の流れやフレーズ，強弱や速度の変化を感じ取って，演奏したり身体表現をしたりすること。	イ　拍の流れやフレーズ，音の重なりや和声の響きを感じ取って，演奏したり身体表現をしたりすること。
	ウ　互いの歌声や楽器の音，伴奏の響きを聴いて演奏すること。		
	(3)　歌い方や楽器の演奏の仕方を身に付けるようにする。	(3)　歌い方や楽器の演奏の仕方を身に付けるようにする。	(3)　歌い方や楽器の演奏の仕方を身に付けるようにする。
	ア　自分の歌声及び発音に気を付けて歌うこと。	ア　呼吸及び発音の仕方に気を付けて，自然で無理のない声で歌うこと。	ア　呼吸及び発音の仕方を工夫して，豊かな響きのある，自然で無理のない声で歌うこと。
	イ　身近な楽器に親しみ，簡単なリズムや旋律を演奏すること。	イ　音色に気を付けて，旋律楽器及び打楽器を演奏すること。	イ　音色の特徴を生かして，旋律楽器及び打楽器を演奏すること。
	(4)　音楽をつくって表現できるようにする。	(4)　音楽をつくって表現できるようにする。	(4)　音楽をつくって表現できるようにする。
	ア　リズム遊びやふし遊びなどを楽しみ，簡単なリズムをつくって表現すること。	ア　音の組合せを工夫し，簡単なリズムや旋律をつくって表現すること。	ア　曲の構成を工夫し，簡単なリズムや旋律をつくって表現すること。
	イ　即興的に音を探して表現し，音遊びを楽しむこと。	イ　即興的に音を選んで表現し，いろいろな音の響きやその組合せを楽しむこと。	イ　自由な発想を生かして表現し，いろいろな音楽表現を楽しむこと。
B鑑賞	(1)　音楽を聴いてそのよさや楽しさを感じ取るようにする。	(1)　音楽を聴いてそのよさや美しさを感じ取るようにする。	(1)　音楽を聴いてそのよさや美しさを味わうようにする。
	ア　楽曲の気分を感じ取って聴くこと。	ア　曲想の変化を感じ取って聴くこと。	ア　曲想を全体的に味わって聴くこと。
	イ　リズム，旋律及び速さに気を付けて聴くこと。	イ　主な旋律の反復や変化，副次的な旋律，音楽を特徴付けている要素に気を付けて聴くこと。	イ　主な旋律の対照，楽曲全体の構成，音楽を特徴付けている要素と曲想のかかわりに気を付けて聴くこと。
	ウ　楽器の音色に気を付けて聴くこと。	ウ　楽器の音色及び人の声の特徴に気を付けて聴くこと。また，それらの音や声の組合せを感じ取って聴くこと。	ウ　楽器の音色及び人の声の特徴に気を付けて聴くこと。また，それらの音や声の重なりによる響きを味わって聴くこと。

表５　題材の系統性

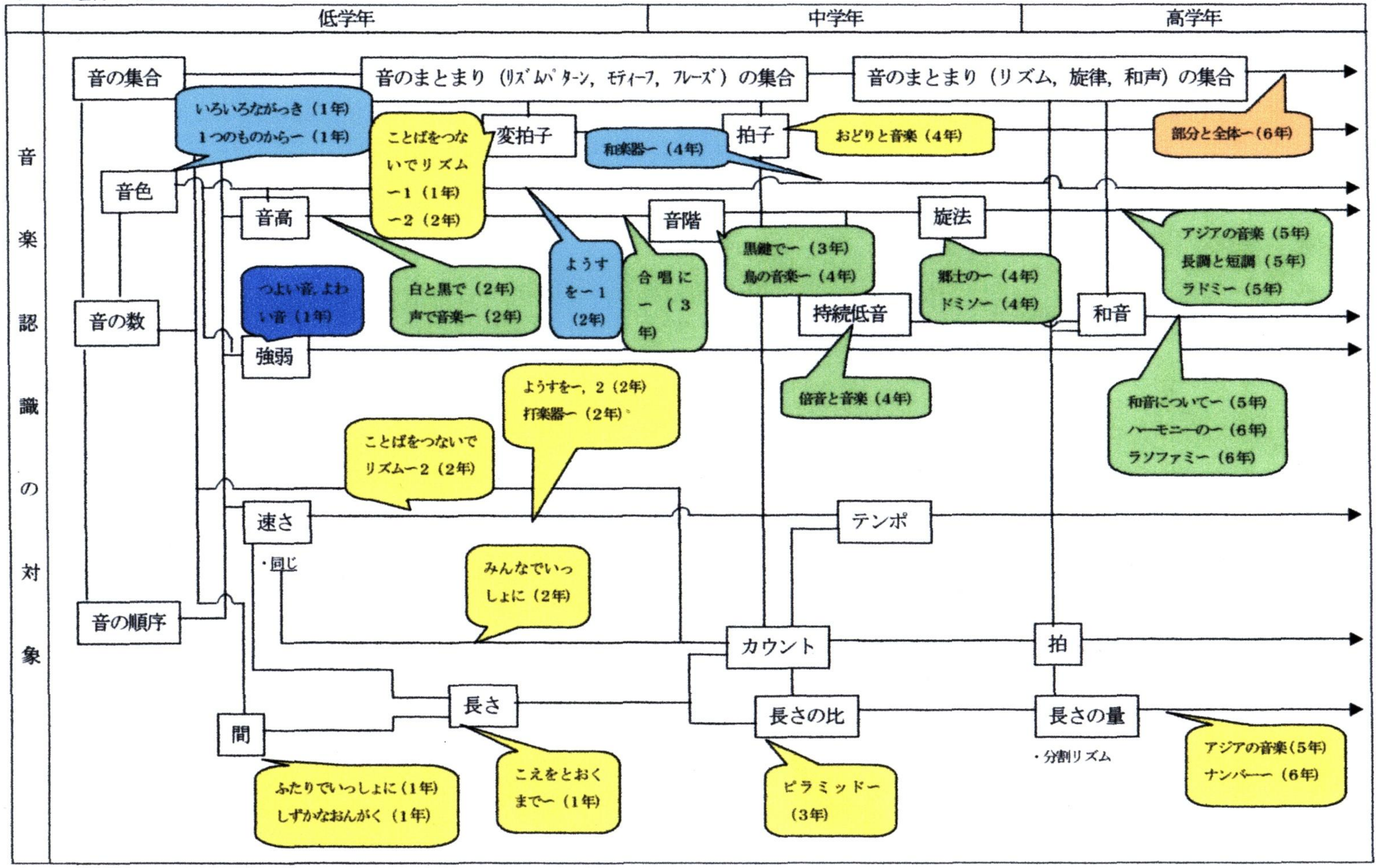

低学年
中学年
高学年
音楽認識の対象
音の集合
音のまとまり（ﾘｽﾞﾑﾊﾟﾀｰﾝ，ﾓﾃｨｰﾌ，ﾌﾚｰｽﾞ）の集合
音のまとまり（リズム，旋律，和声）の集合
いろいろながっき（1年）
1つのものから一（1年）
ことばをつないでリズム一1（1年）一2（2年）
変拍子
和楽器一（4年）
拍子
おどりと音楽（4年）
部分と全体一（6年）
音色
音高
音階
旋法
アジアの音楽（5年）
長調と短調（5年）
ラドミー（5年）
つよい音よわい音（1年）
白と黒で（2年）
声で音楽一（2年）
ようすを一1（2年）
合唱に一（3年）
黒鍵で一（3年）
島の音楽一（4年）
郷土の一（4年）
ドミソー（4年）
音の数
持続低音
和音
強弱
倍音と音楽（4年）
ようすを一，2（2年）
打楽器一（2年）
和音について一（5年）
ハーモニーの一（6年）
ラソファミー（6年）
ことばをつないでリズム一2（2年）
速さ
テンポ
・同じ
みんなでいっしょに（2年）
音の順序
カウント
拍
長さ
長さの比
長さの量
間
・分割リズム
アジアの音楽（5年）
ナンバー一（6年）
ふたりでいっしょに（1年）
しずかなおんがく（1年）
こえをとおくまで一（1年）
ピラミッドー（3年）

表6　学年ごとに取り上げられる音楽様式

1年	2年	3年	4年	5年	6年
わらべうた（ようこそ〇〇小学校へ）	音頭形式の歌（ひとりとみんな，みんなとひとり	様々な様式の合唱（合唱にチャレンジしよう）	日本古謡（和楽器に親しもう）	西洋機能和声の音楽（和音について知ろう，長調と短調）	西洋機能和声の音楽（ハーモニーの美しさを味わおう）
世界の諸民族の音楽で使われる様々な楽器（いろいろな楽器）	付加リズム，落語（ことばをつないでリズムをつくろう2）	様々な踊りの音楽（おどりと音楽）	オスティナートをもつ音楽	ガムラン音楽，カリンガ族の音楽をはじめとするアジアの音楽（アジアの音楽に親しもう）	数字譜による音楽（ナンバーミュージックをつくろう）
物売り声（こえをとおくまでひびかそう）	声による偶然性の音楽，語り物の口調（1つのものからたくさん音をみつけよう）	階層的なリズム構造をもつ音楽（ピラミッドミュージックをつくろう）	音階に基づいた偶然性の音楽（鳥の音楽をつくろう）	ミニマル・ミュージック（ラドミの音楽をつくろう）	今様（部分と全体の関係に気をつけて音楽を味わおう）
単音がつくる音楽，無音の音楽（しずかなおんがく）	手事（ようすをおもいうかべて1）	黒鍵を使った偶然性の音楽（黒鍵を使って音楽をつくろう）	様々な郷土の音楽（郷土の音楽に親しもう）		ミニマル・ミュージック（ラドミの音楽をつくろう）
付加リズム（ことばをつないでリズムをつくろう1）	お経（みんなでいっしょに）		ドローンをもつ音楽（倍音と音楽）		
特殊奏法による音楽（1つのものからたくさん音をみつけよう）	打楽器による偶然性の音楽，語り物の口調（1つのものからたくさん音をみつけよう）		ミニマル・ミュージック（ドミソの音楽をつくろう）		

⑵題材の系統性

音楽会や学年末の斉唱，合唱やグループ合奏，あるいは鍵盤ハーモニカ，リコーダーの学習に関するものなどを除くと題材は， 表５のように，音楽認識の発達に合わせて構成されている。また，題材名に施された色は，その題材において最も関わりが深い音楽認識との結び付きを表し，　はリズム認識，　は音高認識，　は音色認識，　は強弱認識，そして　は音楽の全体像の認識を表している。勿論，これらの題材はあくまでも例である。校内の備品楽器の状況や子どもの音楽認識の発達に応じて，実際は修正を加えていくことが必要になってくるであろう。

また，各題材で取り上げている音楽様式をまとめたものが表６である。

⑶音楽会，卒業式

神戸市では，ほとんどの学校で１１月に音楽会を行っている。それに向けての学習は，基本的には音楽科の授業時間で賄われる。その時数は神戸市小学校教育研究会音楽部が作成した年間学習指導計画をベースにしている。また卒業式に関しては，曲の全体的な感じをつかんだり音取りをしたりするのに必要な時間を念頭に時数を設定し，合唱をよくしていくための時間は卒業式の練習で行っていくものとしている。

また，音楽会で取り上げる曲は，当該学年の担任と相談の上で決めるようになっているため，年間指導計画の中で具体的な曲名を示すことはしていない。ただ選曲の目安としては，表７のように考えている。

表７　音楽会での選曲の目安

	１年	２年	３年	４年	５年	６年
歌唱	斉唱または音楽物語		部分二部合唱		二部合唱	
器楽	簡単なリズム構造をもった合奏		１ｵｸﾀｰﾌﾞ＋α の音域のﾘｺｰﾀﾞｰ奏	日本民謡またはラテン音楽のようにオスティナートリズムをもっていたりいくつかの旋律が繰り返して出てきたりするような曲		三部形式，あるいはロンド形式のクラッシック音楽

7．各学年の題材について

表2に示した各学年の年間指導計画について，音楽会及び学年末のまとめ以外の題材における学習活動の概略は以下の通りである，なお題材名の後の＊＊ほぼこのままこの時期に，＊は類似の形で，または異なった学年で過去に実践したことを表している。

(1) 1年生

①ようこそ○○小学校へ＊

この題材は，オリエンテーション的な意味をもっている。わらべうたによる音楽遊びを中心に，例えば手拍子を何回打つ，手拍子の次に足踏みをするといった音の数や順序に対する意識を育んでいく。また，みんなと同じ時に歌う，同じ動きをするといった “合わせる” 活動を経験していく。

②けんばんハーモニカとともだちになろう＊＊

鍵盤ハーモニカの基本的な技能を学習する題材である。鍵盤を使った音探しをしながら音色に親しんだ後，ド，ドとレ，…のように音高の数を増やし，音の数や順序に対する意識を育んでいく。

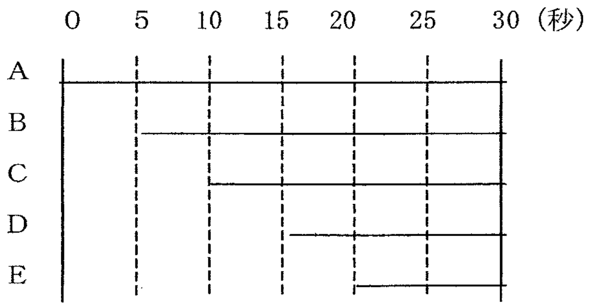
③いろいろながっき

世界中のいろいろな楽器に触れ，様々な音色に親しんだり，特定の音色に注目して聴いたり，音色同士の間に強さ，明るさをはじめとする順序性を見出したりすることをねらいとした題材。最後には，次のような音楽づくりを行う。

☆３０秒の音楽づくり

・５人グループで１人１つずつ持つようにし「５人の楽器の中で，一番○○な音は？次に○○な音は？（○○には具体的なことばを入れない），…，その順番でAからEを決めましょう」と声をかけAからEの担当を決める。

・下図のように５秒おきに自分が担当している楽器を鳴らしていくというルールで３０秒の音楽をつくる。



④つよい音，よわい音

音の強弱とその音楽的な表情の感受をねらいとした題材。《大きなたいこ小さなたいこ》では，身体表現を交えながら強い音と弱い音の違いをつけることによって，また《Waves》の一部を鍵盤ハーモニカと大太鼓を模倣することによって，音の強弱の違いによるおもしろさを感じ取る。さらにこの経験をもとにフレーズのやまを意識して《うみ》を歌うことにも繋げていく。

☆《Waves》（武満徹作曲）

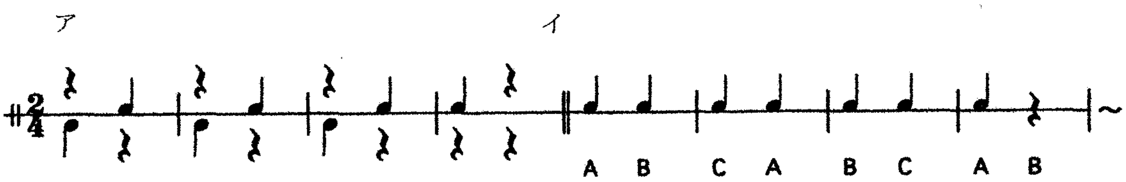
１９７７年に書かれたクラリネット，２本のトロンボーン，ホルン，大太鼓のための作品で波の様々な表情を聴き取ることができる，強弱とその変化が効果的に扱われており，強弱認識を育んでいくのに相応しい教材である。

⑤こえをとおくまでひびかそう

呼吸を意識して歌うことを身に付けることをねらいとした題材。物売り声を模倣したり，あるいは自分たちで新しくつくったりすることによって，歌う前に息をたくさん吸うことの大切さを感じ取るようにする。また，音高や音の長さに対する意識できるようにしていく。

⑥ふたりでいっしょに＊

いわゆる譜例１のアのようなリズムのバッテリー奏を行い，全体のリズムの中で自分が鳴らすところ，あるいは鳴らさないところを意識することをねらいとした題材。最初は，２人でスタンダードなアのリズムを打ち，慣れたら３人で１音ずつずらしながら打っていくというイに取り組むようにする。



譜例１

⑦しずかな音がく

余韻や静寂のよさを感じ取ることをねらいとした題材。梵鐘やトーンチャイムの余韻に耳を傾けたり，Ｊ．ケージ[8]作曲《４分３３秒》を聴き，無音（意識

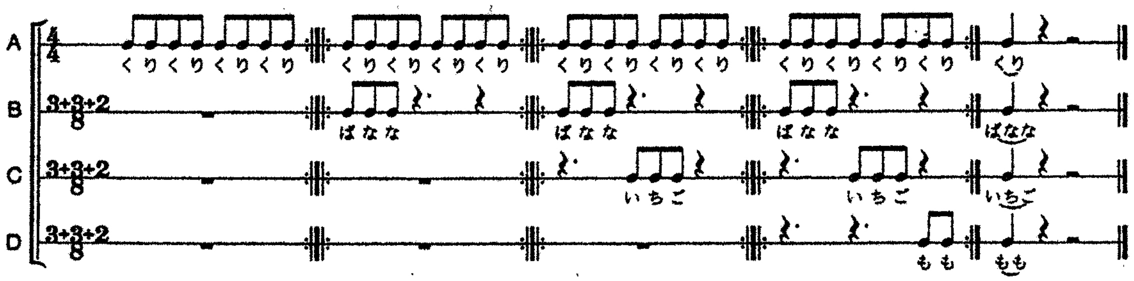
8 Cage, J. (1912-1982). アメリカの作曲家。偶然性や不確定性による音楽など実験的な作品を多く残した。

して鳴らされた音がない状態）が音楽であることを感じ取ったりする。また，トーンチャイムを使った次のような音楽づくりにも取り組む。

☆トーンチャイムによる音楽づくり
・１グループ７人程度で，ある旋法の構成音（例えばドミソシレファラ）のトーンチャイムを１本ずつ持つ。
・それぞれが鳴らす回数をくじ引きで決める（５ー７回）。
・最初は全員で同時に鳴らし，以降は自分が鳴らしたトーンチャイムの音が消えたら鳴らすというルールで，決められた回数だけ鳴らす。
・全員が鳴らし終えて，音が消えて静寂に包まれたら終わり。

⑧ことばをつないでリズムをつくろう１＊

音の数と順序を意識してリズムを合わせることを学習する題材。まず譜例２のような変拍子のヴォイスリズムアンサンブル《フルーツ・リズム・ポンチ》及び，パーごとに，「くり」，「ばなな」，「いちご」，「もも」と音数が同じことばに置き換えた《○○・リズム・ポンチ》をグループで行う。続いて《フルーツ・リズム・ポンチ》と同じリズム構造をもつ《ジャマイカン・ルンバ》を。ベースの３＋３＋２のリズムとマラカスの２＋２＋２＋２のリズムの重なりに注意して鑑賞する。



譜例２

⑨ひとつのものからたくさん音をみつけよう＊

奏法を工夫して１つの素材からたくさんの音を探す活動を中心とした題材。まずラッヘマン[9]作曲《ギロ》を聴き，ピアノからいろいろな音を出すことがで

[9] Lachenmann, H. (1935-)現代ドイツの作曲家。特殊奏法による作品を数々発表している。

きることを感じ取る。続いて，音楽室にある楽器，あるいは身の回りのものを使って音探しをし，それぞれの音の特徴の違いを感じ取る。そして，最後は「いろいろな楽器」に準じた方法で，グループで音楽づくりをする。

☆H．ラッヘマン作曲《ギロ》

１９７０年に書かれたピアノのための作品であるが，鍵盤を押すという通常の奏法は１回もなく，鍵盤の表面や側面，さらにはピアノの弦を爪で擦るという奏法によってのみつくられている。１つの素材からいろいろな音をつくることができることに気付いていくのに相応しい教材である。

⑵２年生

①ひとりとみんな，みんなとひとり

日本民謡にみられる音頭形式（歌の主要部分を１人の演唱者（音頭）が歌って全体をリードし，これに大勢の囃子手（一同）が唱和していくという，一種の掛合い形式のうたい方）[10]を取り入れた題材。まず《かくれんぼ》で，歌詞と対応させながら音頭形式に気付き，続いて《ソーラン節》のような音頭形式の日本民謡を歌う。一人歌いの部分は，１年生で扱った物売り声の発展として，呼吸に気を付けながら音の強弱や声の調子を工夫して歌っていく。併せて，日本の民謡そのものにも親しんでいくこともねらいとしている。

②ことばをつないでリズムをつくろう２＊

１年生の３学期で扱った同様のものを発展させたもので，４分音符と８分音符の，２つの音価の組合せでリズムをつくっていく活動を中心とした題材。リズムづくりでは，音の吸う，順序に加えて速さ（＝長さ）を認識できるようにしていくことをねらいとしている。

４分音符と８分音符についての学習を終えた後，まず野菜の名前を組み合わせるとおもしろいリズムが出来ることを，バーンスタイン作曲《ウエストサイド物語》の「アメリカ」やオルフ作曲の《カルミナ・ブラーナ》の第６曲を参考にしながら感じ取る。続いて，図１のように野菜の名前を３つ組合せでつくったリズムをソロとする，図２のようなヴォイスリズムアンサンブル《ミックス・リズム・ベジタブル》をグループで行う。また，落語の《寿限無》の中の子どもの名前のように，ことばの組合せによるリズムが生かされている芸能についても取り上げる

---

10 吉川英史監修（1984）『邦楽百科辞典』音楽之友社，P.180.

