

学位論文題目

ニュートリノ振動と質量問題

兵庫教育大学大学院

学校教育研究科

教科・領域教育専攻

自然系コース（理科）

M06245I 松本憲樹

主任指導教員

佐藤 光 教授

指導教員

石原 諭 准教授

目次

1	序論	3
2	レプトンと弱い相互作用	5
2.1	ベータ崩壊とニュートリノ	5
2.2	弱い相互作用の強さ	8
2.3	ニュートリノの実験的検証	10
2.4	ニュートリノと電子数保存	14
2.5	パリティ非保存	16
2.6	μ 粒子と世代	18
3	ゲージ原理	20
3.1	マックスウェル方程式とゲージ不変性	21
3.2	光子とゲージ原理	24
3.3	非可換群と SU(2)	27
4	電弱統一ゲージ理論	30
4.1	弱い相互作用のベクトル粒子	30
4.2	対称性の自発的破れとヒッグス粒子	31
4.3	ヒッグス機構とゲージ粒子の質量	34
4.4	SU(2) \times U(1) ゲージ理論	36
4.5	中性カレントと荷電カレント	40
4.6	レプトンの質量と中性カレント	44
4.7	混合行列と CP の破れ	47
5	ニュートリノの質量問題	50
5.1	ニュートリノ質量の理論的諸問題	50
5.1.1	質量の上限値	50
5.1.2	質量行列	51
5.2	ニュートリノ振動	54
5.2.1	真空中でのニュートリノ振動	54
5.2.2	物質中でのニュートリノ振動	57
5.3	ニュートリノ発生源とその観測	64
5.3.1	主なニュートリノ発生源	64
5.3.2	太陽ニュートリノ問題	64

5.3.3	大気ニュートリノ問題	71
5.3.4	その他の観測・実験	75
6	まとめと今後の展望	79

1 序論

物質の究極構造物である素粒子と素粒子を巨視的な構造体に組み上げる力の統一理論が提唱されて40年近くになる。標準理論は、極端な超高エネルギー現象を扱わない限りは数学的に整合性がとれており、実験的には我々の知る限りでの素粒子現象をほぼ完璧に記述する。しかし、よりマイクロな、より高エネルギー現象を求めて素粒子物理学は現在も発展しつつある。

標準理論が新しくもたらした物質観のなかでも最も革命的な要素は真空に対する概念である。標準理論によれば、真空は何も無い空間でなく、物性における媒質のように何か(ヒッグス場と呼ぶ)が詰まっている力学的構造体である。したがって、真空自身エネルギーを持つことが可能であり、環境変化に応じて真空自体の性質も変わりうる。ヒッグス場は自己相互作用をもち、温度が下がると特定の配位をもつようになる(対称性の自発的破れ)。すなわち真空は温度によってその相を変える。標準理論の要諦は、我々の住む世界がごく低温状態にありヒッグス粒子の凝縮したいわば超伝導相状態にあると認識することにある。相転移に応じて個々の素材としての素粒子の性質も変わりうる。素粒子のもつ質量はそのように後天的に付加された力学的性質の一つと見なされる。すなわち、標準理論は、素粒子の本来の質量はゼロであるという立場をとる。物質の根源要素であるフェルミオン(クォークとレプトン)はカイラル不変性によって、力を媒介するゲージボソンはゲージ不変性によって、質量がゼロであることの理論的根拠をもつ。これらの対称性が自発的に破れ(相転移が起こり)質量が発生するメカニズムをヒッグス機構という。現実の世界では、フェルミオンと電弱相互作用のゲージボソンが質量をもち、カイラル不変性とゲージ不変性がともに破れているように見えるが、ヒッグス機構を採用することにより、有限質量の素粒子群の相互作用を、ゲージ理論の範囲内で扱うことが可能になる。

標準理論で扱う物質構成粒子には次の3世代6種類のクォークとレプトンがある。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L^- \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L^- \end{bmatrix}, \quad e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R \\ & \begin{bmatrix} u_L \\ d_L' \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c_L \\ s_L' \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t_L \\ b_L' \end{bmatrix}, \quad u_R, \quad d_R', \quad c_R, \quad s_R', \quad t_R, \quad b_R' \end{aligned} \quad (1.1)$$

ここに、 u_L, \dots の指標 L はカイラル固有状態が負の左巻き粒子を表し、指標 R はカイラル固有状態正の右巻き粒子を表す。 d', s', b' は、弱い相互作用をするときの固有状態で、質量固有状態の d, s, b とは小林-益川行列で結びついている量である。

これらの物質構成粒子が、それぞれのもつ電磁力、弱い力、強い力によって結びつき、物質構造をつくりあげる。素粒子の相互作用を記述する数学の枠組みはゲージ理論である。弱い相互作用と電磁相互作用(合わせて電弱相互作用)は、素粒子のもつハイパーチャージ(超電荷)とアイソスピンにより引き起こされる。電弱相互作用は $SU(2) \times U(1)$ 対称

性に従うゲージ理論により記述されるが、上記のヒッグス機構により対称性が自発的に破れる。ただし電磁相互作用部分は厳密なゲージ対称性が成立していて、光子（フォトン）の質量はゼロのままである。

ニュートリノは、素粒子の中でいろいろな意味で特別な地位を占める。ニュートリノの第1の役割は、まずは自己のもつ質量値の小ささの解明を通して、ヒッグス機構とは別の観点から質量問題に明かりを灯すことである。標準理論では、質量値はヒッグス場の真空期待値にヒッグス場との相互作用の強さの積として与えられる。ニュートリノは極端に小さいヒッグス場との相互作用の強さの値をもつがゆえに、標準理論では便宜上質量をゼロとして扱わざるを得なかった。この小ささを説明するもっともらしい説明はシーソーメカニズムであるが、これは非常に大きいエネルギースケールの導入によって新物理の潜在的な存在を暗示する。1998年の岐阜県神岡のスーパーカミオカンデ検出器による大気ニュートリノのニュートリノ振動の発見は、ニュートリノの質量の存在を通して標準理論を越える最初の実験データを提供したという意味で画期的であった。

第2の役割は、素粒子と宇宙・天体物理学との橋渡しである。ビッグバン以来の宇宙残存ニュートリノのゆえに、ニュートリノの質量を決めること自身、そのまま宇宙の暗黒物質解明に大きな役割を果たすことにもなる。しかし、宇宙論にも役立つという間接的な役割を超えて、ニュートリノ自身を天体物理学の手段として使う道が開けたことは大きい。もともとニュートリノの質量値が極端に小さいという理由のため、加速器による質量測定実験には限界があり、天体ニュートリノにその活路を求めざるを得なかった。しかし、この結果、太陽ニュートリノや超新星ニュートリノ観測を通じてニュートリノ天文学という新分野が切り開いたのである。さらに、従来はもっぱら加速器を主たる道具としてきた素粒子物理の解明に非加速器素粒子物理という新しい分野を開き、ビッグバン直後の超高エネルギー現象の解明に通じる窓を開いた意義は大きい。

本論文では、素粒子としてのニュートリノ、特にニュートリノについての質量行列とニュートリノ振動との関係、および、ニュートリノ振動の観測・実験を概観し、ニュートリノ質量探索の過程を明らかにすることを目的とする。

本論文の第2章ではニュートリノ誕生の経緯とニュートリノの性質および弱い相互作用について述べる。第3章では相互作用の数学的枠組みであるゲージ理論について述べる。第4章は電磁相互作用と弱い相互作用の統一理論である $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論を構成し、これがヒッグス場によって自発的に対称性が破れ、弱い相互作用を媒介するゲージ粒子が質量を持つことを示す。また、ニュートリノが質量を持つとした場合の質量行列について述べる。第5章はニュートリノ振動（真空中、物質中）について、およびニュートリノに関する代表的な観測や実験について述べる。第6章ではニュートリノの質量に関して今後の展望を述べる。

2 レプトンと弱い相互作用

ゲージ理論登場以前の弱い相互作用について述べる。弱い相互作用の典型例は中性子のベータ崩壊である。ベータ崩壊での「見かけのエネルギー非保存」を解決するためにニュートリノが導入された。きわめて相互作用しにくいニュートリノも、高エネルギー実験物理学の進歩によって、やがてニュートリノ反応として実証されるようになった。弱い相互作用は空間反転 (P) の不変性を破ること (パリティ非保存) が指摘され、実証された。ニュートリノは左巻き、反ニュートリノは右巻きしか存在せず、荷電共役 (C) 不変性も破れている。さらに中性K粒子の崩壊現象から、CP不変性も破れていることがわかった。これは時間反転に対して自然界が非対称であることを間接的に示している。

2.1 ベータ崩壊とニュートリノ

中性子は自然に崩壊して陽子および電子が出てくるのが観測される。これが中性子のベータ崩壊である。中性子の崩壊に限らず、一般に物質が電子を放出して崩壊することをベータ崩壊と呼んでいる。原子核で陽子が過剰な核の場合には、電子の反粒子である陽電子を放出する崩壊過程も自然界に存在する。これもベータ崩壊という。

中性子はベータ崩壊によって崩壊し、平均寿命 τ_n は 15 分程度である。

$$\tau_n = \frac{1}{w} = (896 \pm 10)s \quad (2.1)$$

ここで、平均寿命の逆数 w は崩壊確率である。すなわち 1 個の中性子が 1 秒当たりに崩壊する確率である。

中性子のベータ崩壊は



のように 1 個の中性子が陽子と電子との 2 粒子に崩壊することがエネルギー的に許される。なぜなら、中性子、陽子、電子の質量を m_n, m_p, m_e とすると

$$m_n = 939.56563 \pm 0.00028 \text{ MeV}/c^2 \quad (2.3)$$

$$m_p = 938.27231 \pm 0.00028 \text{ MeV}/c^2 \quad (2.4)$$

$$m_e = 0.51099906 \pm 0.00000015 \text{ MeV}/c^2 \quad (2.5)$$

である。したがって、中性子の質量は電子の質量と陽子の質量の和よりも大きいので、エネルギーの大きいほうが崩壊するからである。また、電荷の保存則も満足している。

しかし、このように考えると次のような矛盾につきあたる。

1. エネルギーが保存しない。

2.2 式の崩壊では終状態には陽子 p と電子 e^- しか存在しない。図 2.1 のように始状態の中性子が静止している慣性系を考えると、運動量の保存則によって終状態の電子と陽子の運動量は同じ大ききで反対向きになるはずである。したがって、エネルギー保存則と運動量の保存則とを考慮すると、出てくる電子のエネルギーは決まった値になる。電子の運動エネルギー T_e (相対論的な全エネルギーから静止質量を差し引いた量) は

$$T_e = E_e - m_e c^2 = \frac{(m_n - m_e)^2 - m_p^2}{2m_n} c^2 \quad (2.6)$$

となる。静止している中性子が陽子と電子とに崩壊する場合には、陽子の質量が大変大きいので、非相対論的な近似式を用いれば

$$T_e \approx (m_n - m_p - m_e) c^2 \quad (2.7)$$

となる。しかし、実際に中性子の崩壊によって出てくる電子の運動エネルギー T_e を測定してみると、連続的に分布していることが分かった (図 2.2)。したがって、終状態に陽子と電子しか存在しないとすると、エネルギーが保存しないことになる。

2. 角運動量が保存しない。

陽子も電子もスピン (固有角運動量) が $1/2$ であることが分かっているが、軌道運動によって生じる角運動量は必ず整数である。これらを合成すると終状態の角運動量が得られる。したがって、もしも電子と陽子だけの 2 粒子に崩壊するのならば、終状態は全体として整数角運動量になるはずである。一方、始状態の中性子のスピンの $1/2$ であることが分かっている。したがって、角運動量が保存しないことになる。

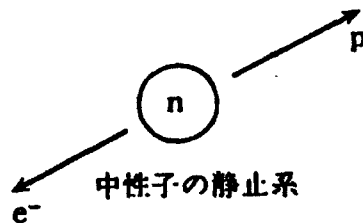


図 2.1 2 粒子崩壊

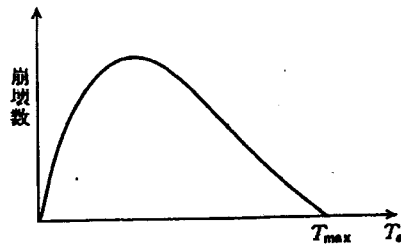


図 2.2 電子の運動エネルギー分布

このように、2つの重要な保存則が破れているように見える。

この保存則の破れの特徴は次のようなものである。まず、中性子ベータ崩壊によって出てくる電子の運動エネルギーについては、運動エネルギーの最大値は2粒子に崩壊とした場合に電子がもつことのできる運動エネルギーとなっている。

$$T_{\max} \equiv (m_n - m_p - m_e)c^2 \quad (2.8)$$

実際に観測される電子のエネルギーは、2粒子崩壊だとした場合のエネルギーよりも小さく、連続的に分布している(図 2.2)。したがって、何か別の粒子が余分のエネルギーを運び去っていると考えれば、エネルギー保存則を救うことができる。この余分の粒子がさらに半奇整数の角運動量を運び去るとすれば、ちょうど角運動量の保存則もうまく満たす可能性がある。

ベータ崩壊でのエネルギー非保存の問題に対して解決を与えたのはパウリであった。1930年にパウリはニュートリノ(中性微子)という新しい粒子が存在しているという仮説を提唱した。具体的には、中性子がベータ崩壊するとき、陽子と電子以外に、このニュートリノの反粒子も同時に放出されると考える。

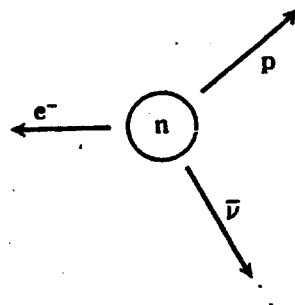


図 2.3 ニュートリノ放出を伴うベータ崩壊

ニュートリノという新しい粒子の性質は次のように仮定することができる。

1. ニュートリノの電荷は0

なぜなら、電子の電荷と陽子の電荷との和は中性子の電荷に等しいからである。

2. ニュートリノの質量は0

中性子のベータ崩壊で出てくる電子の運動エネルギーは連続的に分布しているが、実験精度の範囲では運動エネルギーの最大値は2粒子崩壊だとした場合に得られるはずの値になっている。ニュートリノの質量が0でなければ、その分だけ電子に与えることのできるエネルギーはどうしても減ってしまうはずである。したがって、最大可能運動エネルギーがニュートリノなしの場合（2粒子崩壊）のエネルギーにまで達するという事実を説明できない。この場合、中性子が電子、陽子、ニュートリノという3粒子に崩壊するとすれば、ニュートリノが運び去るエネルギーの大きさにしたがって、電子の運動エネルギーは最大エネルギー T_{\max} から0まで連続的に分布する。

3. ニュートリノのスピンは1/2

角運動量についても保存則が成り立つようにするためには、ニュートリノの角運動量が半奇整数でなければならない。最も簡単な可能性を考えれば1/2となる。

これらの仮定は、実験事実とよく合う。

ニュートリノは電荷をもっていないから、電磁場とは相互作用しない。そればかりでなく、ニュートリノは強い相互作用も全くしない。このことがベータ崩壊から出ているはずのニュートリノが長い間見つからなかった原因である。結局、ニュートリノは物質と弱い相互作用をするのみであると考えられる。

2.2 弱い相互作用の強さ

中性子のベータ崩壊は典型的な弱い相互作用である。この弱い相互作用の強さを表わす結合定数を求める。次元解析から結合定数のおおよその大きさを理解することができる。

中性子、陽子、電子、ニュートリノの4つの粒子が1点で相互作用してベータ崩壊が起こるとする。（もっと高いエネルギーでくわしく調べると、実はこれが近似に過ぎないことが分かる。これをフェルミ近似という。）したがって、確率振幅 T_{fi} は4粒子の波動関数の重なり合いに比例する。その比例係数がベータ崩壊の結合定数 G_F である。たとえば、陽子の波動関数を $\psi_p(x)$ などのように表わす。始状態の粒子波動関数は ψ 、終状態に生成される粒子の波動関数は複素共役 ψ^* で表わされる。複素共役波動関数 ψ^* は共役スピノル $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ の形で表わした方が相対論的共変性が明確になる。

ベータ崩壊では、中性子が消滅し、陽子、電子、反ニュートリノが生成される。実験データから、これらの粒子のカイラリティはすべて負であることが分かっている。波動関数のカイラリティを区別して、左巻き（カイラリティ負）の粒子を添え字 L で表わし、右巻き（カイラリティ正）の粒子を添え字 R で表わすことにする。

実験事実をまとめた結果、ベータ崩壊は次のような形の確率振幅で与えられることが分

かった。

$$T_{fi} = 2\sqrt{2}G_F \int d^3x \bar{\psi}_{pL}(x) \gamma_\mu \psi_{nL}(x) \bar{\psi}_{eL}(x) \gamma^\mu \psi_{\nu L}(x) \quad (2.10)$$

こうして定義された結合定数の次元を求めてみる。

量子力学では、波動関数の 2 乗によって粒子がその点に存在する確率密度が与えられ、それを空間積分すると確率が得られる。

$$\text{確率} = \int d^3x \bar{\psi}(x) \gamma^0 \psi(x) = \int d^3x \psi^\dagger(x) \psi(x) \quad (2.11)$$

確率そのものは無次元量だから、波動関数の次元は長さ L のマイナス 3/2 乗である。

$$[\psi(x)] = L^{-\frac{3}{2}} \quad (2.12)$$

一方、エネルギー保存則のデルタ関数をくくり出した後の確率振幅 T_{fi} の次元はエネルギーと同じである。

$$[T_{fi}] = E = \frac{\hbar}{T} \quad (2.13)$$

したがって、結合定数 G_F の次元は

$$[G_F] = \frac{[T_{fi}]}{L^3 \psi(x)^4} = ML^5 T^{-2} = M^{-2} \hbar^3 c^{-1} \quad (2.14)$$