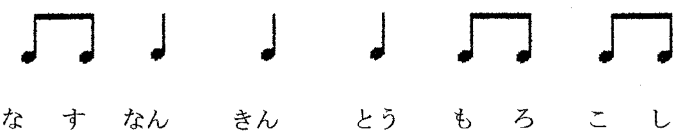
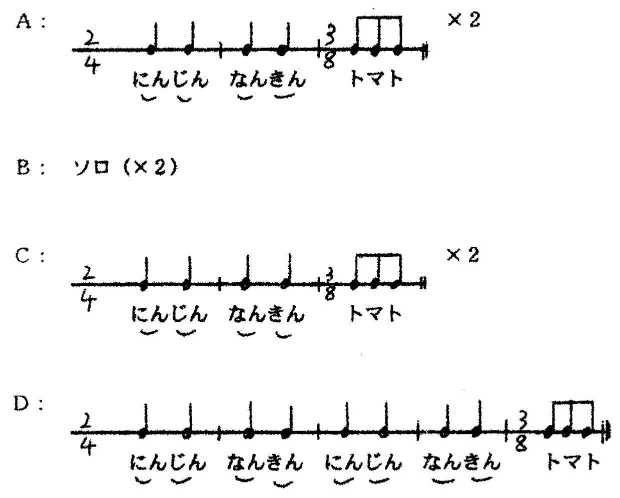


図１



トゥッティ　Ａ―休―Ｃ―Ｄ
ソロ　　　　休―Ｂ―休―Ｄ

図２

※　４分音符，８分音符

③白と黒で

半音階に慣れ親しみながら音高の順序関係の認識を育むことをねらいとした題材。まずグループで円状になって鍵盤ハーモニカの最低音から順番に１人ずつリレーで鳴らしていくというゲームを行う。続いてラッヘマン作曲《子どもの遊戯》の第１曲の一部を鍵盤ハーモニカで演奏する。最後は，半音進行を含む《トトトの歌》をグループ合奏する。

☆H．ラッヘマン作曲《子どもの遊戯》―第１曲

《子どもの遊戯》は，ラッヘマンが自身の子どものために１９８０年に書いたピアノ小品集。第１曲は，ピアノの全音域にわたる下降半音階でつくられている。特に単音で演奏される部分は平易で，半音階に親しむのに相応しい教材

である。

※　シャープ，フラット，ナチュラル

④声で音楽をつくろう＊

「白と黒で」を発展させ，音高が連続的であることを感じ取ることをねらいとした題材。まず武満徹作曲《木・空・鳥》を聴き，言い方を工夫することによって音楽がつくれることを感じ取る。続いて，グループでことばを３つ選び，言い方を工夫しながら音楽をつくっていく。その際に，最高音，最低音，グリッサンドを活用していくようにし，音高の変化を意識できるようにしていく。なお，授業の導入では，坪能克裕作曲《どらくろルパン》を歌い，日本の伝統芸能の中の言い回しのおもしろさを経験するようにする。

☆武満徹作曲《木・空・鳥》

様々な音の高さ，長さ，速さで言われる木，空，鳥の３つのことばによって作られている作品。ことばの言い方の工夫を感じ取るのに相応しい教材である。

☆名村宏作詞，坪能克裕作曲《どらくろルパン》

浄瑠璃調や浪曲調でふしが構成されている歌。音高も相対的な低，中，高という区分で与えられており，相対的な音高の変化を感じ取りながら歌うことができる作品である。

⑤ようすをおもいうかべて１，２

ようすや実物を思い浮かべながら１では特定の音色を聴き取ること，２では強弱，速さの変化とそのおもしろさを感じ取りながら聴いたり歌ったりすることをねらいとした題材。１での《狸》，《曲鼠》では，三味線で狸や鼠が模倣されていて，邦楽器に親しんでいくこともねらいとしている。なお，《パシフィック２３１》は，蒸気機関車が走っているようすを音楽で表したものである。

※　ｆ，ｍｆ，ｍｐ，ｐ，クレッシェンド，デクレッシェンド

⑥みんなでいっしょに

等速的なリズム（パルス）を共有しながら合わせることを意識していくことをねらいとした題材。まず時計が表現されているプロコフィエフ作曲《シンデレラ》の中の「真夜中」やアンダーソン作曲の《シンコペーデット・クロック》を聴き，同じ速さで刻むリズムを感じ取る。また，グループでお経を唱えながら，等速的なリズムを共有しながら演奏することを学習する。

また，リズム面ばかりでなく，音高面についても，お経とグレゴリア聖歌の違いを感じ取りながら，いろいろな合わせ方があることを感じ取るようにする。

⑦打楽器で音楽をつくろう＊

打楽器の様々な音の組み合わせを工夫して音楽をつくっていく活動が中心となる題材。まず武満徹作曲《ムナーリ・バイ・ムナーリ》を，図形楽譜を見ながら，音の長短，速さといった打楽器の音の特徴に気を付けて聴く。続いて，音の長短，速さ，間，リズムの組合せを工夫して，１分間の音楽をつくる。時計の活用は，「みんなでいっしょに」を受けて，時間の流れを共有しながら音楽を演奏することを意識できるようにしていくためである。

☆武満徹作曲《ムナーリ・バイ・ムナーリ》

１９６０－７２年に書かれた正方形の本が楽譜となっている打楽器のための作品。本は赤白黒の紙が綴じ込まれておりそれらには切り込みが入れられていたり，不思議なことばが書かれていたりしている。その切り込みを活用して４色の紙を組み合わせることによって何か模様のようなものができるが，その模様の色合いや形，寸法をもとに，それを音の性質（特に赤の紙は速く，茶色の紙は遅くを意味している）や音を鳴らす時間，あるいは音の重なりに見立てて演奏するようになっている。

⑶３年生

①楽ふとこんにちは＊

楽譜の基礎的な知識を身に付けることをねらいとした題材。五線譜と音高の関係，ト音記号，小節線，終止線について学習する。

※　五線と加線，小節線，終止線，ト音記号

②合唱にチャレンジしよう

合唱の導入的な活動が中心となる題材。まず，合唱を複数の人が異なった音高で歌うことと捉え，それぞれがばらばらに歌うタイプの合唱（《かえるのうたー勝手なコーラスより》），２人が同じリズムで異なった音高で歌うタイプの合唱（「池川神楽の神歌」）を聴いたり体験したりすることによって，プリミティブな合唱を経験する。それから，南太平洋の合唱[11]，西洋の合唱などを聴き，ハモってはいいるが声の質によって合唱の響きも異なってくることを感じ取り，歌い方の工夫にも生かせるようにする。なお，実際の合唱では，既習曲の部分２部合唱を中心に，この題材以降も取り上げていく。

---

[11] 平成 19 年 11 月 19 日に伊丹アイフォニックホールで行われた，西岡信雄による講演「南太平洋のコーラス」（アイフォニック民族文化サロン“話題の地球儀”No.162 からヒントを得た。

☆草野心平作詩，坪能克裕作曲《かえるのうた一勝手なコーラスより》

草野心平の１９行にわたるかえるの声のオノマトペを１９人で読むという作品。詩を読むことで合唱となる，合唱の導入期に相応しい教材である。

③リコーダーと友達になろう＊＊

リコーダーの基本的な技能を学習する題材である。なお，教材曲は，鍵盤ハーモニカの導入期で取り上げた曲と重複するようにして，最初の音高を変えても旋律は同じになるといったことや，２音階，３音階でふしがつくれることを，ふしづくりを通して感じ取れるようにもしていく。

④おどりと音楽＊

おどりの周期を通じて拍子を感じ取ることをねらいとした題材。バンブーダンスや他の周期をもつ踊りを見たり体験したりしていく。

⑤ピラミッドミュージックをつくろう＊＊

全音符，２分音符，４分音符，８分音符の音価の比を理解し，４つの音符を階層的に重ねたリズムに基づいて音楽をつくる活動が中心の題材。これらの音符及び休符を学習した後，４人グループで１台のオルガンの３オクターブにわたるドの音だけでリズムの重なりをつくる《オルガンピラミッド》（譜例３），グロッケン，ビブラフォン，シロフォン，マリンバを使って任意の音高でリズムの重なりをつくる《マレットピラミッド》（図３）を演奏する。また最後には，ガムラン音楽を聴き，階層的なリズムの重なりによる音楽のよさを感じ取る。

譜例３

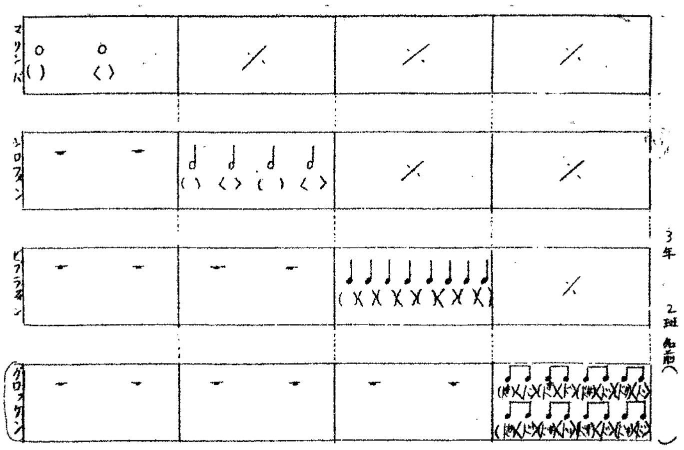


図３

※　全音符，２分音符，４分音符，８分音符，全休符，２分休符，４分休符，８分休符

⑥黒鍵を使って音楽をつくろう＊

いくつかの黒鍵の音高を組み合わせてつくったモティーフを重ねながらグループで音楽をつくっていく活動が中心の題材。また，周囲のパートの音を聴きながら演奏することの大切さを感じ取っていく。

グループの音楽づくりは，次のようなルールで行う。

・１グループ４−５人。使う楽器は任意の鍵盤楽器。
・以下の方法で音楽をつくる。
「自分がつくった黒鍵の音楽を繰り返す（順番に入っていく）」→「(全員が入ってからしばらくして）自分がつくった黒鍵の音楽＋ラ＃ーファ＃ード＃の３音モティーフを繰り返す」→「ラ＃ーファ＃ード＃の３音モティーフを繰り返す（最初はバラバラで，次第に全員で揃えて)」

なお，この音楽づくりは武満徹作曲《ウォーターウェイズ》の構造に基づいていおり，音楽づくりの前後には，バラバラに演奏されていた各パートが１つの音型に収斂していくようすをこの曲を鑑賞する。

☆武満徹作曲《ウォーターウェイズ》

山々で生まれたいくつもの小さな川が，下流にいくにつれて次第に合流し，ついには１つの大きな河となって海に流れていくようすを描いた，ピアノ，２台のハープ，２台のヴィブラフォン，ヴァイオリン，チェロ，クラリネットのための１９７８年の作品。川の合流がドーラ♭ーミ♭の３音モティーフに象徴されている。

(4) ４年生

①和楽器に親しもう＊＊

箏や三味線で簡単な日本のふし（《さくらさくら》）を演奏しながら親しむことをねらいとした題材。また，箏や三味線の様々な奏法やその音色のよさを，鑑賞活動を通して感じ取っていく。

②拍子を感じて

３年生の「おどりと音楽」を発展させた題材。オスティナート音型をもとに音楽の拍子について学習していく。また，オスティナートがベースになっている楽曲（C．オルフ作曲《夜明け》）を合奏し，理解を深めるようにしていく。

☆一柳慧作曲《時の佇まいV》

正倉院の復元楽器の１つである方響（調律された金属板によるチャイム）のために１９９８年に書かれた作品。５拍子のオスティナートが終始刻まれており，等速的なリズムによる周期的な音型が拍子になっていることを聴き取るのに相応しい教材である。

※　２／４，３／４，４／４，６／８，反復記号，メトロノーム記号

③鳥の音楽をつくろう

音階構成音を組み合わせてモティーフをつくる活動が中心の題材。まず鳥の声を模倣した作品を聴き，単なる効果音ではなく音高を指定することによって鳥の声がつくれること，また音階によって響きが異なることを感じ取る。続いて各自が鳥の声をつくり，それをグループで重ね合わせて鳥の音楽をつくる。

④郷土の音楽に親しもう

神戸市の郷土芸能を中心に扱った題材。地車，獅子舞の地域ごとのふしや囃子の違いを感じ取ったり，灘の酒造り唄から民謡と仕事の関係を，他の地方のものとも比較しながら学習したりしていく。

⑤倍音の音楽

５年生の「和音について知ろう」に先行する題材。ホーミーやムックリによる音楽などを聴き，倍音の構造とそこから旋律や和音が紡ぎ出されることを感じ取る。

※　へ音記号

⑥ドミソの音楽をつくろう＊

長音階の旋律の構造を学習する題材。第４章で取り上げたハ長調の旋律構造をもとにモティーフをつくり，それをT. ライリー[12]作曲《in C》をモデルにしてグループで重ね合わせて音楽をつくっていく。

☆T. ライリー作曲《in C》

１９６４年に書かれたドの音のパルスにのせて，５３個のモティーフが組み合わされてつくられているミニマル・ミュージックの代表的な作品。モティーフには「ドだけでつくられたモティーフ」「ドミソでつくられたモティーフ」「ハ長調の音階（＋α）から音を選んでつくられたモティーフ」の３種類があるが，決まった総譜はなく，奏者はモティーフの組合わせを自分たちでつくって演奏

---

[12] Riley, T. M. (1935-)現代アメリカの作曲家。ミニマルミュージックによる作品を多数作曲している。

するようになっている。ハ長調によるモティーフづくりや，その重ね方のモデルとして相応しい教材である。

※　アクセント，スタッカートについては，４年生のまとめの題材で扱う。

⑸５年生

①和音について知ろう

主要３和音について学習する題材。まず「起立—礼—着席」や「アーメン」のように身近に用いられているカデンツから，和音の変化によって音楽のまとまりが生まれることを感じ取る。続いて，Ⅰ—Ⅴ—Ⅰ，Ⅰ—Ⅳ—Ⅴ—Ⅰ，Ⅰ—Ⅳ—Ⅰのカデンツの組合せをもとに簡単な旋律をつくっていく。

※　スラー，タイ

②アジアの音楽に親しもう

ガムラン音楽やフィリピンのカリンガ族の音楽のように音と音の間を別の音で埋めていくというリズム構造をもつ音楽を経験しながら，拍の２，４，８分割について学習していく題材。また，ガムラン音楽の合奏を通じて長調，短調以外の旋法の響きを感じ取ることもねらいとしている。

③長調と短調＊

長音階と短音階の違いを学習する題材。長調の旋律を短調に変える活動を通じて，長調と短調の理論的な違いを知り，それとともに実際の響きの違いを味わっていく。

④ラドミの音楽をつくろう＊＊

４年生３学期の「ドミソの音楽をつくろう」を発展させた題材である。ここでは，Ｐ．グラス[13]作曲《逆の動きの音楽》をモデルに，さらにモティーフに逆行や反行の操作を施して発展させていくことについても学習していく。

☆Ｐ．グラス作曲《逆の動きの音楽》

モティーフとその反行形の反復をベースによってつくられている１９６９年に書かれたオルガンのための作品。モティーフの変形操作とそれによってつくられる音楽の響きを味わうことができる教材である。

⑹６年生

①ハーモニーの美しさを味わおう

ソプラノ，アルト，テナー，バスという西洋音楽の基本構造について学習す

---

13 Glass, P. (1941-). アメリカの作曲家。インド音楽の影響を受けたミニマル・ミュージックの作品を多く作曲。近年はオペラの分野でも活躍している。

る題材。声やオーケストラの楽器群が，基本的にはソプラノ，アルト，テナー，バスの４パートで構成されていることを知り，その響きの豊かさを味わう。

②ナンバーミュージックをつくろう＊＊

拍の自由な分割によるリズムについて学習する題材。１拍あたりの音数という形で拍の分割リズムをつくり，それらの組合せを工夫しながら，M. フェルドマン[14]作曲《アウト・オブ・ラストピーシーズ》，《イクシオン》をモデルに，グループで音楽をつくっていく。なお図４は，子どもがつくった数字譜である。

☆M. フェルドマン作曲《アウト・オブ・ラストピーシーズ》，《イクシオン》

共に１拍あたりの音数のみを指定した数字譜で記された作品。前者は管弦楽のための１９５８年の作品で，数字譜による作品の響きの多彩さを味わうのに相応しい教材である。後者は，アンサンブルのための１９５８年の作品で，後半に全パートの数字が１，すなわち全員が１拍ずつ刻むリズムを演奏する部分もあり，数字譜の音楽をつくっていく上での工夫の仕方を感じ取ることができる教材である。

ナンバーミュージックをつくろう

6 年 1 班 2

										10										20
グロッケン	2			3				2			3			1		4				6
ビブラフォン		3		1				2				6		1		5				5
シロフォン			1			4		2		3				1			7			4
マリンバ			1			2		2			5			1		3				4
オルガン		3			4			2		4				1			6			5
シンセ	2				6			2			3			1				8		6
備考	あわせる所を大きく。(2) 小さくする方は[illegible] 20ところで数字が大きい方が音を大きくする。(大小) 小さいとこは 音を小さくする。(小く) シンセ・オルガン																			

図４

[14] Feldman, M. (1926-1987). アメリカの作曲家。図形楽譜を用いた作品を多数作曲している。また晩年は反復を基調とした数時間に及ぶ作品を作曲している。

③部分と全体の関係に気を付けて音楽を味わおう＊＊

音楽の全体的なよさや美しさを味わうことをねらいとした題材。《春の海》をＡＢＡ′の三部形式のＡとＢ，ＢとＡ′の変わり目を注意して聴きながら音楽の変化を予想するという活動を通じて，音楽が対照的な性格をもつ部分があることによって音楽全体のよさや美しさが生まれることを味わっていく。

④ラソファミの音楽をつくろう＊＊

和音の変化に合わせてモティーフを変化させる活動を中心とした題材。基本となるイ短調のモティーフを，Ⅰ―Ⅶ―Ⅵ―Ⅴという和音進行に合わせて移高させて１つのフレーズをつくる。そして，グループでフレーズの重ね合わせを工夫して音楽をつくっていく。

☆Ｐ．グラス作曲《サティアグラハ》より第１幕第１場

１９８０年に書かれた，インドのガンジーを主人公にしたグラスにとっての２番目のオペラ。短調（ヘ短調）のⅠ―Ⅶ―Ⅵ―Ⅴの和声進行にのせて様々なメロディが展開されていく作品で，本題材での音楽づくりのモデルとして相応しい教材である。

７．評価―発達段階評価

「指導と評価は一体である」とよく言われるが，カリキュラムが異なれば，それに見合った評価方法が存在する。本カリキュラムでは，「発達段階評価」がそれである。

「発達段階評価」とは，文字通り，子どもの音楽認識が今どの段階かということを評価するもので，その題材の学習内容の到達度を測るものではない。また，このような評価を行うことによって，子ども一人一人に対して，どのような働きかけをしていけばを明確に示すことができる。

この評価の具体的な方法には，次のようなものがある。

１つ目は，子どもが活動内容を，どのように言語かするかを記録することによって発達段階を把握するという方法である。例えば，第１章で，

> ♩ ♪♪♩ ♪♪と♪♪♩ ♪♪♩ ，そして♩ ♪♪♪♪♩ の，全て６音からなる３つのリズムを聴き分けるゲームでＣさんは，「わからへん」と，その違いを理解できなかった。

という事例を紹介したが，このような子どもの自然な発言から，その子どものその時点でのリズム認識の様相（この事例では音の数によるリズム認識）が評価できるのである。

２つ目は，第１章で取り上げたリズムの聴き取りテストのように，与えられた課題に対する「誤り」の分析である。「誤り」は決してでたらめの産物ではなく，課題に対して子どもが一生懸命考えた末に到達した結論である。そして，その結論は音楽認識の働きによって導かれる。つまり，どのような「誤り」をしているかを把握することによってもまた，音楽認識の発達段階を評価することができるのである。

なお，ここで言う発達段階は，あくまでも発達の個人内の時間的順序だけを想定しており，何歳で何ができるといった年齢との相関は問題にしていない。

ところで，この「発達段階評価」は，通常の「観点別評価」とは大きく異なる。「観点別評価」では，題材の目標に対する到達度を評価規準に基づいて評価がなされる。つまり，学習活動に子どもを合わせているのである。一方，「発達段階評価」では，様々な段階の子どもが一緒に活動できるように，子どもに学習活動を合わせる。そのため，「観点別評価」のように，「Ｃ」すなわち到達度が低いという評価は，基本的には存在しないのである。

「観点別評価」では，それぞれの単元や題材の目標をクリアしていくことが求められる。そして，その積み重ねによって能力が伸びていくのであるが，逆に一度躓くとその先にはなかなか進めないというのも事実である。学習内容に対するレディネスが整っていなければ，学習効果は上がらないのである。

そのような問題に対する１つの回答が，本カリキュラムであり「発達段階評価」なのである。

但し，学習指導案を作成したり，通知表によって学習の成果を保護者に説明したりする場合，現在の枠組みの中では「発達段階評価」を「観点別評価」に置き換えることが必要になってくる。それを具体的に示したのが表８である。なお実際の評価では，「音楽的感受と表現の工夫」，「表現の技能」，「鑑賞能力」では，想定されている音楽認識で活動に取り組んでいる場合は「Ｂ」，想定以上の場合は「Ａ」となる。一方，「関心・意欲・態度」では，自分の音楽認識を高めようとしているかが規準となって「Ａ」もしくは「Ｂ」となる。「Ｃ」がつくのは，音楽認識の発達とは別に，「この曲を目標に到達するまでの期間が限定されている場合のみである。

表8-1　題材の評価規準案（1年）

題材	題材の評価規準			
	ア	イ	ウ	エ
	音楽への関心・意欲・態度	音楽的な感受や表現の工夫	表現の技能	鑑賞の能力
ようこそ○○しょうがっこうへ	友達と一緒に歌ったり音楽遊びをすることを楽しんでいる。	友達と一緒に歌ったり音楽遊びをすることのよさや楽しさを感じ取っている。	範唱を聴き，歌詞や身体の動きに注意して歌っている。	歌詞と動きの対応に注意して音楽遊びの楽しさを感じ取りながら範唱を聴く。
けんばんハーモニカとともだちになろう	鍵盤ハーモニカの音色に興味をもち，進んで学習に取り組んでいる。	いい音で演奏できるように，息遣いや指遣いを工夫している。	タンギングや指遣いなど基本的な演奏技能を身に付け，簡単な旋律を演奏している。	鍵盤ハーモニカの音色に気を付けて聴く。
いろいろながっき	世界各国の楽器の音色に興味・関心をもって聴こうとしている。	個々の楽器の音色の特徴を感じ取っている。また楽器の音色に気を付けて音の出し方を工夫している。	鳴らし始め，鳴らし終わりのタイミングに気を付けて演奏している。	いろいろな楽器そのものに興味をもち，楽器の音色に気をつけて聴く。
つよい音，よわい音	音の強弱の違いによる表現の違いに興味・関心をもっている。	強弱の表現を工夫している。	強弱に気を付けてよりよい表現を目指して歌っている。	強弱の特徴に気付いて聴く。
こえをとおくまでひびかせよう	物売り声に興味，関心をもって聴いたり模倣したりしている。	遠くに響く物売り声になるよう声の出し方を工夫している。	声の出し方を工夫して物売り声づくりをしている。	物売り声のよさや楽しさを感じ取りながら聴く。
たのしい音楽会	音楽会に向けて自分がもっている力を発揮できるよう進んで取り組んでいる。	友達の表現を聴き，そのよさを感じ取っている。	みんなの声や楽器の音に合わせて演奏している。	音楽表現のよさや楽しさを感じ取りながら範唱や範奏，友達の表現を聴く。
ふたりでいっしょに	バッテリー奏に興味をもち，進んで演奏に取り組んでいる。	バッテリー奏の音色の組み合わせを工夫そている。	簡単ななリズム譜を見てリズムのバッテリー奏をしている。	バッテリー奏のおもしろさを感じ取って聴く。
しずかな音がく	余韻や静寂に興味．関心をもっている。	余韻や静寂が生かされるよう演奏を工夫している。	余韻や静寂を表現している。	余韻や静寂のよさを感じ取って聴く。
ことばをつないでリズムをつくろう1	ことばを組合せてできるリズムに興味をもち，リズムアンサンブルに進んで取り組んでいる。	変拍子のリズムのおもしろさを生かして表現を工夫している。	速さを合わせてリズムアンサンブルをしている。	楽曲を特徴付けているリズムに気付いて聴く。
1つのものからたくさん音をみつけよう	1つの素材から出すことができるいろいろな音の響きに興味．関心をもっている。	見つけた音そのもののおもしろさを生かした表現を工夫している。	音の出し方を工夫して音楽づくりをしている。	1つの素材から出すことができる音色んい気を付けて聴く。
もうすぐ2年生	2年生のまとめとなるよう斉唱や合奏に意欲的に取り組んでいる。	互いの表現のよさを感じ取りグループの演奏がよいものになるように工夫している。	リズム，旋律，強弱，速さにきを付けて演奏している。	それぞれのグループのよさを感じ取りながら聴く。

表８-２　題材の評価規準案（２年）

題材	題材の評価規準			
	ア	イ	ウ	エ
	音楽への関心・意欲・態度	音楽的な感受や表現の工夫	表現の技能	鑑賞の能力
ひとりとみんな，みんなとひとり	一人歌い—全員歌いに興味をもち楽しく歌おうとしている。	情景を想像しながら歌い方を工夫している。	強弱に気をつけて歌っている。	一人歌い—全員歌いのよさを感じ取って聴く。
ことばをつないでリズムをつくろう２	ことばを自由に組合わせてできるリズムのおもしろさに興味・関心をもっている。	変拍子のおもしろさがでるようリズムづくりを工夫している。	４分音符と８分音符の違いに気をつけてリズムアンサンブルをしている。	変拍子のリズムのおもしろさを感じ取って聴く。
白と黒で	半音階の響きのおもしろさに興味・関心をもっている。	音高の順次的な変化を感じ取り演奏を工夫している。	半音階に気をつけて楽器を演奏している。	半音階の響きのおもしろさを感じ取って聴く。
声で音楽をつくろう	いろいろな声の響きに興味・関心をもっている。	音高の連続的な変化を中心に，表現を工夫している。	声の出し方を工夫して音楽づくりしている。	いろいろな声の響きのおもしろさを感じ取って聴く。
ようすをおもいうかべて１	情景を思い浮かべながら楽しく歌ったり聴いたりしようとしている。	情景を想像しながら音楽を聴く楽しさを感じ取っている。	歌詞に書かれた情景を思い浮かべながら歌っている。	特徴的な音色に気を付けて聴いている。
たのしい音楽会	音楽会に向けて自分がもっている力を発揮できるよう進んで取り組んでいる。	友達の表現を聴き，そのよさを感じ取っている。	自分の音に気を付けながら，みんなの声や楽器の音に合わせて演奏している。	音楽表現のよさや楽しさを感じ取りながら範唱や範奏，友達の表現を聴く。
ようすをおもいうかべて２	情景と音の動きを結び付けながら楽しく歌ったり聴いたりしようとしている。	情景を表している音色，強弱，速さの特徴を感じ取っている。	歌詞に書かれた情景を思い浮かべながら歌っている。	情景と音の動きを結び付きのおもしろさを感じ取って聴く。
みんなでいっしょに	等速的なリズムの役割に興味・関心をもっている。	主なリズムの特徴を感じ取っている。	音楽に合わせて等速的なリズムを打つことができる。	楽曲を特徴付けているリズムの速さの特徴に気付いて聴く。
打楽器で音楽をつくろう	様々な打楽器の音の響きに興味．関心をもっている。	いろいろな打楽器様々な音のおもしろさに気付いている。	様々な打楽器の音を使って音楽をつくっている。	打楽器の音楽のよさを感じ取りながら聴く。
もうすぐ3年生	２年生のまとめとなるよう斉唱や合奏に意欲的に取り組んでいる。	互いの表現のよさを感じ取りグループの演奏がよいものになるように工夫している。	リズム，旋律，強弱，速さにきを付けて演奏している。	それぞれのグループのよさを感じ取りながら聴く。

表８－３　題材の評価規準案（３年）

題材	題材の評価規準			
	ア	イ	ウ	エ
	音楽への関心・意欲・態度	音楽的な感受や表現の工夫	表現の技能	鑑賞の能力
楽ふとこんにちは	楽譜に興味をもち進んで視唱に取り組んでいる。	音の高さの変化を感じ取って表現を工夫している。	階名やト音記号を理解して表現することができる。	音の高さの変化を感じ取って聴く。
合唱にチャレンジしよう	合唱に関心をもち進んで歌おうとしている。	友達と一緒に声を重ねて歌うことの楽しさを感じ取っている。	簡単な二部合唱をしている。	声の組合せによって生まれる響きのおもしろさを感じ取って聴く。
リコーダーと友だちになろう	リコーダーの音色に興味をもち，進んで学習に取り組んでいる。	いい音で演奏できるように，息遣いや指遣いを工夫している。	タンギングや指遣いなど基本的な演奏技能を身に付け，簡単な旋律を演奏している。	リコーダーの音色に気を付けて聴く。
おどりと音楽	音楽と踊りの関係に興味・関心をもっている。また，音楽に合わせて踊ることに意欲的に取り組んでいる。	拍子に合うように踊り方を工夫している。	音楽に合わせて踊っている。	踊りと音楽の関わりにを感じ取って聴く。
楽しい音楽会	音楽会に向けて自分の役割を果たせるよう進んで取り組んでいる。	曲想に合った演奏の仕方を工夫している。	リズム，旋律，強弱，テンポ音色などの要素を感じ取って演奏している。	楽曲を特徴付けているリズム，旋律，強弱，テンポ音色などの要素の働きを感じ取って聴く。
ピラミッドミュージックをつくろう	リズムの階層的な重なりの響きに興味をもち，進んで音楽づくりに取り組んでいる。	リズムにのせる音高の組合せを工夫している。	全音符，２分音符，４分音符，８分音符の音価の関係を理解してリズムを演奏している。	リズムの階層的な重なりの響きのおもしろさを感じ取って聴く。
黒鍵を使って音楽をつくろう	黒鍵のみを使った音楽の響きに興味をもち進んで音楽づくりに取り組んでいる。	黒鍵の組合せを工夫している。	それぞれがつくったモティーフの組合せを工夫して音楽をつくっている。	黒鍵のみを使った音楽の響きのおもしろさを感じ取って聴く。
もうすぐ４年生	３年生のまとめとなるよう合唱や合奏に意欲的に取り組んでいる。	音楽表現のよさや美しさに気付きグループの演奏がよくなるよう表現の工夫をする。	自分のパートの役割を考えながら演奏している。	音楽のよさや美しさを感じ取りながら友達の表現を聴く。

表８－４　題材の評価規準案（４年）

題材	題材の評価規準			
	ア	イ	ウ	エ
	音楽への関心・意欲・態度	音楽的な感受や表現の工夫	表現の技能	鑑賞の能力
和楽器に親しもう	箏や三味線の音色に興味をもち進んで学習に取り組んでいる。	いい音で演奏できるよう奏法を工夫している。	箏や三味線で簡単旋律を演奏している。	箏や三味線の音色のよさを感じ取って聴く。
拍子を感じて	オスティナートのリズムや音型をもつ音楽に興味・関心をもち，演奏したり聴こうとしたりしている。	オスティナートのもつよさを感じ取り，それを演奏に生かそうと工夫している。	拍子に合わせて演奏している。	オスティナートのもつよさを感じ取って聴く。
鳥の音楽をつくろう	音高を組み合わせて鳥の声がつくれることに興味・関心をもち進んで音楽づくりに取り組んでいる。	自分が表現したいことの思いを広げ，鳥の声づくりで音高の組合せやリズムを工夫している。	音高，リズムの組合せを工夫して鳥の声の音楽をつくっている。また各自がつくった音楽の組合せを工夫してグループ全体で１つの音楽をつくっている。	音高の組合せの工夫によってつくられる鳥の声の音楽のおもしろさを感じ取って聴く。
楽しい音楽会	音楽会に向けて自分の役割を果たせるよう進んで取り組んでいる。	曲想に合った演奏の仕方を工夫している。	リズム，旋律，強弱，テンポ音色などの要素を感じ取って演奏している。	楽曲を特徴付けているリズム，旋律，強弱，テンポ音色などの要素の働きを感じ取って聴く。
郷土の音楽に親しもう	郷土の音楽に興味・関心をもち進んで学習にと1君でいる。	ジャンルや地域ごとの音楽的な特徴の違いを感じ取っている。	ふしや響きの特徴を感じ取って演奏している。	郷土の音楽のそれぞれのよさや美ししあを感じ取って聴いている。
倍音の音楽	声や楽器の倍音に興味・関心をもって聴こうとしている。	ドローン上に展開される倍音の旋律のよさを感じ取っている。	ドローンに合わせてふしを演奏している。	倍音を生かした音楽のよさを感じ取って聴く。
ドミソの音楽をつくろう	ハ長調の旋律の構造に興味・関心をもち音楽づくりに進んで取り組んでいる。	モティーフの組合せによって生まれる響きを感じ取っている。	それぞれがつくったモティーフの組合せを工夫してグループで音楽をつくっている。	モティーフの組合せによって生まれる響きの広がりを感じ取って聴く。
もうすぐ５年生	４年生のまとめとなるよう合唱や合奏に意欲的に取り組んでいる。	音楽表現のよさや美しさに気付きグループの演奏がよくなるよう表現の工夫をする。	自分のパートの役割を考えながら演奏している。	音楽のよさや美しさを感じ取りながら友達の表現を聴く。

表８−５　題材の評価規準案（５年）

題材	題材の評価規準			
	ア	イ	ウ	エ
	音楽への関心・意欲・態度	音楽的な感受や表現の工夫	表現の技能	鑑賞の能力
和音について知ろう	和音に興味・関心をもちより豊かな歌唱表現，器楽表現をしようとしている。	音楽表現の豊かさや美しさに気付き，音の重なりや和声の響きを工夫している。	合唱，アンサンブルの中で美しく響き合う音を探りながら演奏している。	旋律と一体となって響く和音の美しさを感じ取って聴く。
アジアの音楽に親しもう	アジアのいろいろな音楽に興味・関心をもち進んで聴いたり演奏したりしている。	リズム構造や旋法の特徴を理解し，表現の仕方を工夫している。	リズム構造や旋法の特徴を理解し演奏している。	リズム構造や旋法のよさや美しさを感じ取って聴く。
楽しい音楽会	音楽会に向けて進んで友達と心を１つにして歌唱表現，器楽表現に取り組もうとしている。	楽曲に相応しい歌声や楽器の音色に気付き，豊かな演奏になるよう工夫している。	リズム，旋律，強弱，テンポ，音色，和音などの要素の相互の関わりを捉えて演奏している。	リズム，旋律，強弱，テンポ，音色，和音などの要素の相互の関わりを感じ取って聴く。
長調と短調	長調と短調の違いに興味・関心をもって演奏したり聴こうとしたりしている。	調と曲想が結び付きながら音楽全体の美しさを生み出していることを感じ取っている。	長調と短調の違いを理解し，表現の仕方を工夫して演奏している。	調と曲想の結び付きを感じ取って聴く。
ラドミの音楽をつくろう	モティーフの変奏に興味・関心をもち，音楽づくりに進んで取り組んでいる。	モティーフの逆行形，反行形の組合せによる表現の仕方を工夫している。	モティーフの逆行形，反行形の組合せを工夫して音楽をつくっている。	モティーフの変奏およびその組合せのおもしろさを感じ取って聴く。
もうすぐ６年生	５年生のまとめとなるよう合唱や合奏に意欲的に取り組んでいる。	音楽表現のよさや美しさに気付きより豊かな演奏になるよう表現の工夫をする。	友達のパートに耳を傾け美しく響き合うよう演奏している。	音楽のよさや美しさを感じ取りながら友達の表現を聴く。