となる。

ここで、最後の形はプランク定数 \hbar のべきと光速 c のべきを適宜くくり出して質量 (M) のべきに翻訳した形であり、自然単位系での次元に他ならない。このように自然単位系でみると質量の逆数べきになっているということがベータ崩壊のような弱い相互作用の結合定数の大きな特徴である。

中性子の崩壊確率の実験データを用いて、ここで定義した結合定数 G_F の大体の大きさを求めてみる。結合定数が自然単位系で質量の逆 2 乗の次元をもった定数だから、中性子崩壊確率の大きさの程度を与えるためには、中性子の崩壊の特徴を与えるような質量の次元をもった量が必要である。中性子の崩壊過程を記述する正確な相互作用の形を知らなくても、この次元をもった量をだいたい予想できれば G_F のおおよその大きさは分かる。中性子の崩壊が起こるのは中性子と陽子との間に質量差があるせいである。この質量差はだいたい電子の質量と同じ程度の大きさである。したがって、次元をもった本質的な量としては電子の質量をとればよい。そこで、質量の次元をもつ量はすべて電子の質量を用いて大きさを評価することにする。崩壊確率 w は結合定数の 2 乗に比例する。したがって、時間の逆数の次元を作るには次元解析から

$$w = G_F^2 \cdot m_e^5 \cdot \hbar^{-7} c^4 \quad (2.15)$$

となる。上にあげた中性子の寿命から

$$G_F^2 \approx \frac{\hbar^7}{\tau_n \cdot m_e^5 \cdot c^4} \approx (\hbar c)^6 (2 \cdot 10^{-5} \text{GeV}^{-2})^2 \quad (2.16)$$

となり

$$G_F \approx (\hbar c)^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{GeV}^{-2} \quad (2.17)$$

が得られる。この G_F のことをフェルミ結合定数と呼び、弱い相互作用の基本定数となっている。

このようにして得られた弱い相互作用の結合定数を他の相互作用の結合定数と比べてみる。

電磁相互作用の強さは

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137} \quad (2.18)$$

強い相互作用の強さは

$$\frac{g^2}{4\pi\hbar c} \approx 1 \sim \frac{1}{10} \quad (2.19)$$

これら無次元の結合定数と比較するために、素粒子の標準的な質量として陽子の質量を用いてみると、弱い相互作用の強さは

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} (m_p c^2)^2 \approx 1.02 \cdot 10^{-5} \quad (2.20)$$

となり、たいへん弱いことが分かる。逆に弱い相互作用の結合定数は次元をもっているから、もしも異なる質量スケールが登場すれば強さは大きく変わる。弱い相互作用が電磁相互作用と同程度に強くなるために必要な質量スケール M_w を求めてみると、

$$\frac{g^2}{4\pi\hbar c} \approx 1 \sim \frac{1}{10} \implies \frac{M_w}{m_p} \approx 100 \quad (2.21)$$

したがって、弱い相互作用の特徴的な質量スケールとして 100GeV 程度の質量が出て来るようならば、電磁相互作用と弱い相互作用が同程度の強さで現れてくることになる。

2.3 ニュートリノの実験的検証

電磁相互作用や強い相互作用をする粒子は、様々な物質とよく反応するので容易に検出できる。それに対してニュートリノは弱い相互作用しかしない。そのため、ニュートリノの検出には弱い相互作用を使うしか方法がない。

相対性理論によれば、粒子に対して必ず反粒子が存在する。また、時間反転を施すと一つの反応からその逆反応に移る。時間反転が対称性を破っていても、時間反転と同時に空

間反転とさらに荷電共役（粒子・反粒子）変換を施すと、必ず理論の対称性となっていることが場の量子論を用いて示すことができる（この定理はPCT定理と呼ばれている）。逆反応では、始（終）状態にある粒子は終（始）状態に移る。より一般には、一部の粒子についてだけ、時間・空間で逆転させて、始状態から終状態へ、またはその逆に終状態から始状態へと移すことも考えられる。様々な保存則が成り立つためには、こうして始状態と終状態の間で粒子を移したときに、移った粒子は反粒子に変わると考えねばならない。

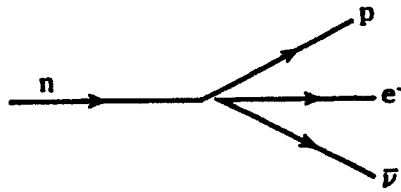


図 2.4 中性子のベータ崩壊

たとえば、中性子のベータ崩壊



を例にとると図 2.4 のようになっている。ここで時間は左から右へと流れていると考えている。この反応に関与する粒子の中で、電子を終状態から始状態へと移すと、図 2.5 のように



という、陽電子と中性子の衝突反応が得られる。この逆反応を考えると図 2.6 のように



というニュートリノと陽子の衝突反応も可能なはずである。

ニュートリノと陽子の衝突反応断面積の大きさを評価するために次元解析を行ってみる。反応の確率振幅は弱い相互作用の結合定数 G_F に比例する。したがって、断面積 σ は G_F の 2 乗に比例する。断面積の次元は長さの 2 乗であるのに対して、弱い相互作用の結合定数 G_F の 2 乗の次元は $M^2 L^{10} T^{-4}$ である。この次元の食い違いを埋め合わせるには、プランク定数 \hbar と光速 c との他に質量の次元をもった量が必要である。ニュートリノ反応では入射するニュートリノの重心系でのエネルギー E_{cm} がこの次元の食い違いを埋め合わせるために使える量である。

$$\begin{aligned} \sigma &\approx G_F^2 \cdot (E_{cm})^2 \cdot (\hbar c)^{-4} \\ &\approx 0.5 \cdot 10^{-37} \cdot (E_{cm}/\text{GeV})^2 \text{cm}^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

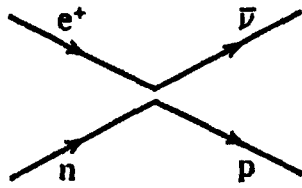


図 2.5 陽電子と中性子の衝突反応

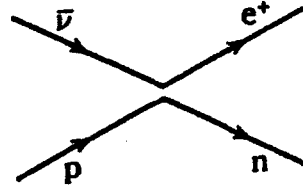


図 2.6 ニュートリノと陽子の衝突反応

このように弱い相互作用だけで起こるニュートリノ反応の断面積は、通常のエネルギーではたいへん小さいものとなる。

さらに重心系でのニュートリノ入射エネルギー E_{cm} を実験室系でのエネルギー E_{Lab} に翻訳すると、2粒子系が全体として静止しているときのエネルギー W は全系の静止系でのエネルギー（静止質量） Mc^2 に他ならない。したがって、重心系でのニュートリノのエネルギー E_{cm} は、

$$E_{cm} = \frac{W^2 - m_p^2 c^4}{2W} \quad (2.26)$$

同様に、同じ全系の静止質量 W を実験室系でのニュートリノのエネルギー E_{Lab} で表わすことができる。

$$W^2 = 2m_p c^2 E_{Lab} + m_p^2 c^4 \quad (2.27)$$

したがって、重心系でのエネルギー E_{cm} と実験室系でのエネルギー E_{Lab} との関係は

$$\begin{aligned} E_{cm}^2 &= \frac{m_p c^2 E_{Lab}}{2} \cdot \frac{1}{1 + m_p c^2 / (2E_{Lab})} \\ &\approx E_{Lab}^2 && E_{Lab} \ll m_p c^2 \text{ の場合} \\ &\approx \frac{m_p c^2 E_{Lab}}{2} && E_{Lab} \gg m_p c^2 \text{ の場合} \end{aligned} \quad (2.28)$$

で与えられる。このように実験室系でのニュートリノの入射エネルギー E_{Lab} が標的の質量 $m_p c^2$ よりも十分小さいときには、 E_{Lab} はほとんど重心系でのエネルギー E_{cm} に等しい。しかし、 E_{Lab} が標的の質量 $m_p c^2$ よりも十分大きいときには、よい近似で重心系でのエネルギー E_{cm} は実験室系でのエネルギー E_{Lab} の平方根に比例する。こうなる理由は、入射粒子の運動エネルギーのかなりの部分が重心運動を起こすために使われてしまうために、2粒子反応を起こすのに有効な重心系でのエネルギーが大きくなるからである。

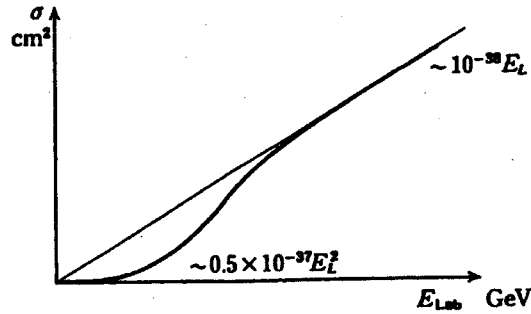


図 2.7 核子標的でのニュートリノ反応断面積のエネルギー依存性

図 2.7 に示すように、実験室系でのエネルギー E_{Lab} が大きくなるとニュートリノ反応の断面積は大きくなる。しかし、巨大加速器から得られる GeV 程度の比較的高いエネルギーのニュートリノ・ビームを用いても、反応断面積は実験でようやく検証できる限界程度に小さな量である。低いエネルギーでは、ニュートリノの実験室系での入射エネルギーと重心系でのエネルギーとはほとんど同じなので、例えば 1 MeV では断面積 σ は 10^{-41}cm^2 程度になる。十分高いエネルギーではニュートリノ反応の全断面積は

$$\sigma \approx 10^{-38} \cdot \frac{E_{\text{Lab}}}{\text{GeV}} \text{cm}^2 \quad (2.29)$$

となつて、実験室系での入射エネルギーに比例して大きくなる。しかし、比例係数はたいへん小さい。例えば 1 GeV では

$$\sigma \approx 10^{-38} \text{cm}^2 \quad (2.30)$$

程度になる。

比較のために強い相互作用の典型的な反応である核子と核子の散乱断面積を挙げる。核子の散乱断面積は、

$$\sigma_{NN} \approx \pi r_{\text{nucleon}}^2 \approx \pi (10^{-13} \text{cm})^2 \approx 10^{-26} \text{cm}^2 \quad (2.31)$$

程度である。ここで、核子の相互作用半径 r_{nucleon} がだいたいパイ粒子のコンプトン波長で決まっていることを用いた。

$$r_{\text{nucleon}} \approx \frac{\hbar}{m_{\pi} c} \approx 1.4 \times 10^{-13} \text{cm} \quad (2.32)$$

この断面積と比較して、ニュートリノ反応の断面積 (2.30) がいかに小さいかが分かるであろう。

典型的な物質として水をとると、密度 $1 \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ だから、アボガドロ数 6×10^{23} 個程度の粒子が 1cm^3 中に含まれている。したがって、入射粒子の全断面積が σ であれば、平均

して1回の散乱が起こるまでに進む距離は

$$\frac{1}{N\sigma} \quad (2.33)$$

で与えられる。これを平均自由行程という。1 MeV 程度のエネルギーのニュートリノを入射させた場合は、全断面積 (2.29) を用いると

$$\frac{1}{N\sigma} \approx 10^{17} \text{cm} \quad (2.34)$$

となり、たいへん大きな距離となる。すなわち1個のニュートリノが散乱されるのを観測しようと思うと、 10^{12}km もの距離を走らせなければならないということになる。したがって、ニュートリノ反応を実際に観測しようとする、次のような工夫が必要になる。

1. 入射ニュートリノのビーム強度を大きくして大量のニュートリノを衝突させる。
2. 標的の密度を上げるために鉄などの物質を用い、しかもきわめて大量の物質を用意して標的の量を多くする。
3. たいへん長い時間をかけて散乱現象を捜す。
4. ニュートリノの入射エネルギーを上げる。

1930年にパウリのニュートリノ仮説が提案されてから、永年の間、実際にニュートリノを観測することはできなかった。しかし、アメリカのサバンナ河畔に実験用の巨大な原子炉が建設され、核分裂でできた放射性物質のベータ崩壊から大量のニュートリノが得られるようになった。ライネスとコーワンは図 2.8 に模式的に示したように、このニュートリノを水に当て、 $\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n$ という反応で生じる陽電子を確認することに成功した。この実験は1953年から1959年にわたって行われ、反応の断面積が予想通り 10^{-43}cm^2 程度であることが確認された。これがニュートリノの存在を最初に実証した実験である。

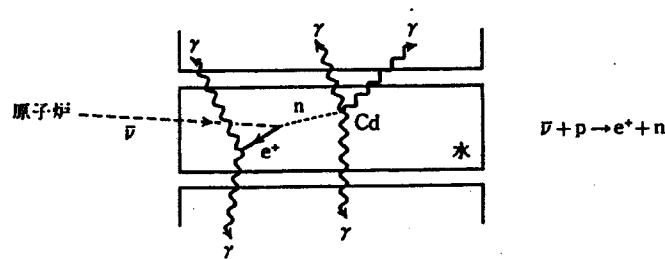


図 2.8 ニュートリノ反応実験模式図

2.4 ニュートリノと電子数保存

質量の大きさに関わらず、強い相互作用をしない物質粒子のことをレプトンと総称している。

ニュートリノは電荷をもっていないので、電荷の符号で粒子と反粒子とを区別することはできない。同じように電氣的に中性の粒子の中で中性パイ粒子は反粒子と粒子とが同じ粒子であった。ニュートリノも、電荷をもたない粒子なので、荷電共役を施したときに自分自身に戻るかというのはたいへん興味深い問題である。中性子のベータ崩壊過程



に対して、終状態の三つの粒子の中で反ニュートリノだけを始状態にもってくと、



という反応が得られる。前節で見たように、粒子を終状態から始状態へ移すと反粒子になる。したがって、(2.35) の過程で生じる反ニュートリノを中性子にぶつけて (2.36) の反応が起こるようなら、ニュートリノと反ニュートリノは同一粒子だということになる。

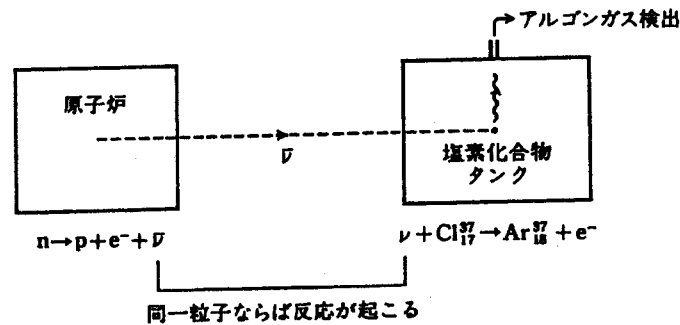


図 2.9 塩素原子核とニュートリノの反応

塩素原子核にニュートリノをぶつけると、図 2.9 のように電子を放出してアルゴン原子核に変化することが知られている。



この反応は (2.36) と同じように、塩素原子核中の中性子が陽子に変わり、その結果塩素原子核がアルゴン原子核に変わったものに他ならない。一方、原子炉を用いた実験では、原子炉からの中性子のベータ崩壊 (2.35) によって大量の反ニュートリノが得られる。1955 年にデービスはこの反ニュートリノを塩素原子核にぶつけて実験を行った。大量の塩素化合物を含む液体のタンクに原子炉からのニュートリノを打ち込んで、出てくるはずのアルゴンガスを検出しようとする実験であった。ここで出て来るアルゴンの同位元素は放射性元素の一つで、きわめて微量でも検出が容易である。また、ゆっくりしか崩壊しないので、アルゴンガスを長い時間かけて集めることができる。しかし、精密な実験を行っても、アルゴンガスは検出されなかった。この実験から

$$\sigma(\bar{\nu}n \rightarrow pe^-) < \frac{1}{100} \sigma(\nu n \rightarrow pe^-) \quad (2.38)$$

という結論が得られた。この実験事実は、ニュートリノが反ニュートリノと異なる粒子であることの一つの証拠である。この他のどの過程でも同様にニュートリノと反ニュートリノは異なる反応の仕方をし、それらの実験事実をあわせると、次のような電子数という保存量があることが分かった。電子とニュートリノは電子数を+1もち、それらの反粒子である陽電子と反ニュートリノが電子数-1をもつ。

2.5 パリティ非保存

空間反転という変換のもとで自然法則は対称であると長い間信じられてきた。すなわち、通常知られている古典力学系では右巻きと左巻きとは対称であり、量子力学でも左右を区別する理由は何もないと考えられてきた。しかし、素粒子の基本相互作用をよく調べてみると、弱い相互作用は空間反転の不変性を破っていることが分かった。この長い間の偏見を打ち破ることになった理論が、1956年にリー (T.D.Lee) とヤン (C.N.Yang) によって提唱されたパリティ非保存の理論である。

もしも相互作用が空間反転のもとで不変であるとしてみよう。ハミルトニアンが空間反転のもとで不変なのだから、量子力学では、縮退していないエネルギーの固有状態は空間反転のもとで正のパリティをもつ (偶関数) か負のパリティをもつ (奇関数) かのどちらかでなければならない。したがって、様々な原子・分子のエネルギー準位は正のパリティか、負のパリティのどちらかであって、異なるパリティのものが混合しないはずである。

しかし、1956年ころまでに、今日では K 粒子と呼ばれている粒子が、異なるパリティの性質を示すという奇妙な実験事実が知られていた。

リーとヤンはこの K 粒子に関する実験事実をパリティ非保存として解釈できるのではないかと考え、ベータ崩壊でパリティが保存していないことを実験的に検証することを提案した。

リーとヤンの提案に基づいて、1957年にウー (C.S.Wu) らはコバルト 60 (Co^{60}) のベータ崩壊の実験を行った。このコバルト 60 は放射性同位元素で、次のようなベータ崩壊をしてニッケルの励起状態 Ni^{60*} に遷移する。