表8－6　題材の評価規準案（6年）

題材	題材の評価規準			
	ア	イ	ウ	エ
	音楽への関心・意欲・態度	音楽的な感受や表現の工夫	表現の技能	鑑賞の能力
ハーモニーの美しさを味わおう	いろいろな演奏形態による音楽に興味・関心をもち進んで聴いたり演奏したりしている。	いろいろな演奏形態による音楽の美しあや特徴を感じ取っている。	和音や和声を感じ取って演奏している。	いろいろな演奏形態による音楽に親しみ響きの美しさを感じ取って聴く。
ナンバーミュージックをつくろう	いろいろな音の響きの組合せや1拍あたりの音の密度を工夫して進んで音楽づくりに取り組んでいる。	1拍あたりの音の数や間を生かした表現の仕方を工夫している。	1拍あたりの音の密度や間を生かしてグループで音楽をつくっている。	いろいろな音の響きの組合せや1拍あたりの音の密度の違いから生まれる音楽のよさや美しさを感じ取って聴く。
楽しい音楽会	音楽会に向けて進んで友達と心を1つにして歌唱表現，器楽表現に取り組もうとしている。	楽曲に相応しい歌声や楽器の音色に気付き，豊かな演奏になるよう工夫している。	リズム，旋律，強弱，テンポ，音色，和音などの要素の相互の関わりを捉えて演奏している。	リズム，旋律，強弱，テンポ，音色，和音などの要素の相互の関わりを感じ取って聴く。
部分と全体の関係に気を付けて音楽を味わおう	楽曲全体の曲想やその変化に気付き，音楽のよさや美しさを味わって聴こうとしている。	楽曲全体の曲想やその変化を感じ取っている。	楽曲全体の曲想やその変化を感じ取って演奏している。	楽曲全体の曲想やその変化に気付き，音楽のよさや美しさを味わって聴く。
ラソファミの音楽をつくろう	和音の変化が生み出す音楽のよさや美しさに興味・関心をもち，音楽づくりに進んで取り組んでいる。	モティーフの移高形の組合せによる表現の仕方を工夫している。	モティーフの移高形の組合せを工夫して音楽をつくっている。	和音の変化が生み出す音楽のよさや美しさを感じ取って聴く。
卒業に向けて	小学校生活のまとめとなるよう卒業式の合唱に意欲的に取り組んでいる。	小学校生活を振り返りながら気持ちのこもった合唱ができるよう表現の工夫をする。	友達のパートに耳を傾け美しく響き合うよう合唱している。	音楽のよさや美しさを感じ取りながら友達の表現を聴く。

第９章　音楽科と他教科の関わりについての可能性

音楽認識，およびその発達の様相は，リズムや音高といった音楽の構成要素と切り離して，数学的構造のみで表すことができる。つまり，音楽認識は，順序の認識，距離の認識，関係性の認識が，音楽を対象にした時に現れたものと言える。となると，順序，距離，関係性についての他の認識との関連があるのではないかと考えられる。

逆に，そうであれば，音楽科の学習活動が，音楽的な能力の育成にとどまらず，認識の枠組み全体の発達にも繋がっていくということが期待できる。本章では，その可能性について検討していく。

第１節では，第６章で示した音楽認識の数学的構造のネットワークが，音楽以外の認識についても有効であることをもとに，音楽認識が他の認識との関連性について述べる。第２節では，音楽認識と他の認識との具体的な関連性の例について，先行研究をもとに述べる。最後に第３節では，単位量の概念に着目し，音楽における拍に基づいた時間の長さの単位量の認識と，図画工作におけるセンチメートルに基づいた線の直線の長さの単位量の認識との間の関連について，筆者らの実践をもとに比較しながら，認識の枠組みの中での音楽認識の位置付けを検討していく。

第１節　音楽認識の数学的構造の一般化

１．ネットワークレベルでの音楽認識の一般化

第６章で，音楽認識の数学的構造のネットワークの図を紹介した。その骨組みを改めて示すと図１のようになる。

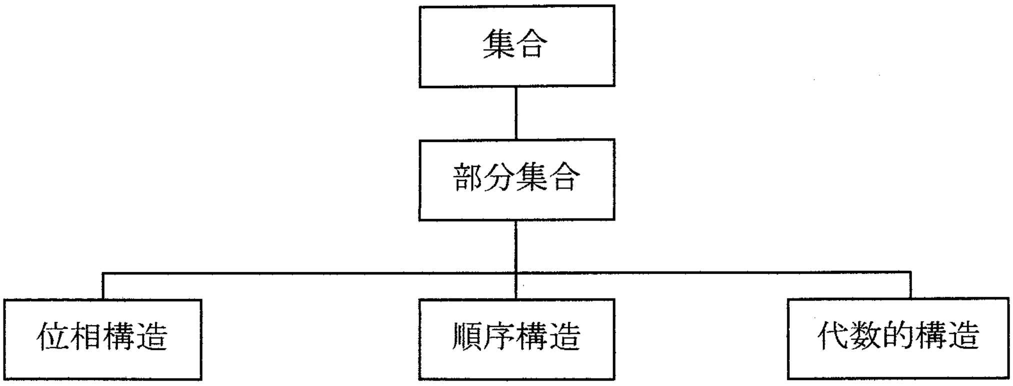


図１

しかし，このネットワークは，音楽以外にも有効である。例えば，平面図形を考えると，大雑把ではあるが図１は，図２のようになる。

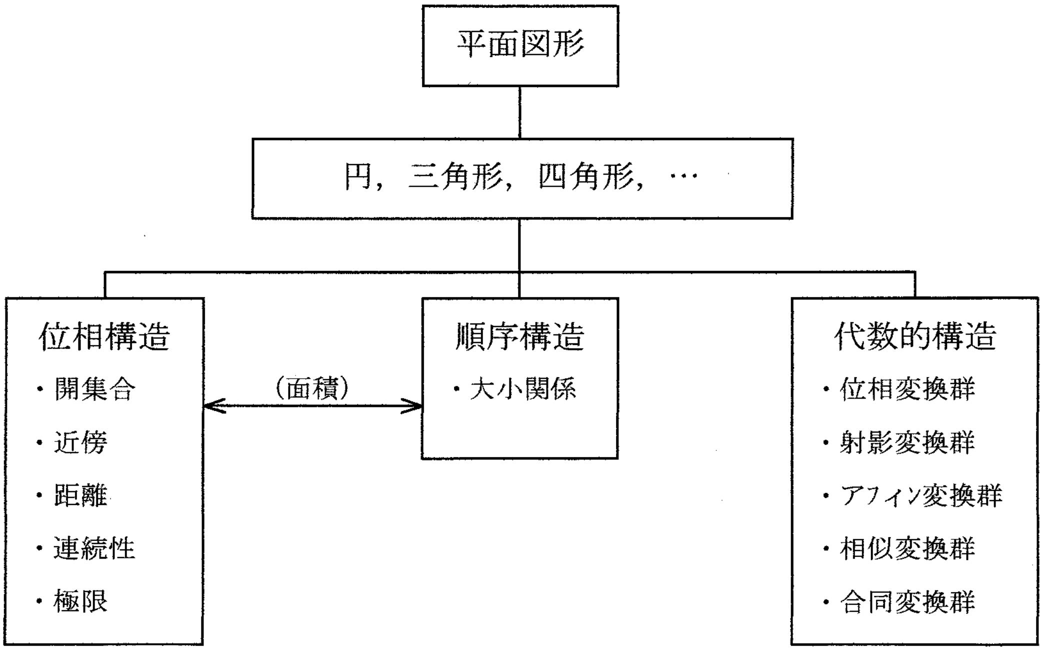


図２

さらに，より抽象的な実数を考えると，図３のようになる。

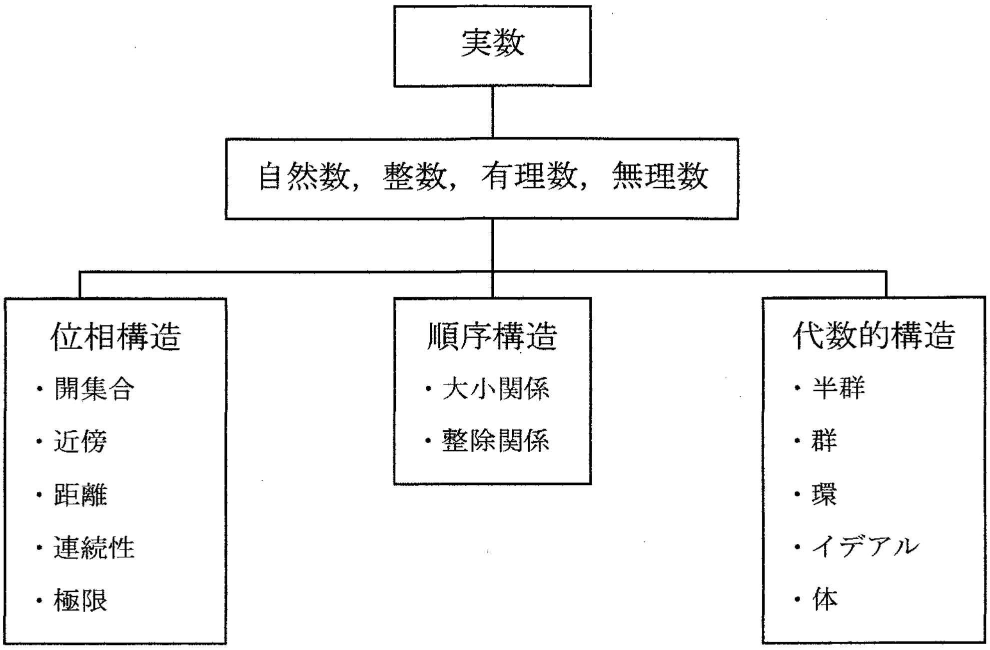


図3

そもそも，実数には3つの数学的構造が備わっている。また，音楽の場合でも図形の場合でも，その要素を実数，またはその部分集合である自然数や整数，有理数に対応させることによって，それぞれの認識の数学的構造が得られるのである。つまり，音楽認識も図形認識も，あるいはそれ以外の認識であっても，その要素を実数に対応させることができるならば，それらは全て数の認識に還元することができる，言い換えると，それらは全て実数を通じて結び付き合うのである。

2．発達のプロセスにおける音楽認識の数学的構造の一般化

リズム認識，音高認識のように，個々音楽認識には，発達に伴って数学的構造も変化する。それでは，図形認識や数の認識の発達も音楽認識の発達と同じプロセスを辿るのであろうか。

まず，数の認識について考えると，明らかに子どもの数の認識は，自然数，すなわち正の整数から始まる。続いて0が加わり，さらに正の有理数の認識へと発達していく。これは，リズム認識の発達のプロセスと同じであることがわかる。

次に図形認識について，子どもが書いたト音記号を比較しながら考えてみる。

初めて学習した際の子どものト音記号は，図４のように，①一筆書きであるということで見本と同じという段階，②線と線が交わるところ見本と同じ段階，③全体的には見本と同じだが，部分部分の大きさが歪である段階，④全体のプロポーションは見本と同じだが，五線譜に配置した時の大きさが大きかったり小さかったりする段階，⑤見本通りに書く段階の５つの段階に分けられる。そして，その発達も，①から⑤へというプロセスを辿る。

①　②　③　④　⑤

図４

これを幾何学的に見てみると，①を除くと特定の幾何学，すなわち②は位相幾何学的に，③はアフィン幾何学的に，④は相似幾何学的に，そしてユークリッド幾何学的に見た場合，見本と“同じ”形になっている。そして，ト音記号を書くといった際の図形認識の発達のプロセスも，リズム認識の発達のプロセスと同じとなっていることが言える。すなわち，音楽認識を一般化した場合でも，その発達のプロセスも，またそこに反映されるのである。

但し，それぞれの認識を数の認識に一般化してしまうと，それぞれの対象がもつ性質は失われてしまう。例えば，音の長さは，図形では線分の長さ，実数では距離（$|b-a|$（$a, b \in \boldsymbol{R}$））に対応づけられる。しかし，音程もまた，図形では線分の長さ，実数では距離（$|b-a|$（$a, b \in \boldsymbol{R}$））に対応づけられる。つまり，音の長さや音程と線分の長さ，あるいは実数上の距離そのものの認識と，例えば「音の高低は図形の線分の長さと同じ構造である」という認識は，基本的には別次元のものである。音楽認識と他の認識との関連性を考えていく場合には，その点を留意しておくことが大切である。

第２節　音楽認識と他の認識の関連性についての先行研究

１．図形認識との関連性

(1)ウォーカーによる音楽の諸要素と図形の結び付きについての研究

記譜，あるいは読譜との関連から，耳に聴こえた音楽をどのように視覚的に表すかという研究が，これまでいくつかなされてきている。例えば，ウォーカー（1978）[1]は，９歳から２５歳の子ども及び大人を対象に，音の強弱，音の高低，音色，およびそれらの変化などを視覚的にどう表すか，また逆に与えられた図形を手許の楽器でどのように表現するかといった実験を行った。

例えば，図５のような音高の変化を図形で表したもので通常の記譜法に従わないものでは，ａのように垂直方向の動きで表しているものや，ｂのように形の違いで表しているもの，さらには，ｃ音高の変化が再現されていないものと，まちまちであった。

a

b

[1] Walker, R. (1978). Perception and music notation. *Psychology of music, 6* (1), 21-46.

c

図５

ウォーカー（1987）は，別の研究[2]で，全体として音楽経験が豊富な子どもは，音高の変化を垂直方向の動きとして捉える傾向にあることを指摘しているものの，基本的には音楽の要素と図形の関係は任意であるということが，この結果からわかる。

逆に，与えられた図形を音楽で表現するという課題においても，そのことは起こる。例えば，図６のような図形が与えられ，それを手持ちの楽器で表現するという課題では，クレッシェンドが最も多かったものの，音高の変化，密度の変化（鳴らす回数を増やしていくこと）など，その表現も一意的ではなかった。

図６

但し，音楽における対称的な性質を図形における対称的な性質に対応させることができるということは，音の高低関係や強弱関係などを認識できていてはじめてなせることである。逆に，例えば音高についての概念をもっていない子どもに，単に図形の垂直方向の位置の違いをもって気付かせるということは，必ずしも可能ではないということが言える。

[2] Walker, R.（1987）. Some differences between pitch perception and basic auditory discrimination in children of different cultural and musical background. Bulletin of the Counsil for Research in Music Education, *91*. pp.166-170.

⑵バンベルガーによるリズムの図形表記についての研究

バンベルガー（1980）[3]は，４年生の子どもが，自分たちが授業でつくったリズムを忘れないように紙に書き留めるという活動で，書き表されたものが４つのタイプに分けられることを報告している。図７は，その中の１つである。

図７

Ⅰは，音の数を，Ⅱａ，Ⅱｂは速さの違いを，Ⅲは音価の違いを，そしてⅣａ，Ⅳｂは拍に基づく長さの量を図形で表していることがわかる。このリズムの図形表記は，リズム認識の発達における段階ごとの特徴と同じよなっている。同様の結果は，ユーピティス[4]（1987），ヒルデブラント[5]（1987）の研究によっても得られている。

バンベルガーの研究結果からも，音楽と図形の結び付きは一意的でないことがわかる。また，リズムにおける速さ，音価の違い，拍などの図形表記も，それらについての認識が成立しているからこそ可能になっているのである。

⑶音楽認識と図形認識の２つ対応

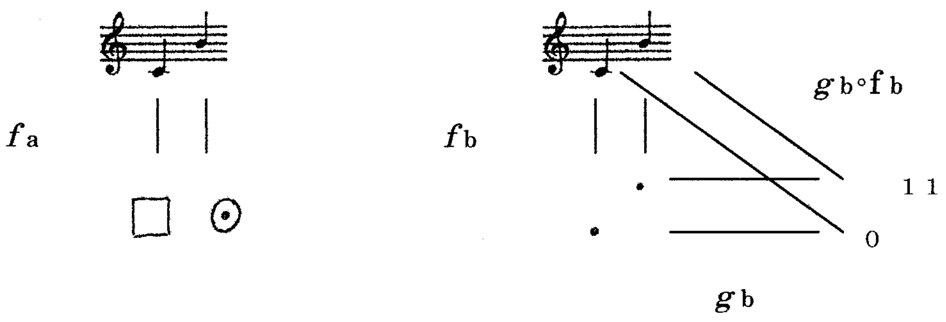
ここで改めて，音楽認識と図形認識の対応関係を，図５の例を簡略化したも

---

3 Bamberger, J. (1980) . Cognitive structuring in the apprehension and description of simple rythems. *Archives de Psychologie, 48*, pp.171-199.
4 Upitis, R. (1987) . Toward a model for rhythm development. In J. C. Peery, I. W. Peery & T. W. Draper (Eds.) *Music and child development.* New York: Springer-Verlag. pp. 54-79.
5 Hildebrandt, C. (1987). Structural-developmental research in music : conservation and repres.entation. In J. C. Peery, I. W. Peery & T. W. Draper (Eds.) *Music and child development.* New York: Springer-Verlag. pp. 80-95.

のを用いて考えてみる。

音高の変化の図形表記は，ａ：形の違いや，ｂ：図形の垂直方向の位置の違いで表されていたが，それらの対応関係を図式化すると図８のようになる。



a　　　　　　　　b

図８

ａの方の対応はf_a，通常の１対１対応である。一方ｂの方の対応f_bは，順序関係を保存する順序同型写像，すなわち，構造を保存する写像なのである。それ故，０＜１１（この数はドを０と考えた場合，シはドの１１半音上であることを意味している）という数の順序関係にも対応させることができるのである。つまり，音楽認識と図形認識の対応には，ａのような要素同士対応であるか，あるいはｂのような要素＋関係の対応かの２つがある。数学的に考えるとａは音高の集合から図形の集合への写像，ｂは音高がなす順序集合の圏（対象は個々の音高，射は第６章第１節３で示したもの）から図形がなす順序構造の圏，さらには数の順序集合がなす圏への同型関手とみなすことができる。

音楽認識このような対応の違いは，子どもの音楽能力にも反映される。例えば読譜力は，音楽の要素と楽譜の要素にｂのような対応関係の上に成立するということがわかる。つまり読譜力は，音楽認識が発達することによってはじめて身に付いていくものなのである。

また，音楽づくりで，「イメージを音楽で表す」という活動がなされることが多いが，子どもの作例では，擬音や効果音づくりに終始してしまい「がちゃがちゃやっているだけ」と非難されることがあるが，それは，音とイメージがａ

のような対応にとどまっているからである。一方，イメージに基づいていたとしても作曲家の作品は，音楽だけを聴いてもまとまりがある。それは，音楽の中で音同士が，イメージにおいても対象同士が構造化され，さらに両者がｂのように構造的に結び付いているから説得力が生まれてくるのである。近年，音楽の成り立ちに基づいた音楽づくりがクローズアップされているのは，まさにこの理由からである。

なお，ウォーカー（1987）は，ｂのような音楽認識と図形認識の構造的な対応ができる子どもほど知能指数も高くなると述べている[6]。ノートン（1980）[7]は，調性やリズムパターンの同定といった音楽認識と知能指数との間にも統計的に相関性があることを指摘している。つまり，音楽科の学習で，音楽認識と図形認識の対応付けを行っていくこと，そしてその前提となる音楽認識を育てていくことは，子どもの知能の発達も促すものであるということが言える。

２．数量の認識との関連性.

プフレーデラーがピアジェの保存の概念を音楽に応用して以来，音楽的保存とピアジェが示した様々な数量の保存との関連性についての研究が，これまで多くなされてきている。

(1)ボトヴィンの研究

ボトヴィン（1974）[8]は，１年生の子どもを対象に，「旋律の保存」とピアジェが示した「物質の保存」，「重さの保存」（同じ量のソーセージ状になっている粘土とパンケーキ状になっている粘土の同定），「数の保存」（５つの密集して並べられているのと間をあけて並べられている駒の同定）「液体の保存」（同じ量で細長い容器に入っているジュースと太くて短い容器に入っているジュースの同定）[9]の間に訓練の転移がおこるかどうかを調べた。内容は次の通りである。『Yankee Doodle』（日本では『アルプス一万尺』と知られている歌）の最初の４小節の，テンポを速くしたり遅くしたりしたものを聴かせると『Yankee

---

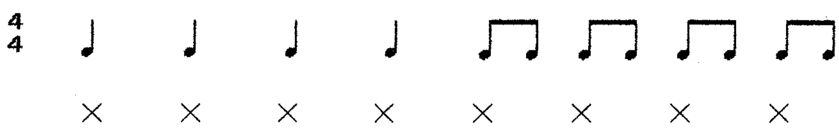
6 Walker, R. , op.cit.
7 Norton, D. (1980). Interrelations among music aptitude,IQ,.and auditory conservation. *Journal of research in Music Education, 28*(2), pp.207-217.
8 Botvin, G. J. (1974). Acquiring conservation of melody and cross-modal transfer through successive approximation. *Journal of research in Music Education, 22* (3), pp.226-233.
9 ピアジェ，J.（銀林浩，滝沢武久訳）（1965）『量の発達心理学』国土社

Doodle』と別の曲だと捉えていた子どもに対して，『Yankee Doodle』の最初の４小節の，テンポを変化させたものと，他の曲で同様にテンポを変化させたものをランダムに聴かせた。そして，テンポの変化にかかわらず『Yankee Doodle』かどうかが正しく答えられると賞賛のことばを与えられキャンディがもらえるという訓練を行った。その結果，最初はテンポが変わると別の曲だと捉えていた子どもの回答が改善された。さらに，「液体の保存」以外の「物質の保存」，「重さの保存」，「数の保存」ついても，それらに対する直接的な訓練は行われなかったにもかかわらず，回答が改善された。

この研究は，「旋律の保存」と「物質，重さ，数の保存」の相関性ではなく，テンポを速くしたり遅くしたりすることが，粘土を伸ばしたり丸めたり，駒の間隔を広げたり狭めたりすることと本質的に同じ操作であることが，テンポが変化した旋律を同定することを通して理解できるようになったと考えられる。そして，両者の認識の間に，第２節の１の(3)で示したｂのような構造的な対応が成立したと言えるのである。

(2)セラフィンの研究

セラフィン（1979）[10]は，４歳，５歳，７歳，９歳の子どもを対象に，例えば図９のようなパターンを用いて，リズムと拍打ち（×）を同時に聴かせて，音価が４分音符から８分音符，あるいは２分音符へと変化した時に，拍打ちの速さが同じままか，それとも変わったかを答えさせた。そして，セラフィンは，例えば４分音符から２分音符へとリズムが変わったときに拍打ちが速くなると感じるのは拍子が４拍子から２拍子へと変化したと認識したと考え，リズムの変化にもかかわらず拍打ちの速さが不変であることが認識できることを「拍子（meter）の保存」と呼んだ[11]。そして，「拍子の保存」は，４歳では３３％，５歳では６４％，７歳では６８％，そして９歳では７６％と，年齢があがるにつれて認識できるようになるということ結果が統計的に得られた。



10 Serafine, M. L. (1979). Meter conservation in music. *Council of Research in Music Education, 59*, pp. 98-101.
11 一般的には「テンポの保存」と考えた方がわかりやすい。

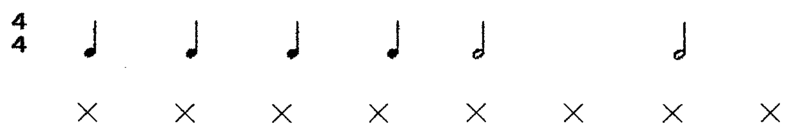


図９

「拍子の保存」は，本論文で言うところの，リズム認識の発達段階が第１段階と第２段階の間であると評価されるのだが，セラフィンは，さらに，この結果とボトヴィンのところで述べた数や重さ，そして面積，離散量，連続量の保存のテストの結果を対応させたところ，リズムが変化すると逆に拍打ちが変化したと捉える子どもほど，保存のテストでも見かけの形が変化すると，数や重さなども変化したと捉えるという統計的な結果が得られた。

ボトヴィンとセラフィンの結果から，音楽認識の発達は認識全般の発達ともある程度関連があるということが言える。逆に言えば，音楽認識を育てていくことは，子どもの認識全般を育てていくことにも繋がっていくと考えられると言えるのである。

第３節　認識間の表現レベルでの関連性

前節で，音楽認識の発達は認識全般の発達ともある程度関連があると述べたが，その具体的な現れとして表現レベルでの関連性を，筆者が平成１５年１１月から１２月に，勤務校である神戸市立大沢小学校５年生児童１６名を対象に，図画工作科の武藤達夫講師と共に取り組んだ「遠近法」を共通テーマにした題材「パースペクティブ・ミュージックをつくろう」（音楽科），「遠いものと近いもの」（図工科）の並行授業での，子どもがつくった音楽作品と絵画作品をもとに見ていく。

１．実践にあたって

（１）透視図法（遠近法）について

この並行授業，すなわち音楽科と図画工作科に共通する指導内容をの理解の口上を図るために，同時期に同じような題材で行った授業において，テーマとなったのが透視図法（遠近法）である。

絵画においては，透視図法は３次元空間の奥行きを２次元のキャンパス上に表現するための絵画の技法で，一口で言えば，「遠近感や比率によって物体を目に見えるとおり画法」のことである。透視図法では，同じ形の物でも遠くにあるほど小さく（大きさ），薄く（濃さ），重なって（重なり）見える。また，大きさ，あるいは長さの変化の割合は，２つの物の距離によって決まる。言い換えると，２つの物がどれくらい離れているかは，大きさや長さの比率によって数値として表すことができる。

一方，音楽では，前章で述べたように強弱や音色の変化（例えば弱音器の有無によるトランペットの音色の変化）によって遠近感を表現することはよく行なわれている。それに加えて，大きさや長さの比率によって距離感が定まるということを応用すれば，リズムや音高を変化させることによって遠近感を表現することができると考えられる。

そこでこの実践では，遠近感を表現する方法として，図画工作科では，大きさ，濃さ，重なりの変化，音楽科では強弱，リズム，音高の変化として，双方の授業で子どもたちに提示するようにした。また，大きさや長さの比率については，お互いに時間をとって指導するようにした。

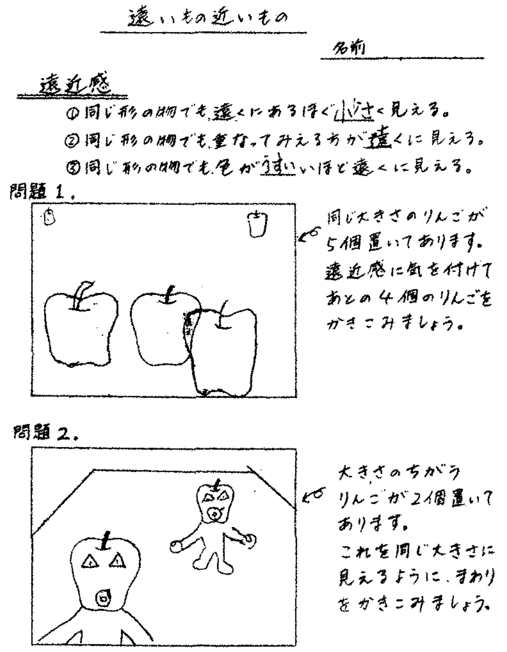
（２）グループ編成

「同じ形の物でも遠くにあるほど小さくなる」ということは，子どもたちは感覚的には十分理解できるが，実際にその比率まで意識できるかについては個人差があると予想された。

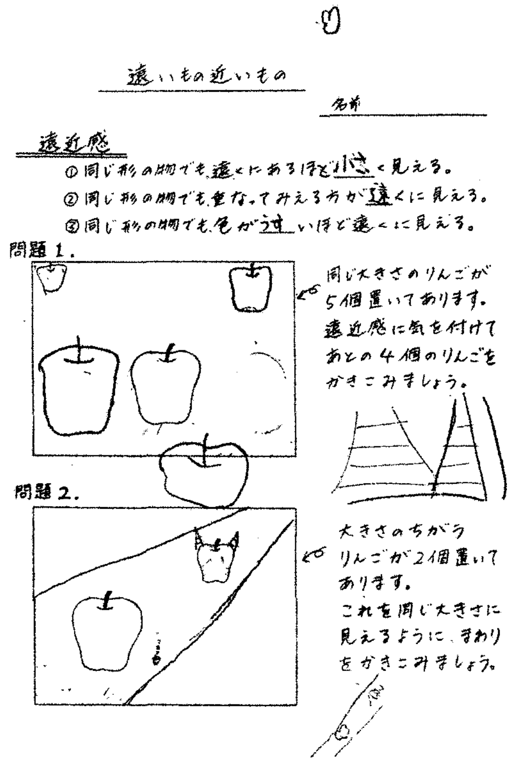
図画工作科の学習は個人で行なうが，音楽科の学習はグループによる活動を計画していた。そこで，その際のグループ編成は，図画工作科の第１・２時での３つの課題，すなわち，①：遠近関係を意識して５個のりんごを描く，②：大小のりんごが同じ大きさになるように背景を描く，③：３つのレールの絵の枕木間の幅の違いを比べる」に対する子どもの作例をもとに，人数調整のために普段の音楽の授業でのようすを加味して「Ａ：大小の比率を意識する子どものグループ（５人)」「Ｂ：大小の比率を意識はするが，感覚的な捉え方をする子どものグループ（６人)」「Ｃ：大小の比率を意識せず，ほとんど感覚的に捉える子どものグループ（６人)」の３つのグループを構成した。

なお，それぞれのグループに属する子どもが図画工作科の第１・２時で描いた絵の例が図１０（Ａグループ)，図１１（Ｂグループ)，図１２（Ｃグループ）である。「$\boxed{\text{Ａ―１}}$」のような表示は，抽出している個人を表し，「$\boxed{\text{Ａ―１}}$」と付

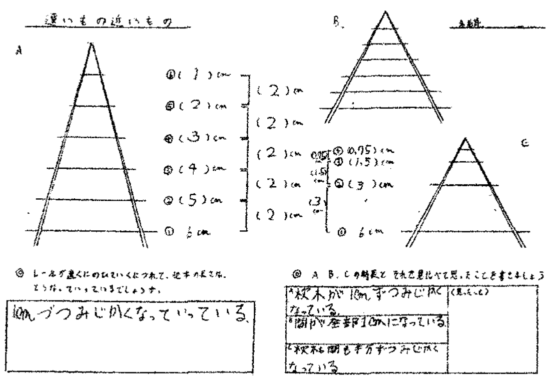
されている絵は，全て同じ子どもが描いたものを意味している。



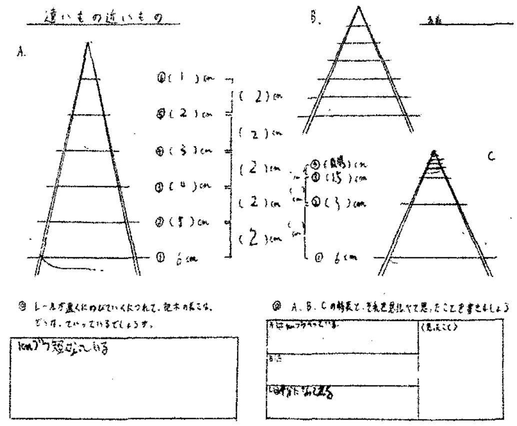
A—1—①



A—2—①

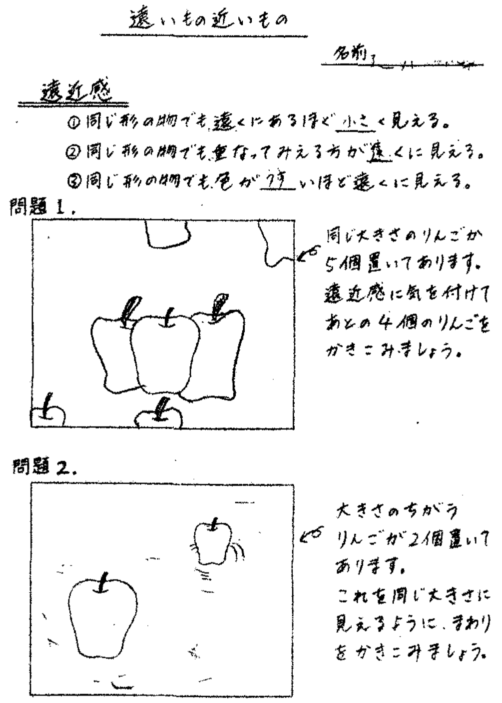


A—1—②

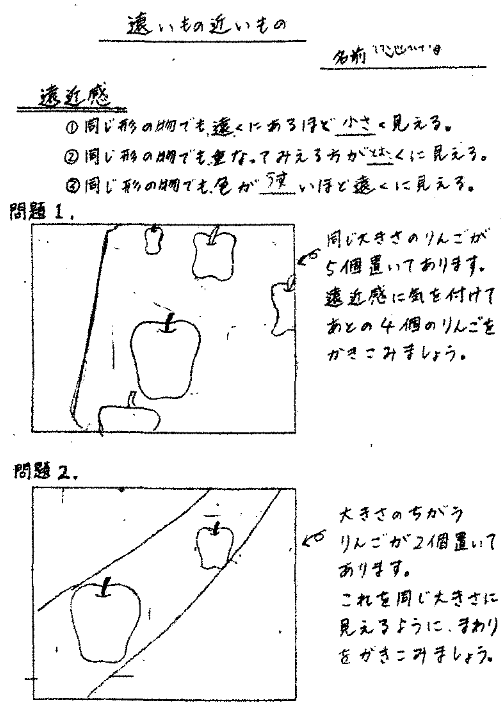


A—2—②

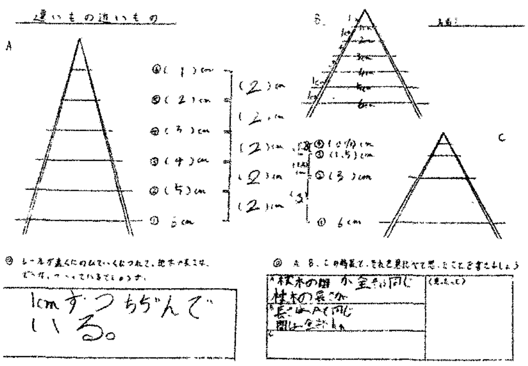
図１０　Aグループの子どもの表現例



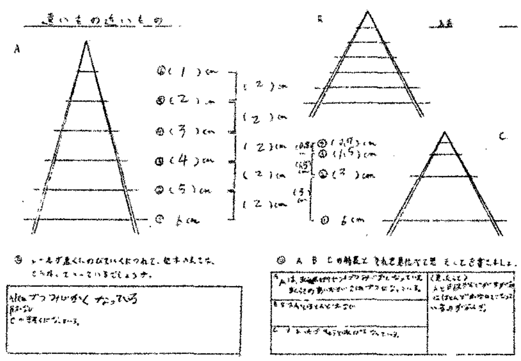
B—1—①



B—2—①

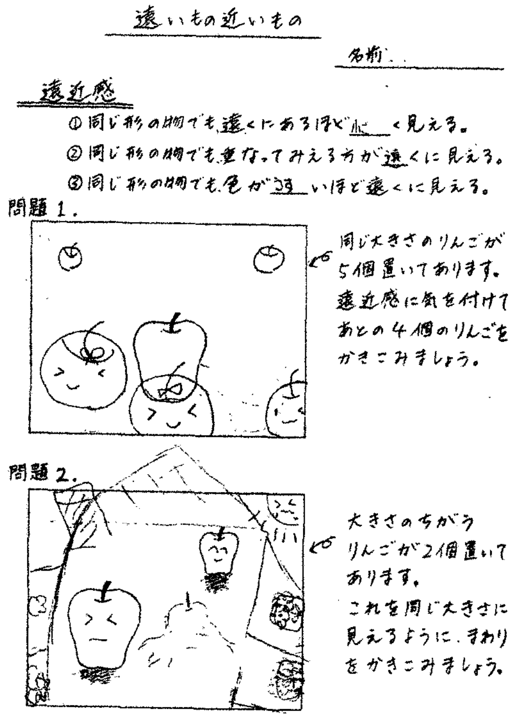


B—1—②

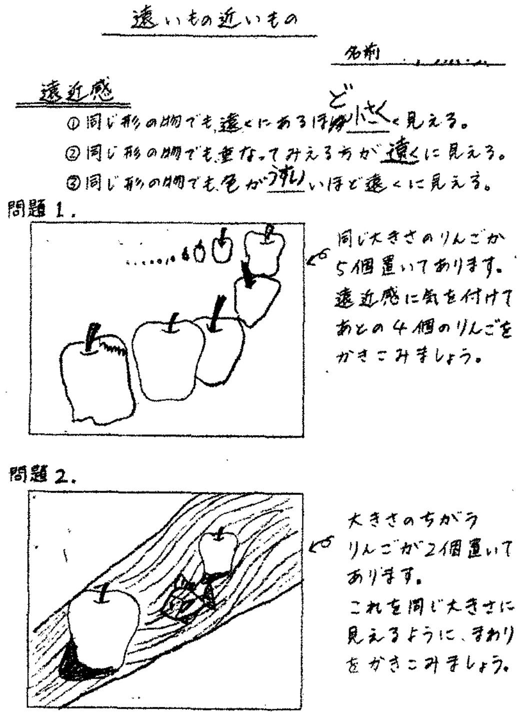


B—2—②

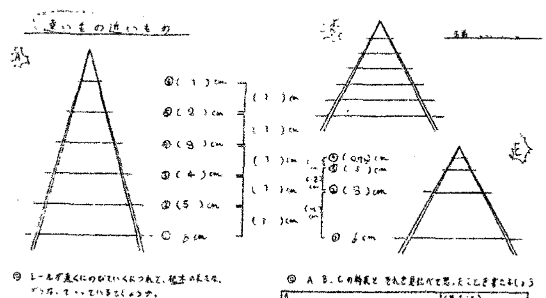
図１１　Ｂグループの子どもの表現例



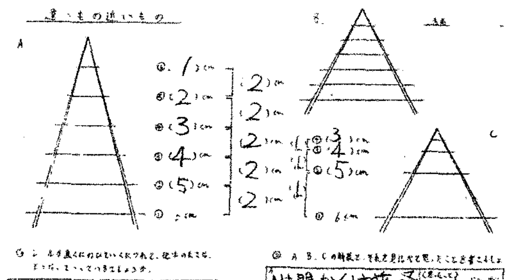
C—1—①



C—2—①



C—1—②



C—2—②

図１２　Cグループの子どもの表現例

各グループの絵を比較してみると，まずりんごについての２つの課題では，Ａグループの子どもは，遠近関係と大小関係や濃淡関係を対応させながら描いているのに対し，Ｃグループの子どもは，りんごや背景を楽しく描く一方，遠近関係と大小関係が対応していなっかたり，遠近関係に基づいて背景を描いたりすることはできていない。また，枕木間の幅の違いを比べる課題でも，Ａグループの子どもは，定規を用いてその幅の違いを比べているのに対し，Ｃグループの子どもは，「広い」，「狭い」のように感覚的な比べ方をしていたり無回答であったりしていた。Ｂグループの子どもは，その中間的な状態であった。