この崩壊実験で、崩壊核のコバルト 60 を磁場中に置くと、スピンの向きが磁場の方向に揃う (すなわち、偏極する)。上向きにスピンの揃ったコバルト 60 から出て来る電子は下の方向に多く出ることが観測された。もしも、空間反転を施してみると、図 2.10 に示したように、スピン角運動量は空間反転のもとで不変だが、運動量の向きは逆になる。

$$x \longrightarrow -x, \quad p \longrightarrow -p, \quad L = x \times p \longrightarrow x \times p \quad (2.40)$$

すなわち、 $L_z \rightarrow L_z, p_z \rightarrow -p_z$ となる。スピンは角運動量的一种だから、角運動量としての変換性を示す。したがって、空間反転のもとで対称ならば、コバルト 60 のスピン

と同じ向きに出る電子の数と反対向きに出る電子の数とは等しいはずである。かくして、ベータ崩壊のような弱い相互作用では空間反転のもとでの不変性が破れていることが分かった。

より詳しく見ると、コバルト 60 のスピンは 5 で、崩壊によってできるニッケル 60 はスピンは 4 であることが知られている。このベータ崩壊では、コバルトとニッケルの質量差はわずかであり、使える運動エネルギーに比してニッケルの原子核は十分重い。したがって、電子とニュートリノだけが運動量をもっているとしてよい近似である。電子がコバルトのスピンの逆向き（下向き）に出た場合を考えると、ニュートリノは運動量保存則からスピンと同じ向き（上向き）に出る。

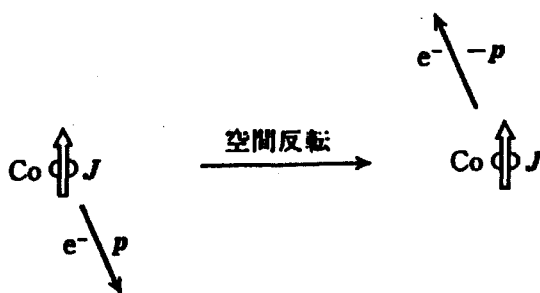


図 2.10 偏極したコバルト 60 からのベータ崩壊

このとき、軌道角運動量の上下方向の成分は 0 だから、ニッケル原子核・電子・ニュートリノのスピンを加え合わせて親のコバルト原子核のスピンの方向にならねばならない。電子、ニュートリノのスピンは $1/2$ だから、ニッケル原子核のスピン 5 と合わせて全体としてスピン $J_z = +6$ になるためには、図 2.11 のように電子・ニュートリノのスピンの方向がすべて上向きに揃っている以外可能性はない。この考察から分かるように、電子は運動量の方向と逆方向にスピンをもち、反ニュートリノは運動量と同じ方向にスピンをもっている。

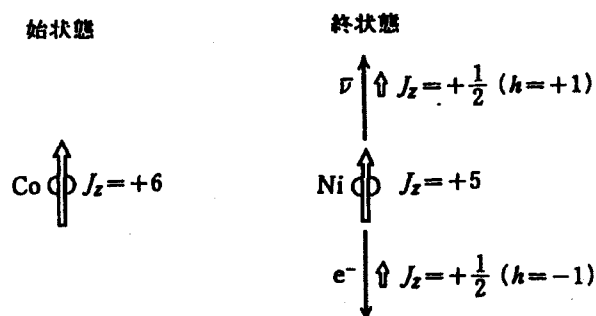


図 2.11 偏極したコバルト 60 からのベータ崩壊における角運動量の保存則

一般に、スピン $1/2$ 粒子が進行方向と同じ向きの角運動量成分 $+1/2$ をもっていると

き、すなわち右巻き粒子のことを、ヘリシティが正であると言う。逆に進行方向の角運動量成分 $-1/2$ の固有状態であるとき、すなわち左巻き粒子のことを、ヘリシティが負であると言う。ベータ崩壊でコバルト原子核のスピンと逆方向に出てきた電子は負のヘリシティをもち、スピンと同方向に出てきた反ニュートリノは正のヘリシティをもっている。

現在までに観測されている全ての実験で、ニュートリノはヘリシティが負（左巻き）、反ニュートリノはヘリシティが正（右巻き）であるとして矛盾がない。もしも荷電共役変換を施すと、運動量 p 、角運動量 z 成分が s のニュートリノは反ニュートリノに変わるが、その反ニュートリノのもっている運動量の値も角運動量 z 成分の値も元のニュートリノと同じである。

$$C\psi(\nu; p, s) = \psi(\bar{\nu}; p, s) \quad (2.41)$$

既に述べたように、左巻きニュートリノの反粒子であるはずの左巻き反ニュートリノは、自然界には存在しない。したがって、コバルトのベータ崩壊の実験事実は、弱い相互作用が荷電共役のもとでの不変性も破っていることを示している。すなわち、 C 非保存である。

一方もしも荷電共役変換だけでなく、空間反転も施すと

$$CP\psi(\nu; p, s) = C\psi(\nu; -p, s) = \psi(\bar{\nu}; -p, s) \quad (2.42)$$

となって、左巻きニュートリノが右巻き反ニュートリノに変換される。したがって、 CP 変換のもとでの不変性は成り立っている。この CP 変換のもとでの不変性はもっと後になって、中性 K 粒子の関与する過程でわずかに破れていることが分かった。

2.6 μ 粒子と世代

湯川の間接理論が提出されてわずか2年後に、宇宙線の中に新しい粒子が発見された。これは今日ではミュー粒子と呼ばれている。この粒子は湯川の予言したパイ粒子と異なる性質をもちながら、どういうわけか大変近い質量を持っていたため、当初素粒子物理学者の間に大きな混乱や論争が起こった。結局、この粒子は質量が電子の約200倍もの大きさであるという以外はあらゆる点で電子と同じ性質をもっていることが分かった。

$$\begin{array}{ll} \text{電荷} & -1 \\ \text{スピン} & \frac{1}{2} \end{array} \quad (2.43)$$

$$\text{質量} \quad m_\mu = 105.658387 \pm 0.000034 \text{ MeV} \quad (2.44)$$

後になって、弱い相互作用の点でも電子と同じような相互作用をしていることも分かった。したがって、ベータ崩壊で中性子を反ニュートリノに置き換え、陽子を反ミュー粒子に置き換えると、ミュー粒子の関与する弱い相互作用が得られる。

$$n \rightarrow pe\bar{\nu}_e \quad \Rightarrow \quad \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\mu}e\bar{\nu}_e \quad (2.45)$$

さらに終状態の反ミュー粒子を始状態へ、始状態の反ニュートリノを終状態へ移すと、反粒子が粒子に変わって

$$\mu \longrightarrow \nu_{\mu} e \bar{\nu}_e \quad (2.46)$$

となり、結局ミュー粒子の崩壊過程が得られる。ミュー粒子はほとんど 100 % この崩壊過程で崩壊する。ここで終状態に出て来る反ニュートリノは、もともと電子が関与する弱い相互作用に伴って登場したニュートリノであって、電子数-1 という保存量をもっている。もう一つ終状態に出て来たニュートリノは、ミュー粒子に伴って登場したものである。この二つのニュートリノが同じ種類のものかどうかは、長い間わからなかった。この点に決着をつけるために、シュワルツらは 1962 年にブルックヘブン研究所の加速器で作られたニュートリノ・ビームを用いて、次に述べるようなニュートリノ実験を行った。

まず、ニュートリノ・ビームを作るために高エネルギー（この実験では 15GeV）の陽子をベリリウム標的にぶつけて大量のパイ粒子を発生させる。相対性理論によれば走っている系では時間はゆっくりと経過するので、光速に近い粒子は割合長生きする。そのため相当距離走らせることができ、それらが崩壊する前に荷電粒子を磁場で曲げて高エネルギー粒子の強いビームを作ることができる。そのビームを適当な距離走らせて崩壊させる。それらのパイ粒子は走っている内に次第に崩壊して大量のニュートリノを作り出す。しかももとのパイ粒子が高速なので、崩壊によって出て来る粒子もほとんど前方に揃っている。

パイ粒子の崩壊から、原理的にミュー粒子も電子も出て来ることができる。しかし、実際にはパイ粒子はほとんど電子ではなく、ミュー粒子へと崩壊する（これはパイ粒子のスピンが 0 で、弱い相互作用がカレントによって表わされているという事実から崩壊の振幅がレプトンの質量に比例するためである）。

$$\pi^{-} \longrightarrow \mu^{-} \bar{\nu}_{\mu} \quad (2.47)$$

$$\pi^{+} \longrightarrow \mu^{+} \nu_{\mu} \quad (2.48)$$

したがって、加速器から人工的に作ったニュートリノ・ビームは主としてミュー粒子の仲間のミューニュートリノである。まだ残っているパイ粒子やミュー粒子などを、最後に大量の物質（鉄など）を通過させてすべて吸収させてしまう。この後に残っているのは反応しにくいニュートリノだけである。こうして得られるニュートリノのビームは完全にエネルギーが一定なわけではないが、一方向に揃った十分に強度のある性質のよいビームである。このような装置によって、ニュートリノ反応の精密実験ができるようになった。

シュワルツらは、このようにして得られたニュートリノ・ビームを測定器中の陽子や中性子に当てて、そこから電子やミュー粒子が出て来るかどうかを調べる実験を行った。その結果ミュー粒子だけが観測されたので

$$\nu_{\mu} + n \longrightarrow p + \mu^{-} \quad (2.49)$$

$$\bar{\nu}_{\mu} + p \longrightarrow n + \mu^{+} \quad (2.50)$$

という反応は起こることが分かった。一方、電子は観測されず

$$\nu_{\mu} + n \longrightarrow p + e^{-} \quad (2.51)$$

$$\bar{\nu}_{\mu} + p \longrightarrow n + e^{+} \quad (2.52)$$

という反応は起こっていないことが分かった。この実験事実から、電子数 N_e とミュー粒子数 N_{μ} は別々に存在することが分かった。

e^{-}, ν_e	$N_e = +1,$	$N_{\mu} = 0$
$e^{+}, \bar{\nu}_e$	$N_e = -1,$	$N_{\mu} = 0$
μ^{-}, ν_{μ}	$N_e = 0,$	$N_{\mu} = +1$
$\mu^{+}, \bar{\nu}_{\mu}$	$N_e = 0,$	$N_{\mu} = -1$

(2.53)

電子、ミュー粒子、それに伴うニュートリノのように、強い相互作用をしない粒子で、光子のように力を媒介する粒子でもないような粒子がレプトンである。さらに、1975 年になって第三のレプトンであるタウ粒子が発見された。この粒子も質量が大変大きいにもかかわらず、電子と全く同じ性質を示すものであった。同時にこのタウ粒子に伴うニュートリノも発見され、タウ粒子数も保存している。このように相互作用が全く同じ粒子が繰り返して現れるので、電子と電子ニュートリノなどをひとまとめにして世代と呼ぶ。世代の代わりに家族 (family) と呼ぶこともある。電子の世代を第一世代、ミュー粒子の世代を第二世代、タウ粒子の世代を第三世代と呼んでいる。

加速器の発達に伴って、この節で取り上げたような大規模な装置の建設が進み、より高いエネルギーのニュートリノの強力なビームが得られるようになった。こうしたニュートリノ・ビームを用いて得られたニュートリノ反応の実験データは現在の標準理論を作り上げる上できわめて大きな役割を果たした。

3 ゲージ原理

本章では、現代の素粒子物理学の中心的な原理となっている「ゲージ理論」を説明し、強い相互作用の基本理論である QCD を導入する。まず最初に、電磁気の量子論である量子電磁力学についてのゲージ理論について述べる。量子電磁力学は、可換群 $U(1)$ についてのゲージ理論である。次に非可換群である $SU(2)$ についてのゲージ理論を導入する。

3.1 マックスウェル方程式とゲージ不変性

古典電磁気学の電場 E と磁束密度 B が満たすマックスウェルの方程式の第1の組は次式で与えられる。

$$\operatorname{div} B = 0 \quad (3.1)$$

$$\operatorname{rot} E + \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \quad (3.2)$$

マックスウェルの方程式の第2の組は、電束密度 $D (D = \epsilon E)$ と磁場 $H (B = \mu H)$ が物質分布によってどのように決まるかを表わす。

$$\operatorname{div} D = \rho \quad (3.3)$$

$$\operatorname{rot} H - \frac{\partial D}{\partial t} = j, \quad j = \rho v \quad (3.4)$$

ここで、物質は電荷密度 $\rho(t, x)$ で分布しており、それらの電荷の速度分布が $v(x, t)$ 、すなわち電流密度が $j = \rho v$ である。(3.4) の div をとったものに (3.3) の時間微分をとったものを加えると連続の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \operatorname{div} j + \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \left(\operatorname{div} \operatorname{rot} H - \operatorname{div} \frac{\partial D}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} D \right) \\ &= \operatorname{div} \operatorname{rot} H = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここで、ベクトル場の rot の div は必ず0になることを用いた。マックスウェル方程式が成り立つためには物質分布がこの連続の方程式を満たしていなければならない。

マックスウェルの方程式の第1の組の第1式 (3.1) によると、磁束密度 B は div をとると0になる。このようなベクトルは必ずあるベクトル場 A の rot として表わせる。

$$B = \operatorname{rot} A \quad (3.6)$$

このベクトル場 A をベクトルポテンシャルという。さらにマックスウェルの方程式の第1の組のもう一つの式 (3.2) で、磁束密度をベクトルポテンシャル A で表わすと

$$\operatorname{rot} \left(E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.7)$$

rot をとると0になるようなベクトルは必ず或るスカラー場 ϕ の grad として表わされる。したがって

$$E = -\operatorname{grad} \phi - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (3.8)$$

この ϕ のことをスカラーポテンシャルという。このようにマックスウェルの方程式の第1の組を解くことによって、電場および磁場をポテンシャルの微分で表わすことができる。

これによってマックスウェルの方程式の第1の組 (3.1)、(3.2) は自動的に満たされてしまうので、以下では不要になる。したがって、マックスウェルの方程式の第2の組 (3.3)、(3.4) だけを考えればよい。ポテンシャルを用いて表わすと

$$\varepsilon \left(-\operatorname{div} \cdot \operatorname{grad} \phi - \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} A \right) = \rho \quad (3.9)$$

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \cdot \operatorname{rot} A + \varepsilon \left(\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{grad} \phi + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) = j \quad (3.10)$$

しかし、ここで注意しなければならないのは、与えられた電磁場を表わすポテンシャル ϕ, A はただ一つには決まらないということである。すなわち、ポテンシャルに次のような変換を施しても同じ電場 E と磁束密度 B を与える。

$$A \longrightarrow A - \operatorname{grad} \Lambda, \quad \phi \longrightarrow \phi + \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \quad (3.11)$$

この変換を（電磁場の）ゲージ変換という。

ゲージ変換の不定性を除くためにいろいろな条件を課することができる。この操作をゲージ固定、条件をゲージ条件と呼ぶ。相対論的共変性をはっきりさせるには、次のようなゲージ条件が便利である。

$$\operatorname{div} A + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (3.12)$$

このような条件をローレンツ条件と呼び、この条件が成り立つゲージをローレンツ・ゲージという。ただし、このローレンツ・ゲージでもまだゲージ変換の自由度は一部残っている。すなわち

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial t^2} - \operatorname{div} \cdot \operatorname{grad} \Lambda = 0 \quad (3.13)$$

を満たすゲージ関数 Λ でゲージ変換をしてもローレンツ・ゲージの条件は満たされている。

4次元的な記法を用いると、上に述べた方程式の記述を簡単に行うことができる。ベクトル・ポテンシャルと電流および電荷密度は4元ベクトルを成している。

$$A^\mu = \left(\frac{\phi}{c}, A \right), \quad j^\mu = (c\rho, j) \quad (3.14)$$

電場および磁場は、場の強さとよぶ次のような2階の反対称テンソル $F_{\mu\nu}$ の成分になっている。

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \begin{pmatrix} 0 & E^1/c & E^2/c & E^3/c \\ -E^1/c & 0 & -B^3 & B^2 \\ -E^2/c & B^3 & 0 & -B^1 \\ -E^3/c & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

場の強さ $F_{\mu\nu}$ を用いるとマクスウェル方程式の第1の組 (3.1),(3.2) は

$$\varepsilon^{\mu\nu\sigma\tau} \partial_\mu F_{\nu\sigma} = 0 \quad (3.16)$$

である。ここで $\varepsilon^{\mu\nu\sigma\tau}$ は4階完全反対称テンソルで $\varepsilon^{0123} = +1$ という値をとる量である。ベクトル・ポテンシャルはマクスウェル方程式の第1の組の解として導入した量であるから、ベクトル・ポテンシャルで表わすと式 (3.16) は恒等式になってしまう。

$$\varepsilon^{\mu\nu\sigma\tau} \partial_\mu F_{\nu\sigma} = \varepsilon^{\mu\nu\sigma\tau} \partial_\mu (\partial_\nu A_\sigma - \partial_\rho A_\nu) = 0 \quad (3.17)$$

マクスウェル方程式の第2の組 (3.3),(3.4) は

$$\partial_\mu F_{\nu\sigma} = \partial_\mu (\partial_\nu A_\sigma - \partial_\rho A_\nu) = \frac{1}{c^2 \varepsilon} j^\nu \quad (3.18)$$

となる。ゲージ変換 (3.11) は

$$A^\mu \longrightarrow A^\mu + \partial^\mu \Lambda \quad (3.19)$$

となり、ローレンツ・ゲージ条件 (3.12) は

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad (3.20)$$

となる。

以上のような電磁場の基本方程式 (マクスウェル方程式) を導くための作用は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} S_{\text{em}} &= \int d^4x \frac{1}{2} c \varepsilon \left(\frac{E^2}{c} - B^2 \right) \\ &= - \int d^4x \frac{c \varepsilon}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= - \int d^4x \frac{c \varepsilon}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \end{aligned} \quad (3.21)$$