２．実践の概要と子どものようす

それぞれの教科の指導の流れ，及び両教科の授業の内容及び時間的な関係は，表１の通りである。

表１　音楽科と図画工作科の授業の内容及び時間的関係

月日	時	音楽科	時	図画工作科
11/13	1	・ 鍵盤ハーモニカで拡大カノンを吹く。		
11/14			1･2	・ 遠近感の表し方について知る。 ・比率に気を付けて線路の写真，絵を鑑賞する。
11/17	2	・湯浅譲二作曲《オーケストラのための「透視図法」》を鑑賞する。		
11/20			3･4	・ 透視図法について知る ・透視図法を使って絵を描く。
11/20	3	・グループごとに６音の基本モティーフをつくる。		
11/27	4	・ グループごとに作品の構成を考える。		
11/28			5	・ 作品を仕上げる。
12/1	5	・ グループで作品をつくる。		
12/4	6	・ グループで作品をつくる。		
12/8	7	・発表会をする。 ・《オーケストラのための「透視図法」》を再度鑑賞する。		

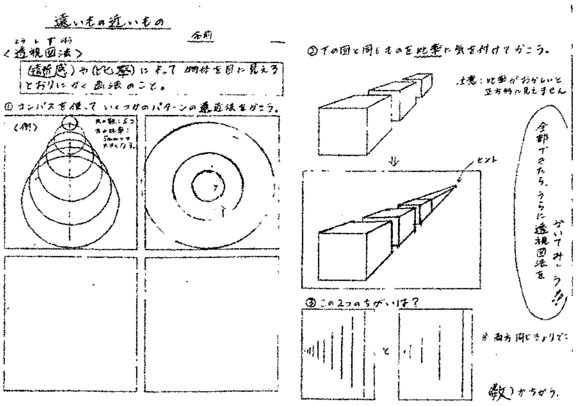
また，図画工作科の第３―５時と，音楽科の活動の概要は，次のとおりである。

(1)図画工作科

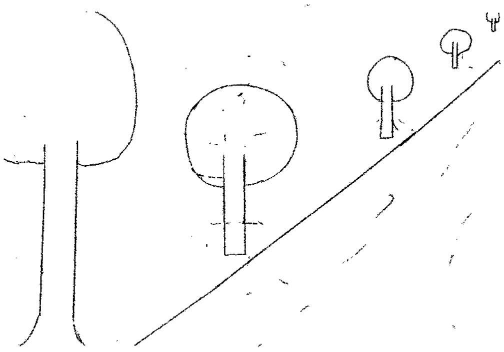
第３時では，いくつかの円を使って透視図法を用いた絵を描く活動を行なった。そして，第４―５時で，それから補足説明を行なったあと，透視図法を用いて自由に絵を描く活動を行なった。

第３時の活動では，Ａグループの子どもは，半径を規則的に変えた円を使って透視図法を用いた絵を描いていたのに対し，Ｂグループの子どもは，半径を規則的に変えた円を使っているが，比率に対する意識が甘いため透視図法にはなっていない絵を，Ｃグループの子どもは半径を適当に変えたり，フリーハンドで絵を描いたりしていた。また，透視図法を使って自由に絵を描く活動では，Ａグループの子どもは，消失点を意識して同じものを，比率を意識して長さや大きさを変化させた絵を描いていたのに対し，Ｂ，Ｃグループの子どもは，透視図法が奥行きを表現するための技法であるということを理解せず，ただ大きさや長さを変化させた絵を描いていた。図５４は，第３―５時の，各グループの子どもの作例である。

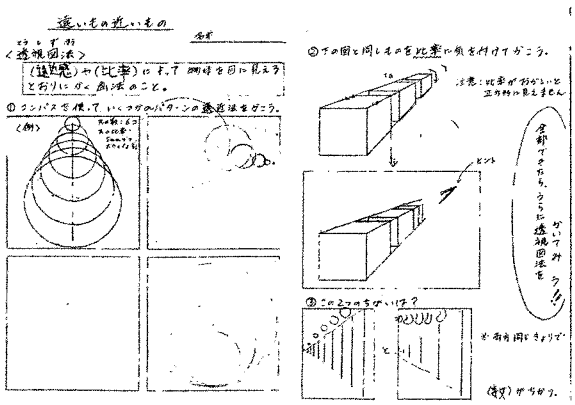
５時間の活動での子どものようすをまとめてみると，次のようになる。Ａグループの子どもは，画面上のものが，消失点に向かってだんだん小さくなっていくことによって奥行きが生まれるということを理解した上で描くことができるようになっていった。言い換えると，基準の大きさと奥行きを表すための比率に対する意識をもつことができるようになっていったのである。それに対して，ＢグループやＣグループの子どもは， 基準の大きさが明確に意識されていないために，比率の意味が充分咀嚼できていなかった。そのため，透視図法に対する理解も，だんだん小さくしていくといった大きさを変化させていく技法という程度でとどまった。その結果，大きさの変化が画面全体に行き渡らなかったり，単に大きいものと小さいものを並べたりした絵を描いたのである。



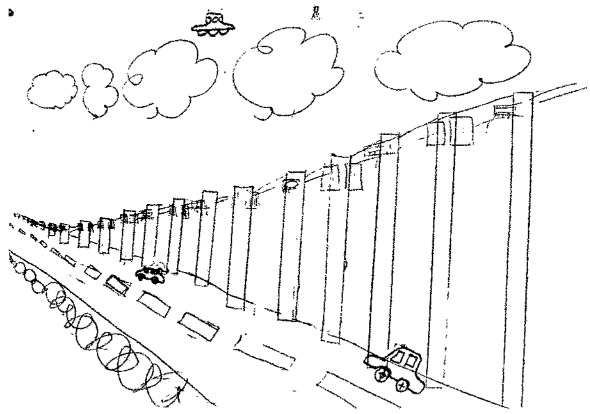
A－1－③



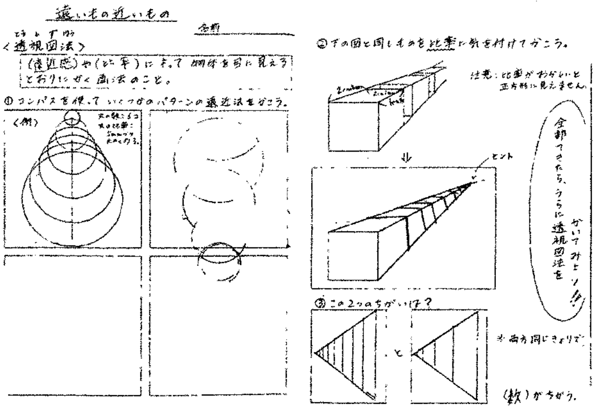
A－1－④



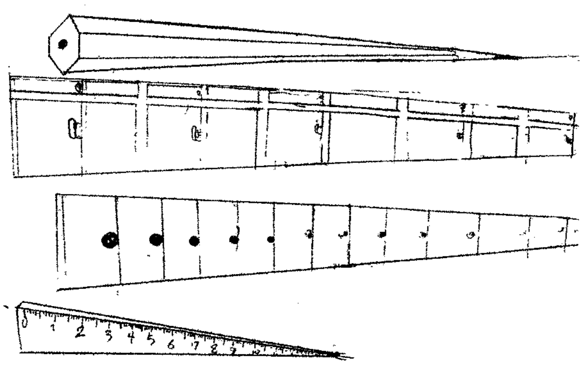
A－2－③



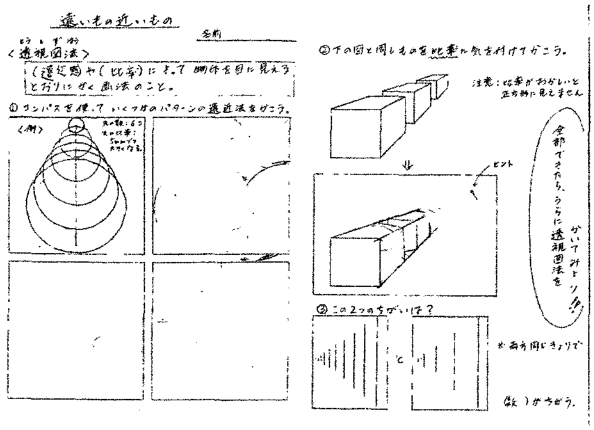
A－2－④

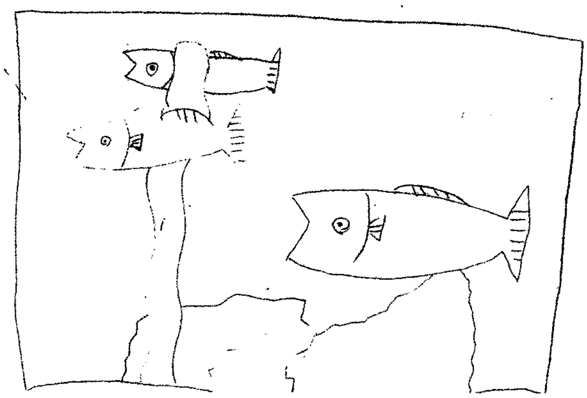


B－1－③

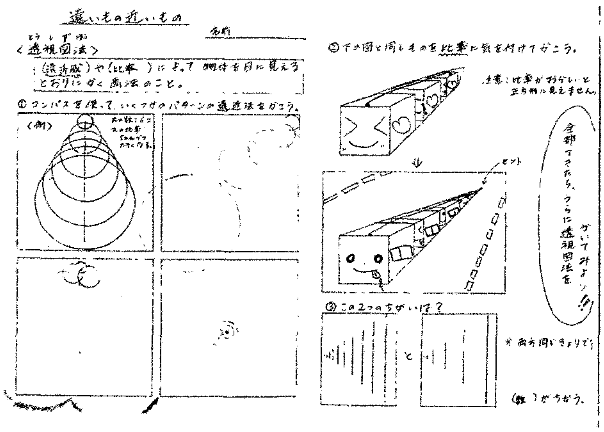


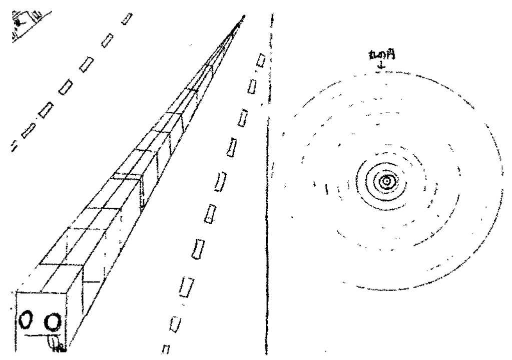
B－1－④



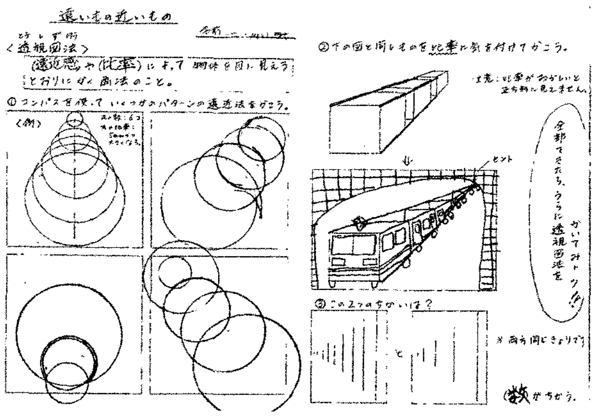


B－2－③　B－2－④





C－1－③　C－1－④



C－2－③　C－2－④

図１３

⑵音楽科

音楽科では，遠近法をテーマにした作品の鑑賞と，遠近法を音楽的に応用した方法で音楽をつくるという２つの活動が柱となっていた。

鑑賞教材は，湯浅譲二作曲の《オーケストラのための「透視図法」》(1983) である。この曲の意図について湯浅は，「音楽の要素には，音程，強弱，持続の長さ，そして音色があるが，この音色について，私は，これは音の色彩に止まらず，比喩的にいえば，音の粒子の疎密感といった，むしろ触覚的なもの，さらには，聴覚上の遠近感がその中に含まれていることを，近来ますます確信するにいたった。古典音楽の中でもたとえばホルンのエコーとしてフルートが遠い音として使われているように。」[12]と述べている。

最初の鑑賞では，次の部分を取り出して聴きながら，音楽における様々な遠近の表現方法を感じ取れるようにした。なお，タイムはCD〈始源への眼差　湯浅譲二　管弦楽作品集〉(FOCD2508) に収録されている同曲の演奏に基づいている。

ア．ロングトーンの強弱の変化（おおよそ３分３３秒ー３分５７秒)

イ．音の長短の変化（おおよそ２分２６秒ー３分４３秒)

ウ．音の数の増加と音高の下降（おおよそ３分５７秒ー５分３６秒)

エ．複数の連音符の重なり（おおよそ５１秒ー１分２４秒)

なおイは，リズムの拡大縮小のことであり，これは特に図画工作科における遠近法のキーワードの１つである比率と大きく関係する。そのため，第１時で拡大カノンを鍵盤ハーモニカでペアになって演奏する活動を事前に行い，このような表現を特に意識付けられるようにした。

音楽づくり「パースペクティブ・ミュージックをつくろう」は，図工科の第１・２時でのようすを中心に分けた「Ａ：大小の比率を意識する子どものグループ（５人)」「Ｂ：大小の比率を意識はするが，感覚的な捉え方をする子どものグループ（６人)」「Ｃ：大小の比率を意識せず，ほとんど感覚的に捉える子どものグループ（６人)」の３つのグループで，鍵盤楽器を使って行なう活動である。方法は，まず６音の基本モティーフをつくる。次につくる音楽を，始め，

---

[12] 湯浅譲二 (1993)，湯浅譲二作曲《オーケストラのための「透視図法」》の楽曲解説，フォンテック FOCD2508 (CD〈始源への眼差　湯浅譲二　管弦楽作品集〉)

中間，終わり（またはⅠ，Ⅱ，Ⅲ，…）に分け，全体の構成を考えながら，音楽による遠近表現を念頭に，基本モティーフに音価の比率や音高，楽器の組み合わせ，強弱などの変化を加え，それらを組み合わせて作品を仕上げていくというものである。

それぞれのグループの作品は，図１４のように，全体像のスケッチ段階から，子どもの比率に対する捉え方の違いが反映されていた。Aグループでは，音楽の要素を遠近関係に結び付けて自分たちがつくる音楽のアウトラインを考えられている。それに対して，Bグループでは，そのアウトラインを，音楽の要素のみで表現されている。一方，Cグループのアウトラインでは，具体的なイメージを中心にして表現されている。そして，「人の走ってる音」「車の走ってる音」のイメージには，両者のテンポを合わせることが必ずしも想定されておらず，それ故に，音楽をつくっていく際にも，拍，あるいはテンポを問題にすることはなかった。

またこれらの違いは，出来上がった作品にもみてとれた。Aグループがつくった音楽は，全員が共通のテンポに従った６拍子の音楽であった。Bグループの音楽も基本的にはAグループと同じだが，モティーフとその拡大形を重ねるところのリズムがずれたり，モティーフを演奏するパートが変わった時に，テンポの受け渡しが必ずしもうまくいかなかったりした。つまり，Bグループの子どもたちは，１２３４５６というカウントは意識しているが，テンポの統一は十分図れておらず，またその点については子ども同士の間でも許容されていた。一方，Cグループの音楽は，最初から共通のテンポが存在しなかった（それは，全体の小節数から各音形の反復回数が割り出されていないことからもわかる)。メンバーで共通理解されていたのは，「同時に始めること」「音をやめる順番」「グリッサンドをそろえて弾く」「グリッサンドのあとにドの音が鳴る」ということだった。

なお，譜例１－３は，演奏を五線譜に起こしたものである[13]。

---

[13] 実際の映像が，神戸市小学校教育研究会音楽部（2007）研究集成DVD-ROM『もっと歌いたい，もっと奏でたい。そして伝えたい』に収録されている。

A

パースペクティーブ・ミュージックをつくろう（3）

5年 | 班

☆音楽で遠近表現をするためには，どんな方法がありましたか。

☆工夫のポイントは？

（数）を変える

☆つくっていく音楽の構成を考えよう

・いろいろな音楽の遠近表現を取り入れて，「何かが近づいてくる（または遠ざかる）」「いくつかのものが近くにあったり遠くにあったりしている」を織りまぜるようにしよう。