最小作用の原理によれば、この作用を最小にするようなポテンシャル A_μ が実現する。したがって、この作用をポテンシャル A_μ について変分すれば運動方程式 (マクスウェル方程式) が得られる。ゲージ変換を施すと、ポテンシャル A_μ は不変でなく、ゲージ変換のパラメータ $\Lambda(x)$ の微分が付け加わる。しかし、場の強さ $F_{\mu\nu}$ はゲージ変換のもとで不変である。したがって、運動方程式だけでなく、この電磁場の作用そのものがゲージ変換 (3.11) のもとで不変になっている。

3.2 光子とゲージ原理

簡単のためにまず初めに、電磁場の源となる物質がない場合、すなわち自由場のマックスウェル方程式の解を考えよう。ローレンツ・ゲージのゲージ条件は (3.12) で与えられ、このゲージでの真空中でのマックスウェル方程式は

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \text{div} \cdot \text{grad} \phi = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - (\nabla \cdot \nabla) A = 0 \quad (3.23)$$

となる。ローレンツ・ゲージで残されているゲージ変換 (3.13) の自由度を用いれば、スカラーポテンシャルを消すことができる。

$$\phi \longrightarrow \phi + \frac{\partial \Lambda}{\partial t} = 0 \quad (3.24)$$

このようにゲージ変換の関数 $\Lambda(x, t)$ を適当に選べばスカラー・ポテンシャル ϕ は 0 にすることができる。しかし、ゲージ関数 $\Lambda(x, t)$ の自由度だけではベクトルポテンシャル A は消せない。この新しいゲージではゲージ条件は

$$\text{div} A = 0 \quad (3.25)$$

となり、残っているマックスウェル方程式は

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - (\nabla \cdot \nabla) A = 0 \quad (3.26)$$

で与えられる。この方程式は波動方程式と呼ばれていて、光速度 c で時間・空間を伝播していく波動を表わしている。これがすなわち電磁波であり、光はその 1 種である。量子力学ではこの電磁波が粒子として振舞うので、光子と呼ばれている。

電磁場の時間・空間的な意味をとらえるために、ゲージ原理という考え方で次のような見方をとることもできる。電荷をもった粒子は、粒子と反粒子が異なるはずだから、ディラック方程式に従う場合のように、複素数の場で記述される。一般にこのようないくつかの粒子の波動関数を ψ_1, ψ_2, \dots , などと表わすことにしよう。これらの複素共役 ψ^* をとれば反粒子の波動関数 (場の量子論では ψ が消滅演算子で、 ψ^* が生成演算子) が得られる。

$\psi_3 + \psi_4 + \dots \rightarrow \psi_1 + \psi_2 + \dots$ のような反応が時空の一点でおこるとする。このような相互作用は

$$S_{\text{int}} = \int d^4x \psi_1^* \cdot \psi_2^* \cdot \psi_3 \cdot \psi_4 \dots \quad (3.27)$$

のようにこれらの波動関数 (場の量子論では場の演算子) の積で表わされる。電荷は保存しているはずであるから

$$Q_1 + Q_2 + \dots = Q_3 + Q_4 + \dots \quad (3.28)$$

となる。相互作用があるとき、各粒子の波動関数 ψ_j の位相をその粒子の電荷 Q_j に比例して回転することを考えてみる。単位電荷に対する回転角を α とすると、

$$\psi_1 \longrightarrow e^{i\alpha Q_1} \psi_1, \quad \psi_2 \longrightarrow e^{i\alpha Q_2} \psi_2, \quad \dots \quad (3.29)$$

となる。電荷保存則 (3.28) が成り立っているおかげで、相互作用 S_{int} はこの回転のもとで不変になる。

$$S_{\text{int}} \longrightarrow \int d^4x e^{i\alpha(-Q_1 - Q_2 + Q_3 + Q_4 \dots)} \psi_1^* \cdot \psi_2^* \cdot \psi_3 \cdot \psi_4 \dots = S_{\text{int}} \quad (3.30)$$

ところで、一般に波動関数は時間的・空間的に広がっているけれども、限りなく1点に近く局在した波動関数を考えることもできる。通常取り扱う量子論（場の量子論）ではすべて、相互作用は式 (3.27) のように時間・空間の1点で起こる形になっている。このような理論は、局所相互作用の理論と呼ばれている。相対性理論と量子論との両方の原理に矛盾しないように理論体系を構成することは、局所相互作用以外の理論では大変困難である。

このような局所化した理論の考え方を徹底させると、「時空の各点は独立なのだから、電荷を持った場の位相回転もまた、各点ごとに独立の回転角 $\alpha(x)$ を与えて回転させても不変であって欲しい」という欲求が自然に出て来る。この時空の点ごとに独立の回転を施す場合のような局所回転のことを、局所ゲージ変換と呼んでいる。局所ゲージ変換に対する不変性という要求を理論に課することをゲージ原理と呼んでいる。局所ゲージ変換に対して、時空点に依存しないパラメータでの変換は大局的変換と呼ばれる。今日では、この局所ゲージ変換に対する不変性を最もよく使うので、省略して単にゲージ不変性ということもある。

ところが、このような $\alpha(x)$ に対する不変性が成り立つためには、理論に少しだけ補正が必要になる。この補正が生じる原因は、電荷をもっている粒子 ψ は同時に時空を伝播して行く波動でもあるという事実である。すなわち、作用の一部として粒子 ψ の運動エネルギーを表わす部分が必ずある。たとえば自由ディラック粒子ならば、作用は

$$S_{\text{Dirac}} = \int d^4x \bar{\psi}(x) (i\hbar \partial_\mu \gamma^\mu - mc) \psi(x) \quad (3.31)$$

である。波動関数の位相回転が座標 x に依存していない場合には、この運動エネルギー項も位相回転に対して不変となる。しかし、位相回転が $\alpha(x)$ のように時空間の各点ごとに異なっているような局所回転の場合には、この運動エネルギー項が不変でなくなってしまう。これは、位相の微分に比例する項が余分に生じるためである。したがって、この余分な項を打ち消すような変換性を示すものを付け加えてやらねばならない。このために付け加える場が、ポテンシャル A_μ である。

$$S_{\text{Dirac}} = \int d^4x \bar{\psi}(x) \left[i\hbar \left(\partial_\mu + i \frac{eQ}{\hbar} A_\mu \right) \gamma^\mu - mc \right] \psi(x) \quad (3.32)$$

ここで、ディラック粒子の電荷が素電荷 e を単位として Q という値であるとした。たとえば、電子では $Q = -1$ である。

実際、上に見たようなゲージ変換性 (3.11) をもつポテンシャル A_μ を考えて

$$\Lambda = -\frac{\hbar}{e}\alpha \quad (3.33)$$

とすると、局所位相変換についての不変性が回復する。このポテンシャル A_μ をゲージ場という。このように、すべて微分はポテンシャルと組み合わせて出て来るようにしておくことゲージ不変になる。このようなポテンシャルと一緒にになった微分を、共変微分と呼び、記号 ∇_μ で表わすことにする。

$$\nabla_\mu \psi(x) = \left[\partial_\mu + \frac{ieQ}{\hbar} A_\mu \right] \psi(x) \quad (3.34)$$

この共変微分を用いると、場の強さ F_μ^ν は μ 方向と ν 方向の共変微分を続けて施したものと、その逆の順序で施したものの差として表すことができる。

$$\frac{ieQ}{\hbar} F_{\mu\nu} \psi \equiv \nabla_\mu \nabla_\nu \psi - \nabla_\nu \nabla_\mu \psi = \frac{ieQ}{\hbar} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \psi \quad (3.35)$$

ここで、右辺第 1 式では微分が波動関数 ψ に作用しているが、第 2 式では ψ に対する微分は相殺して単に場の強さ $F_{\mu\nu}$ を ψ にかける操作になっている。電磁気学の場合には、この局所ゲージ不変性を保証するために必要なゲージ場が、4 元電磁ベクトルポテンシャル A_μ に他ならない。このポテンシャルを量子化して得られる粒子のことをゲージ粒子と呼んでいる。電磁場と電子の場の量子論を量子電磁力学と呼ぶ。量子電磁力学でのゲージ粒子は光子である。

ゲージ変換は二つのゲージ変換を続けて施してもやはりゲージ変換になっている。このことを数学的には、ゲージ変換は群を作っているという。電磁場の場合にはゲージ変換は複素数の位相回転であった。

$$z \rightarrow z' = e^{i\alpha} z, \quad |z'|^2 = |z|^2 \quad (3.36)$$

複素数の絶対値を変えないで位相だけを回転する変換は、群をなしており $U(1)$ 群と呼ばれている。この数学的な用語を用いて表すと、量子電磁力学は $U(1)$ ゲージ群についてのゲージ理論であるということになる。