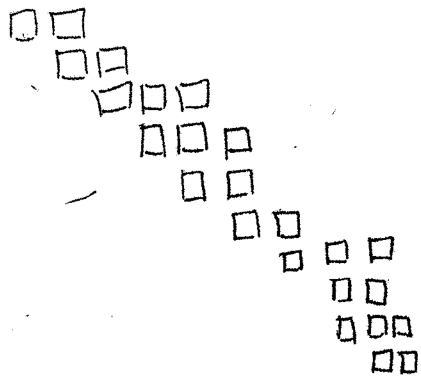
・初め—途中—終わり，または1，2，3，4（5，6…）という考え方をして，音楽に変化がつくようにしましょう。

・思い付きではなく，何らかの思いをもって考えるようにしよう。

初め　小さい音（遠）→ 長くて小さい音

途中　だんだん大きく（近）→ 短くて大きい

終わり　だんだん小さくなる（遠）→ 短くて小さくなる



B　**パースペクティーブ・ミュージックをつくろう（３）**

５年３班

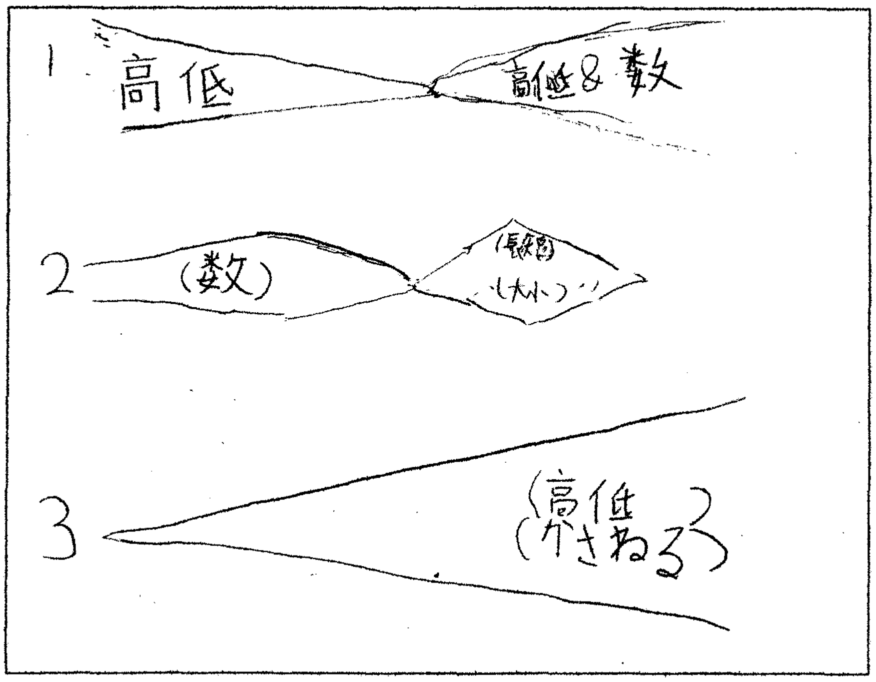
☆音楽で遠近表現をするためには，どんな方法がありましたか。

☆工夫のポイントは？

（数）を変える

☆つくっていく音楽の構成を考えよう

・いろいろな音楽の遠近表現を取り入れて，「何かが近づいてくる（または遠ざかる）」「いくつかのものが近くにあったり遠くにあったりしている」を織りまぜるようにしよう。
・初め－途中－終わり，または１，２，３，４（５，…）という考え方をして，音楽に変化がつくようにしましょう。
・思い付きではなく，何らかの思いをもって考えるようにしよう。



C

パースペクティーブ・ミュージックをつくろう（３）

5年 2 班

☆音楽で遠近表現をするためには，どんな方法がありましたか。

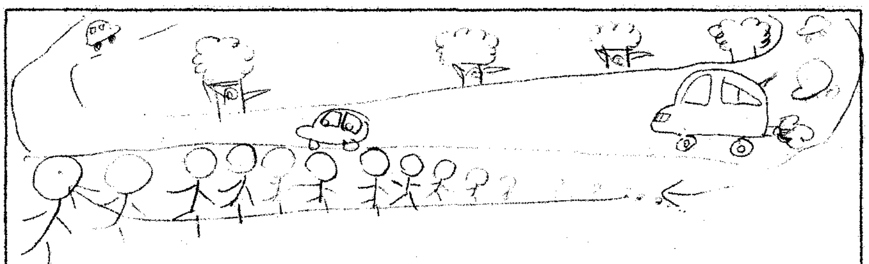
重ねる・高低・長短・大小・数

☆工夫のポイントは？

（数　　）を変える

☆つくっていく音楽の構成を考えよう

- いろいろな音楽の遠近表現を取り入れて，「何かが近づいてくる（または遠ざかる）」「いくつかのものが近くにあったり遠くにあったりしている」を織りまぜるようにしよう。
- 初め一途中一終わり，または１，２，３，４（５，…）という考え方をして，音楽に変化がつくようにしましょう。
- 思い付きではなく，何らかの思いをもって考えるようにしよう。



人の走ってる音を初めは小さくしだんだん大きくしていく。
車の走ってる音を初めは小さくしだんだん大きくしてそしてきた。小さくするか
走っている音を短かく、車を走ってる音を長く?
数では、走っている音は多くする。車の音と人の走っている音をなるべく重ねる?

図１４

Ａグループ（１班）の音楽

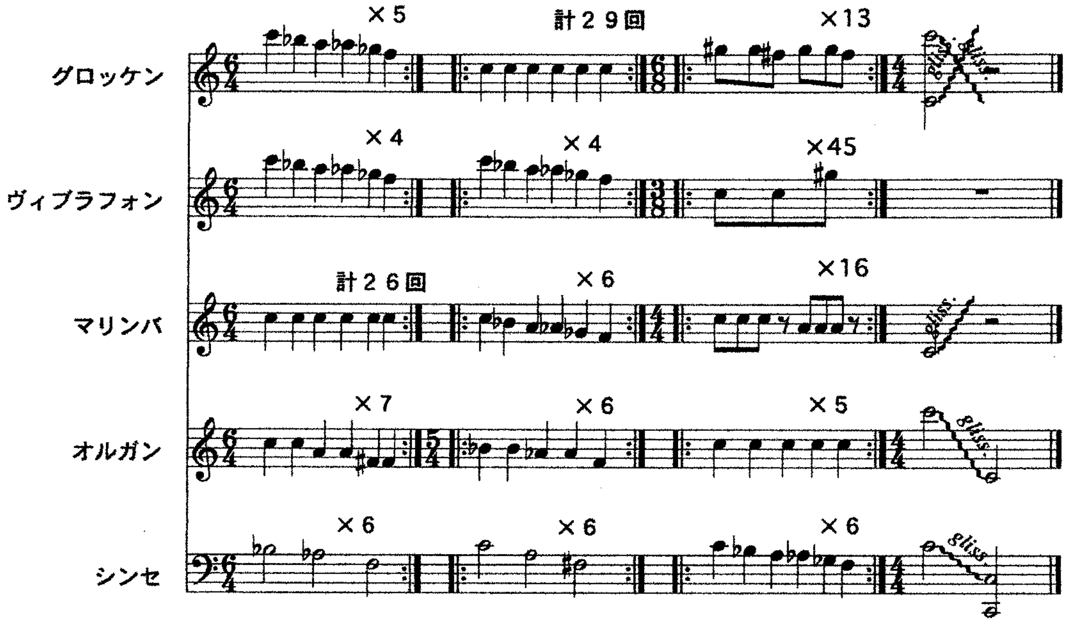
譜例１

Ｂグループ（３班）の音楽


6
6
6
6
6

譜例２

Cグループ（２班）の音楽



＊最後の小節以外はそれぞれが独立に演奏。３小節目は指定回数反復した後，他のパートが終わるまで待機。
＊それぞれの反復の回数には，演奏ごとに誤差が生じていた。

譜例３

３．絵と音楽との対応関係

それぞれのグループの子どもの絵，および音楽の特徴は，上に述べた通りであるが，両者を比較してみると，比率を意識して絵を描いた子どもが中心になって構成されているＡグループの音楽には拍感，テンポ感が備わっている，逆に比率を意識していない絵を描いた子どもが中心に鳴って構成されたＢグループ，Ｃグループの音楽には拍感，テンポ感が十分でない，あるいは拍感，テンポ感のない音楽となっていることがわかる。つまり，比率に対する意識は教科の枠組みを超えて，その子の表現活動全般に関わっているということが言える。

なお，Ｃグループの中には，ピアノを習っていて拍感をもっている子どもも含まれていた。しかし，それでもテンポが厳密に定められていない音楽をつくるということから，自らの表現に生かすというレベルでの拍感，あるいはテンポ感が十分育っていなかったと考えるのが妥当であろう。

音楽づくりにおいて拍を意識する子どもは，描画においても長さの単位量を意識し，逆に拍を意識していない子どもは，長さについても単位量を意識せず感覚的に捉える傾向がある。つまり，子どものリズム認識の発達と図形認識の発達の間には，幾何学の包含関係によって橋渡しできるような関連性があると言えるのである。

第４節　音楽認識と他の認識との関連性から考える音楽科の意義

本章では，音楽認識と他の認識との関連性について考えてきた。その結果，音楽の諸要素を認識するということについては，音楽の学習と経験によって育まれていく一方，音楽認識の発達が他の認識の発達と並行関係にあったり，あるいは音楽認識の発達によって他の認識の発達を促したりする可能性があること，そして音楽認識と他の認識の共通性を認識できるようになることは，知能の発達にも影響を与える，先行研究や，筆者らの実践で明らかになった。

このことから，音楽は，好きな人が集まって趣味的に取り組めばよいというものではないということがはっきりと言える。音楽認識の数学的構造をみればわかるように，音楽をするということは，かなり高度な知的活動でもあることがわかる。そして，そのような活動をできる能力は，どこの民族，あるいはどの時代の人間ももっているものである。それを育んでいくことは，音楽を通じ

て生活を豊かにしていくことは勿論のこと，物を見たり考えたりするという人間の営みそのものによい影響を与えていくのである。特に音楽の中心的な活動は聴くことにあるが，視覚中心の今の世の中，聴覚と密接に結び付いている音楽科の価値は大きいと言えるであろう。

ただ，本章で述べた他の認識との関連性も含めて，情操教育の面を除けば，音楽科が果たす役割は，まだ充分解明されているとは言えない。そして，その点を克服していくことによってこそ，音楽科の意義は見直されていくと考えられる。

終章　研究のまとめと今後の課題

第１節　研究のまとめ

本研究は，音楽認識の数学的構造に基づいて小学校音楽科カリキュラム構成の試案を提案することを目的としたものであった。

どの子どもも，音楽的な能力をもっている。しかし，音楽科の授業において，それを伸ばしていくということは充分実現されているとは，必ずしも言えない。その一番の理由は，子どもの音楽的能力の発達と，授業で取り上げられる音楽で要求される能力が，乖離していることに起因している。つまり，音楽科教育の中心となっている西洋音楽の様式が，子どもにとっては，それほど易しいものではないにもかかわらず，それを習得していくことが低学年の段階から求められているのである。

どの子どもも，自分がもっている能力を生かしながら音楽の学習に取り組め，かつその積み重ねによってその能力を伸ばしていけるようにするためには，子どもがどのようなプロセスを経て音楽的な能力を身に付けていくかをモデル化し，それに基づいたカリキュラムに従って学習を進めていくことが求められる。

そのためには，子どもが音楽的能力を身に付けていくプロセスを客観的な指標をもって示していくことが必要となってくる。そして，その指標として取り上げたのが音楽認識の数学的構造であった。

第１部では，それぞれの音楽認識，及びその発達のプロセスの数学的構造を明らかにすることによって，カリキュラム構成の理論的根拠について論究した。

第１章では，子どものリズム認識，及びその発達のプロセスを，幾何の構造に対応させることによって分析した。その結果，まず筆者の実践をもとに，子どもがリズムを認識するときに，まず音の数の違いによって，それから音の長短の比の違いによって，最後に音の長さの量に違いによってリズムをグループ

分けすることを示した。次に，その発達のプロセスが，位相幾何，相似幾何，ユークリッド幾何の包含関係，さらに言えば，それらを特徴付けている位相変換群，相似変換群，そして合同変換群の包含関係と同じになることを示した。そして，このことを音楽的に再解釈することによって，子どもにとって拍の概念が難しいこと，低学年では拍にとらわれないリズム活動が推奨されるべきことを明らかにした。

第２章では，子どもの音高認識，及びその発達のプロセスを，主に束に対応させることによって分析した。その結果，まず筆者の実践をもとに，子どもが音高を認識するときに，まず音高の変化を，続いて変化の方向を，そして最後に変化の量を認識していくことを示した。但し，鍵盤を使った学習では，音高を高さでなく聴覚的イメージとして捉えるということが起こり，場合によってはそのような認識で留まってしまう可能性もある。音の変化の量の認識を促していくためには，自分なりの最高音，最低音を出し，身体で音高を感じることが有効であることを示した。また，そのことは半束や束という数学的構造によって保証されることも明らかにした。続いて，音の強弱，テンポも音高と同じ数学的構造を入れることができることから，両極端な状態をつくりだし，それを身体で感じるこが有効であることを導き出した。最後に音高の性質を超離散，離散，連続の３つからアプローチし，音高認識を育てていくためには，鍵盤を使った学習だけに終わらず，声を活用で様々な音高を感じ取る活動を取り入れていくことが有効であることを明らかにした。

第３章では，リズムや音高を「合わせる」ことの認識，及びその発達のプロセスを，位相空間に対応させることによって分析した。その結果，まず，一口に「合わせる」といっても，その「合わせる」ための基準は１つではないことを示した。次に，その基準の違い及びその発達のプロセスが，位相空間の包含関係に対応することを明らかにした。このことを改めて音楽的に解釈すると，通常の意味で音の長さや高さを「合わせる」ということは，子どもにとって易しいことではないということが明らかになった。そして低学年では，拍や鍵盤で与えられた音高に拠らない「合わせる」活動を取り入れていくことが大切であることが明らかになった。

第４章では，拍子，旋律，和音のような音楽のまとまりの認識，及び発達のプロセスを，加群に対応させることによって分析した。まず拍子認識の発達は，数体系の拡大として捉えられることが明らかになった。また旋律と和音認識及

びその発達は，位相幾何学的な図形の構造の違い及び変化として表されることが明らかになった。さらに何れの認識においても周期性が重要な役割を果たしており，実際の学習でも，そのことを実感できるようにしていくことが大切であることを明らかにした。

第５章では，音楽の全体像の認識，及びその発達のプロセスを圏，そして層に対応させることによって分析した。その結果，音楽の全体像の認識は，時間と音の集合との間の結び付きと関わっていることが明らかになった。また，西洋音楽的な反復と変化で構成される音楽全体のよさや美しさを感じ取れるようになるためには，音楽における時間的な距離が認識できるようになってはじめて可能になること，低学年，中学年では，むしろ変化と対照によらないよさや美しさをもつ音楽を取り上げていくべきであることが明らかになった。

第６章では，これまで個別に取り上げてきた要素，あるいは全体像に対する認識を全て音楽認識として１つにまとめることを目的とした。その結果，これまで取り上げてきた個々の音楽認識は，数学の圏と関手によって統合されることが明らかになった。そして，音楽認識は，音同士の順序，距離，変化の関係を見出すことに集約されることが明らかになった。

第２部では，第１部で明らかにした音楽認識，及びその発達のプロセスの数学的構造に基づいて，小学校音楽科カリキュラム構成の試案を提案した。

第７章では，発達段階ごとの音楽認識に対応する音楽様式が存在することを示した。また，そのことによって，個々の音楽様式は，独立に存在するのではなく，音楽認識の発達における段階同士の関係のように，１つの様式の変容として捉えられるということも示した。

第８章では，これまでのことを踏まえて，小学校音楽科カリキュラム構成の試案を提案した。本カリキュラムでは，スコープを先行事例の中で見られるように要素ごとに設定するのではなく，音楽認識として１つにまとめ，シークエンスをその発達の流れとして構成した。また，実際の指導計画では，殊に低，中学年で西洋音楽以外の様式を教材として積極的に取り上げるようにし，６年間で様々な音楽に触れながら，音楽に対する興味，関心を高めるとともに，様々な音楽的な美しさやよさを感受できるようにした。さらに，評価も到達度を測るのではなく，子どもの今の音楽認識の段階をみることに主眼を置いた発達段階評価を取り入れることによって，子どもが自分のもっている能力で楽しく音

楽活動に参加できるような授業づくりの方向性を示した。

第９章では，数学的構造を通して結び付き合うことから，音楽認識と他の認識の関わりについての可能性を探求した。その結果，音楽認識は，音を対象としている点で他の認識とは独立な部分がある一方，対象間の関係を一般化して他の認識と結び付き合っていること，また音楽認識の発達が他の認識と関連し合ったり影響を与えたりする可能性があることについて言及した。

以上が本研究の要約である。

第２節　今後の課題

本研究は，筆者のこれまでの実践に基づいている。数学を用いながらできるだけ客観性を求めてはいるものの，経験に起因する偏りがあることは否めない。それを補正し，さらに一般的なものにしていくことが今後の課題であるが，それについて具体的に述べていく。

１．数学との関連について

本論文の第１部は，大きく言えば音楽と数学の関係を論じたものである。そこでは，幾何学，群論，行列論，束論，マックスープラス代数，位相空間論，測度論，代数的トポロジー，圏論，層論など幅広い領域にわたる数学が音楽と関連していることを示したものの，個々の理論体系について考えると，何れも基礎的な部分しか触れられていない。例えば，群論１つをとっても非常に深淵な理論体系をもっている。さらに，数学の理論は，これら以外にもたくさんある。このことから，音楽科教育と数学の関係を，より深く究明していくことが，今後の課題である。

また，数学の様々な理論は，宇宙の形，宇宙の成り立ち，素粒子の構造をはじめとして，多方面に応用されている。ヨーロッパ中世では，数を通じて音楽と天文学は結び付いていたが，それとはまた違った形で，音楽と他の分野が数学によって結び付いていくことも充分考えられる。それについて探求することもまた，音楽科教育の意義を考えていく上で必要なことである

２．実践にあたって

本研究で提示した小学校音楽科カリキュラム構成は，筆者の１２年間の実践がもとになっている。第８章で示した各学年の年間指導計画中の題材も，音楽

づくりを中心に既に実践を行い学習効果が得られているものも多い[1]。但しそれらは，一部は他の学校で実践されているものの，基本的には筆者の勤務校に通っていた子どもが対象となっている。このカリキュラムが一般的にどの程度通用するかについては，今後さらなる検証が必要である。また本研究で示した年間指導計画の題材では，これまで実践しきた学年を変えたり，新たに取り入れたりしたものも多い。その有効性を検証していくことも必要である。

また，このカリキュラムは，小学校６年間に関してのみ示しており，中学校との関連が全く図られていない。それについて展望していくことも今後の課題の１つである。

---

1 実際の授業時の映像が，神戸市小学校教育研究会音楽部（2007）研究集成 DVD-ROM『もっと歌いたい，もっと奏でたい。そして伝えたい』に収録されている。

引用・参考文献

1．音楽，音楽教育に関するもの

・伊野義博（2005）「小・中学校９年間における日本音楽のカリキュラム試案」日本学校音楽教育実践学会第10回全国大会自由研究配布資料
・梅本堯夫（1999）『子どもと音楽』東京大学出版会
・柿沼敏江（2005）『アメリカ実験音楽は民族音楽だった』フィルムアート社
・岸辺成雄他編（1981~83）『音楽大事典』平凡社
・神戸市小学校教育研究会音楽部（2007）研究集 DVD-ROM『もっと歌いたい，もっと奏でたい。そして伝えたい』
・小島律子（1997）『構成活動を中心とした音楽授業の分析による児童の音楽的発達の考察』風間書房
・島崎篤子（1996）『音と友達・音楽遊び』音楽之友社
・高須一（2006）「音楽科における読解力」『初等教育資料』No.809, 東洋館出版社，pp.26-33.
・坪能由紀子（1995）『音楽づくりのアイディア』音楽之友社
・西園芳信（2005）『小学校音楽科カリキュラム構成に関する教育実践学的研究』風間書房
・日本学校音楽教育実践学会編（2006）『生成を原理とする２１世紀音楽カリキュラム』東京書籍
・日本音楽教育学会編（2004）『日本音楽教育事典』音楽之友社
・松平頼暁（1995）『現代音楽のパサージュ』青土社
・三上敏視，原章構成（2001）『お神楽』別冊『太陽』No.115, 平凡社
・宮下俊也（2005）「鑑賞教育における観点別評価とその方法」『学校音楽教育研究』日本学校音楽教育実践学会第９巻，p.13.
・村尾忠廣（1995）『「調子外れ」を治す』音楽之友社
・文部省（1999）『小学校学習指導要領解説音楽編』教育芸術社
・矢向正人（2001）『言語ゲームとしての音楽』勁草書房
・湯浅譲二（1993）　湯浅譲二作曲《オーケストラのための「透視図法」》の楽曲解説，フォンテック FOCD2508（CD〈始源への眼差　湯浅譲二　管弦楽作品集〉）

・吉川英史監修（1984）『邦楽百科辞典』音楽之友社
・Aeillo, R.(Ed.) (1994). *Musical perceptions.* Oxford: Oxford University Press.
大串健吾監訳（1998）『音楽の認知心理学』誠信書房
・Bamberger, J. (1980). Cognitive structuring in the apprehension and description of simple rhythms. *Archives de Psychology, 48*, 171-199.
・Botvin, G. J. (1974). Acquiring conservation of melody and cross-model transfer through successive approximation. *Journal of Research in Music Education, 22* (3), 226-233.
・Bradley, I.L. (1974). Development of aural and visual perception through creative processes. *Journal of Research in Music Education, 22*(3), 234-240.
・Dowling, W. J. & Fujitani, D. S. (1971). Contour, interval, and pitch recogition in memory. *The Journal of the Acoustical Society of America, 49* (2), 524-531.
・Foley, E. A. (1975). Effects of training in conservation of tonal and rhythmic patterns of second-grade children. *Journal of Research in Music Education, 23* (4), 240-248.
・Gardner, H. (1971). Children's duplication of rhythmic patterns. *Journal of Research in Music Education, 19* (3) , 355-360.
・Hargreaves, D.J. (1986) *The developemental psychology of music.* Cambridge: Cambridge Unuversity Press.
小林芳郎訳（1993）『音楽の発達心理学』田研出版
・Hargreaves, D. J. (1999). Developing musical creativity in the social world. *Bulletin of the Council for Research in Music Education, 142,* 22-34.
・Hargreaves, D. J. & Zimmerman, M. P. (1992). Developmental theories of music learning. In Colwell, R.(Ed.), *Handbook of research on music teaching and learning.* New York: Schirmer Books.
・Hildebrandt, C. (1984). Children's representations of time in music. *Art and Learning SIG Proceedings: American Educational Research Association, 2,* 14-22.
・Hildebrandt, C. (1985). The sustained and non-sustained sounds on adult's representations of simple rhythms. *Art and Learning SIG Proceedings:*

American Educational Research Association, 3, 100-110.

・Jones, R. L. (1974). The development of the child's conception of meter in music. *Journal of Research in Music Education, 24* (3), 142-154.

・Larsen, R. L. (1973). Levels of conceptual development in melodic permutation concepts based on Piaget's theory. *Journal of Research in Music Education, 21*(3), 256-263.

・Larsen, R. L. & Boody, C. G. (1971). Some implications for music education in the work of Jean Piaget. *Journal of Research in Music Education, 19* (1), 35-50.

・Norton, D. (1979). Relationship of music ability and intelligence to auditory and visual conservation of the kindergarten child. *Journal of Research in Music Education, 27,* 3-13.

・Norton, D. (1980). Interrelationships among musical aptitude. IQ, and auditory conservation. *Journal of Research in Music Education, 28*(2), 207-217.

・Paynter, J. & Aston, P. (1970). *Sound and Silence.* Cambridge ; Cambridge University Press.

坪能由紀子，橋都みどり，山本文茂訳（1982）『音楽の語るもの』音楽之友社

・Paynter, J. (1992). *Sound and Structure.* Cambridge ; Cambridge University Press.

坪能由紀子訳（1994）『音楽をつくる可能性』音楽之友社

・Peery, J. C. , Peery, I. W. & Draper, T. W. (Eds.) (1987). Music and child development. New York: Springer-Verlag.

・Perney, J. (1975). Musical tasks related to the development of the conservation of metric time. . *Journal of Research in Music Education, 24*(4), 159-168.

・Pfledere, M. (1964). The responses of children to musical tasks embodying Piaget' s principle of conservation. *Journal of Research in Music Education, 12,* 215-268.

・Pfledere, M. (1967). Conservation laws applied to the development of musical intelligence. *Journal of Research in Music Education, 15,* 215-223.

・Pfledere, M. , & Sechrest, L. (1968). Conservation type responses of children to musical stimuli. *Bulletin of the Council for Research in Music Education, 13,* 19-36.

・Pfledere, M. , & Sechrest, L. (1970). Brief focused instruction and musical concepts. *Bulletin of the Council for Research in Music Education, 13,* 19-36. *Journal of Research in Music Education, 18,* 25-36.

・Schmitt, C. (1971). The thougt-life of the young child. Jean Piaget and the teaching of music. *Music Educators Journal, 58 (4), 49-50, 22-25.*

・Saffran, J. R. , Griepentrong, G. J. (2001). Absolute pitch in infant auditory learning: evidence for developmental reorganization. *Developmental Psychology. 37*(1), 74-85.

・Serafine, M. L. (1979). Meter conservation in music. *Bulletin of the Council of Research in Music Education. 59.* 98-101.

・Serafine, M. L. (1980). Piagetian research in music. *Bulletin of the Council of Research in Music Education. 62.* 1-21.

・Swanwick, K. (1988). *Music, mind and education.* London; Routledge a division of Routledge, Chapman and Hall.

野波健彦，石井信夫，吉富功修，竹井成美，長島真人訳（1992）『音楽と心と教育』音楽之友社

・Swanwick, K. & Tillman, J. (1986). The sequence of musical development: A stydy of children's composition. *British Journal of Music Education, 3,* 305-340.

坪能由紀子訳（1989-1990）「音楽的発達の系統性一子どもの作品の研究」全3回『季刊音楽教育研究』61, pp.143-156; 62, pp.171-180; 63, pp.143-159, 音楽之友社

・Waesberghe, J. S. v. (1969). *Musikerziehung: Lhere und Theorie der musik im Mittelater.* Leipzig; VEB Deutscher Verlag fur Musik Leipzug.

東川清一，寺本まりこ，西原稔，長谷川博史，山下道子訳（1986）『音楽教育一中世の音楽理論と教授法』（「人間と音楽の歴史第Ⅲシリーズ：中世とルネサンスの音楽・第3巻」）音楽之友社

・Walker, R. (1978). Perception and music notation. *Psychology of music, 6* (1), 21-46.

・Walker, R. (1985). The presence of internalized images of musical sounds and their relevance to music education. *Bulletin of the Council for Research in Music Education, 13,* 19-36.

・Walker, R. (1987). Some differences between pitch perception and basic auditory discrimination in children of different cultural and musical background. *Bulletin of the Counsil for Research in Music Education. 91,* pp. 166-170.

・Zimmerman, M. P. (1970). Percept and concept: Implication of Piaget. *Music Educators Journal, 56 (6), 49-50, 147-148.*

2．発達心理学に関するもの

・岡本夏木，清水御代明，村井潤一監修（1995）『発達心理学辞典』ミネルヴァ書房

・波多野完治編（1965）『ピアジェの認識心理学』国土社

・波多野完治監修（1982）『ピアジェの発生的心理学』国土社

・Piaget, J. (1946). *Le dévelopement de la notion de temps chez l' enfant.* Paris; Presses Universitaires de France.

Pomerans. A. J. (Trans.) (1971). *The child's conception of time.* New York: Ballantine books.

・Piaget, J. (1946). *Le structuralisme.* Paris: Presses Universitaires de France.

滝沢武久，佐々木明訳（1970）『構造主義』白水社

・Piaget, J. (1970). *Epistémologie génétique.* Paris: Presses Universitaires de France.

滝沢武久訳（1972）『発生的認識論』白水社

・Piaget, J. & Inhelder, B. (1941). *Le développement des quantités chez l' enfqnt.* Paris: Delachaux et Niestle.

銀林浩，滝沢武久訳（1965）『量の発達心理学』国土社

・Piaget, J. & Inhelder, B. (1948). *La représentqtion de l'space chez l' enfant.* Paris: Presses Universitaires de France.

Langdon, F. J. & Lunzer. J. L. (Trans.) (1981). *The child's conception of space.* London: Routledge and Kegan Paul.

・Piaget, J. & Inhelder, B. (1966). *La Psychologie de l'enfant.* Paris: Presses Universitaires de France.
波多野完治，須賀哲夫，周郷博訳（1969）『新しい児童心理学』白水社
・Piaget, J. & Szeminska, A. (1941). *La genése de nombre chez l' enfant.* Paris: Delachaux et Niestle.
遠山啓，銀林浩，滝沢武久訳（1962）『数の発達心理学』国土社
・Piaget, J. , Inhelder, B. & Szeminska, A. (1948). *La géométrie spontanéchez l' enfant.* Paris: Presses Universitaires de France.
E.A.Lunzer. (Trans.) (1956) . *The child's conception of geometry.* New York: W・W・Norton and Company.

３．数学に関するもの

・伊原信一郎，河田敬義（1990）『線形空間・アフィン幾何』岩波書店
・加東五郎（2003）『コホモロジーのこころ』岩波書店
・河田敬義（1990）『ホモロジー代数』岩波書店
・薩摩順吉（2004）『物理と数学の２重らせん』丸善
・志賀浩二（1988）『位相への３０講』朝倉書店
・志賀浩二（1989）『群論への３０講』朝倉書店
・志賀浩二（1990）『ルベーグ積分３０講』朝倉書店
・高崎金久（2005）『ツイスターの世界』共立出版
・竹之内脩（1978）『数学的構造』朝倉書店
・谷村省吾（2006）『理工系のためのトポロジー・圏論・微分幾何』サイエンス社
・田村一郎（1972）『トポロジー』岩波書店
・田村孝行（1972）『半群論』共立出版
・遠山啓（1980）『無限と連続』岩波書店
・遠山啓（1981）『幾何教育をどうすすめるか』太郎次郎社
・中原忠男編（2000）『算数・数学科重要用語３００の基礎知識』明治図書
・一松信（1964）『代数系入門』日本評論社
・広田良吾，高橋大輔（2003）『差分と超離散』共立出版
・深谷賢治（2007）「ミラー対称性とホモロジー代数」『数学セミナー』2007年6月号，日本評論社

・枡田幹也（2002）『代数的トポロジー』朝倉書店

・Kline, F. (1872). das *Erlanger Programm*: Vergleichende Bertrachtungen uber neuere geometrische Forschungen. Leipzig; Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig.
寺坂英孝，大西正男訳（1970）『エルランゲン・プログラム』共立出版

・Lipcchutz, S. (1965). Theory and problems of general topology. New York; McGraw-Hill. Inc.
大矢建正。花沢正純訳（1987）『一般位相』マグロウヒルブック

・MacLane, S. (1986). *Mathematics, form,and function.* New York: Springer-Verlage.
赤尾一夫，岡本周一訳（1992）『数学ーその形式と機能』森北出版

・Mashaal, M. (2002). *Bourbaki*. Paris; Éditions Pour la Science.
高橋礼司訳（2002）『ブルバキー数学者たちの秘密結社』シュプリンガーフェアラーク東京

4．音楽と数学の関連性についてのもの

・Diwns, Z. P. (1987). Lessons involving music, language, and mathematics. *Journal of Mathematical Bshavior, 6,* 171-181.

・Fauvel, J. , Flood, R. , & Wilson, R. (Eds.) (2003). *Music and mathematics.* Oxford: Oxford Universuty press.

・Geoghegan, N. & Michelmore, M. (1996). Possible effects of early childhood music on mathematical achievement. *Journal for Australian Research in Early Childhood Education, 1,* 57-64.

・Hofstadter, D. R. (1979). *Gödel, Escher, Bach.* New York: Basic Books.
野崎昭弘，はやしはじめ，柳瀬尚紀訳（1985）『ゲーデル，エッシャー，バッハ』白揚社

・Johnson, G. L. & Edelson, R. J. (2003). Integrating music and mathematics in the elementary classroom. *Teaching children mathematics, 9* (8), 474-479.

・Neufeld, K. A. (1986). Understanding of selected pre-number concepts: relationships to formal music program. *The Alberta Journal of Educational Research. 32*(2), 134-139.

・Nisbet, S. (1991). Mathematics and music. *The Australian mathematics teacher, 47* (4), 4-8.
・Vaughn, K. (2000). Music and mathematics: modest support for the oft-claimed relationship. *Journal of Aesthetic Education*, 34 (3-4), 149-166.

5．教科書

・教育芸術社（2004）『小学生の音楽』指導書
・東京書籍（2004）『新しい音楽』教師指導書
・Crook, E. , Reimer, B, Walker, D. S. (Eds.) (1981). Music. Morristown, N. j. ; Silver Burdett Company.

6．筆者による先行研究

・松下行馬（1995）「音楽をつくる活動の発達段階（その１）」『教育音楽』10月号（小学版）音楽之友社，p.101.
・松下行馬（1995）「音楽をつくる活動の発達段階（その２）」『教育音楽』11月号（小学版）音楽之友社，p.98.
・松下行馬（1996）「リズムの認識および表現能力の発達段階（その１）」『教育音楽』２月号（小学版）音楽之友社，pp.96-97.
・松下行馬（1996）「リズムの認識および表現能力の発達段階（その２）」『教育音楽』３月号（小学版）音楽之友社，pp.100-101.
・松下行馬（2000）「子どもの音楽経験の発展」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第４巻，pp.75-76.
・松下行馬（2000-2004）「子ども一人一人が生きるリズム指導」（連載）『教育音楽』（小学版）音楽之友社
・松下行馬（2001）「子どもの音楽経験の発展」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第５巻，pp.62-63.
・松下行馬(2002)「現代音楽の指導と学習」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第６巻，pp.37-38.
・松下行馬(2002)「子どもの音楽認識の位相空間論的考察」『学校音楽教育』V日本学校音楽教育実践学会第６巻，pp.59-60.
・松下行馬(2003)「現代音楽の指導と学習」『学校音楽教育』日本学校音楽教育

実践学会第７巻，pp.30-31.
・松下行馬(2003)「子どもの音楽認識ついての圏論的考察」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第７巻，pp.87-88.
・松下行馬(2003)「子どものリズムの様々な捉え方を生かしたリズム指導の在り方」『音楽教育実践ジャーナル』Vol.1, no.1，日本音楽教育学会第１－１号，pp.80-87.
・松下行馬（2003)「ことばでリズムに親しもう」『小学校音楽教育実践指導集』第１巻 アカデミアプロモーション，pp.278-286.
・松下行馬（2003)「ピラミッド・ミュージックをつくろう」『小学校音楽教育実践指導集』アカデミアプロモーション第３巻，pp.262-272.
・松下行馬(2004)「現代音楽の指導と学習」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第８巻，pp.17-19.
・松下行馬(2004)「子どもの音楽認識についての測度論的考察」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第８巻，pp.85-86.
・松下行馬(2005)「子どもの音高認識とマックスープラス代数」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第９巻，pp.101-102.
・松下行馬(2006)「子どもの音楽認識についてのホモロジー論的考察」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第１０巻，pp.104-105.
・松下行馬（2006)「短調のメロディをつくろう」『小六教育技術』2006 年７月号，小学館，pp.90-91.
・松下行馬(2007)「子どもの音楽認識についての層論的考察」『学校音楽教育』日本学校音楽教育実践学会第１０巻，pp.104-105.

６．Web サイト

・国立教育政策研究所（2002)「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料―評価規準，評価方法等の研究開発（報告）―」
http://www.nier.go.jp/kaihatsu/houkoku/ssongaku.pdf
・中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会（2005)「第 26 回（第３期 12 回）議事録」
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/siryo/004/05111602.htm

謝　辞

本論文執筆にあたり，主任指導教官の草野次郎先生は，大変お世話になった。どちらかと言えば特殊なテーマを，先生は「自分の研究だから」とすぐに認めてくださった。そのおかげで，大学院入学直後から研究に取り組むことができた。また，ゼミではいつも，本研究に対して肯定的な意見を述べてくださった。そのことは私にとって大きな励みとなった。先生のご理解なくしては，本論文を書くことはできなかった。深く感謝申し上げる。

数学に関わる部分については，自然系コース数学の小池敏司先生に大変お世話になった。先生は，ご多忙の中，たくさんの時間を割いて本論文の第１部を精読してくださった。そして，貴重なご指導，ご助言を賜った。数学の部分は，本論文の根幹をなしている。その部分に対してご指導いただけたことは，私にとって大きな喜びである。深く感謝申し上げる。

同じく数学の松山廣先生，濱中裕明先生，藤原司先生には，授業後，あるいはオフィスアワーで，数学について様々なご教示をいただいた。また，学部での講義を聴講させてもいただいた。そこで学んだことも，本論文に大いに生かされている。

最後に，研修の機会を与えてくださった兵庫県教育委員会，神戸市教育委員会ならびに在籍校である神戸市立大沢小学校の高杉昌明校長先生をはじめ諸先生方に心より感謝申し上げ，ここに謝辞とさせていただく。