電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用という三つの相互作用の根本には、今日ではすべてゲージ原理という共通の機構が働いていることが分かっている。すなわち、各相互作用はスピン 1 のゲージ粒子の交換によって媒介されている。三つの相互作用ごとにゲージ粒子は異なった名前をもっている。強い相互作用に対するゲージ粒子は色グルーオン、電磁相互作用に対するゲージ粒子は光子（フォトン）、弱い相互作用に対するゲージ粒子は W 粒子および Z 粒子またはウィークボゾンと呼ばれている。

3.3 非可換群と SU(2)

電子や陽子のような、電荷を持っている粒子の間には、電磁気力が働く。そもそも電磁気力は物質場とゲージ場との間に (3.32) のような相互作用があることに起因している。この電磁気力の働き方を量子力学（場の量子論）の観点から分解してながめると、図 3.1 のように、一方の粒子が光子を放出し、その光子をもう一方の粒子が吸収する過程だとみることがもできる。この意味では、光子は電磁気力を媒介する粒子であるということが出来る。量子電磁力学は大変高い精度で実験的に検証されており、最もよく成功した理論として場の量子論の基礎の一つになっている。また、この理論はゲージ不変性をもっており、ゲージ理論の原型となった。この量子電磁力学から出発したゲージ原理が、現代の素粒子物理学の最も基本的な原理の一つとなっている。

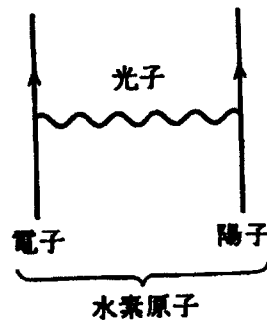


図 3.1 光子の吸収・放出によって電磁気力が媒介される

クォークのような粒子は通常電荷をもっているために、光子交換の機構によって、それらの間に電磁気力が働くのはもちろんである。しかしそれだけでなく、クォークは「色」をもっていることが大きな特徴である。この色は電磁相互作用の電荷と異なり、強い相互作用に参与する粒子がもっている一種の新しい電荷に似たものである。そこで、電磁相互作用で大成功をおさめた量子電磁力学にならって、クォークのもっている色を電荷として電磁気力と同様な力がクォーク間に働くと考えるのが自然である。図 3.2 に示すように色に対して反応する新しいゲージ粒子が強い相互作用を媒介するのだと考えるのが、QCD（量子色力学:Quantum ChromoDynamics）と呼ばれる理論である。

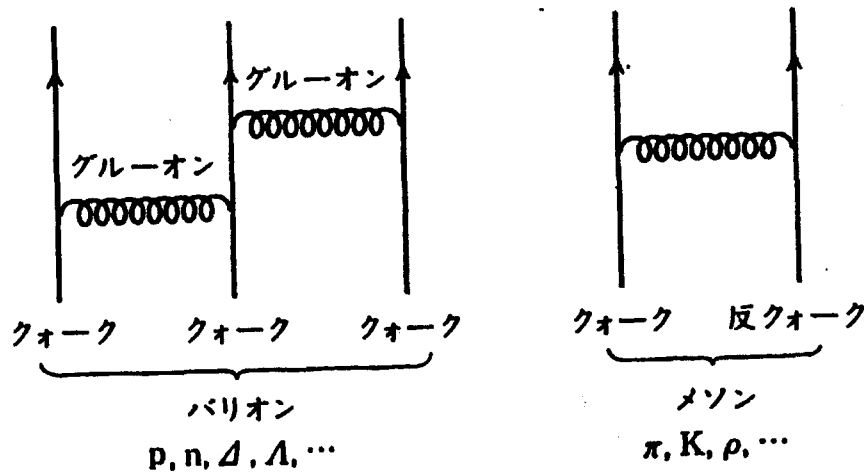


図 3.2 色グルーオンの交換によって強い相互作用が媒介される

このゲージ粒子のことを色グルーオン、または略して単にグルーオンと呼ぶ。QCD は強い相互作用の基本理論であり、ゲージ理論の一つの典型でもある。より具体的には色の局所ゲージ変換に対して理論が不変になることを要求すると、ゲージ場としてグルーオンが必要になり、そのグルーオンと色のある粒子の相互作用はゲージ原理から決まってしまう。グルーオンがクォークの間で交換されてクォーク間の強い相互作用を媒介する様子は、電磁相互作用の光子とよく似ているが、少し異なるところもある。最も大きな違いは色電荷には、3種類あるという点である。ここで、色というのは単に名前だけであって、色彩とは無関係であり、正や負や0の値を取り得る数値的な量であると考えた方が正確である。3種類の色があるというのは、ちょうど u, d, s という三種類のクォークがある場合とよく似ている。三種類の色の数学的構造は三種類のフレーバーの場合と同じなので、三種類のフレーバーの場合を考えて類推する。まず当面は、三種類のフレーバーのうち、u, d クォークという二種類のフレーバーだけがある場合を考えてみる。この場合、クォークはスピン 1/2 のディラック粒子なので、この粒子を表す場（波動関数）は実数ではなく、複素数となる。したがって u, d という二つの粒子が対称的で区別できない（アイソスピン対称性）というのは、二つの複素数の間で自由に回転しても物理が変わらないという対称性になっている。

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} z'_1 \\ z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

ただし、回転といっても確率は保存すべきなので二つの複素数の絶対値の2乗の和は保存しなければならない。このような回転は2行2列のユニタリー行列で与えられる。

$$|z'_1|^2 + |z'_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 \Leftrightarrow U^\dagger U = 1 \quad (3.39)$$

ここで、上付きの添え字†は行列の各成分の複素共役をとって行列の行と列を入れ替える(転置)ことを表し、その行列のエルミート共役と呼ばれている。このユニタリ行列のうちで z_1, z_2 の位相だけを同時に同じだけ回転する変換は、位相回転群 $U(1)$ と同じものである。しかも、一般に 2 行 2 列の行列は順序を交換できないのに対して、この変換は他のどの変換とも順序を交換できる。したがって、位相回転にあたる変換だけは別個に扱うことができる。 z_1, z_2 を同時に位相回転すると、行列式 $\det U$ も同じだけ位相回転する。したがって、位相回転以外の変換を特徴付けるには、行列式が 1 になるという条件を課せばよい。

$$\det U = 1 \quad (3.40)$$

このように行列式が 1 の行列を表すのに S という文字を名前につける。したがって、ふたつの複素数の絶対値の 2 乗の和を保存し、かつ行列式が 1 になる行列全体は、 $SU(2)$ と呼ばれる群を成している。このように、アイソスピンのような対称性は $SU(2)$ という群に対応している。 $SU(2)$ というのは u,d クォークのような二つの複素数の間の回転を表しており、その際に絶対値の 2 乗の和を変えず、かつ単なる位相変換にもならないということである。

非可換ゲージ対称性として最も簡単なアイソスピン $SU(2)$ の場合を考える。フェルミオン場がアイソスピン二重項であるとする。

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

$SU(2)$ の変換の下で $\psi(x)$ は次のように変換する。

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x)' = \exp\left(\frac{-i\tau \cdot \theta}{2}\right) \psi(x) \quad (3.42)$$

ここで $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ はパウリ行列で、次の交換関係を満たす。

$$\left[\frac{\tau_i}{2}, \frac{\tau_j}{2}\right] = i\varepsilon_{ijk} \frac{\tau_k}{2}, \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (3.43)$$

ただし、くり返し現れる添字 k について、 $k = 1, 2, 3$ の和をとるものと約束する。

また、 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ は $SU(2)$ 変換パラメーターである。これらのパラメーター θ_i が時空に独立で大局的 $SU(2)$ 変換において不変なら、可換ゲージの場合と同様にこの θ_i を $\theta_i(x)$ と置き換えて、局所的 $SU(2)$ 変換を考えることができる。(3.42) によって

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x)' = U(\theta)\psi(x) \quad (3.44)$$

である。ただし、

$$U(\theta) = \exp\left(\frac{-i\tau \cdot \theta(x)}{2}\right) \quad (3.45)$$

である。自由場のラグランジアン

$$L = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) \quad (3.46)$$

を不変にするために、微分 ∂_μ を次の共変微分 D_μ で置き換える。

$$D_\mu = \left(\partial_\mu - ig \frac{\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{A}_\mu}{2} \right) \psi \quad (3.47)$$

ただし g は e と同様にゲージ場とフェルミオン場との結合定数である。また、ここでベクトルゲージ場 $A_\mu^i (i = 1, 2, 3)$ を導入した。これは Yang-Mills 場とも呼ばれ、次のように変換しなければならない。

$$A_\mu^i \rightarrow A_\mu^{i'} = A_\mu^i + \varepsilon^{ijk} \theta^j A_\mu^k - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^i \quad (3.48)$$

場の強さのテンソルは

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g \varepsilon^{ijk} A_\mu^j A_\nu^k \quad (3.49)$$

で定義される。この $F_{\mu\nu}^i$ は、ゲージ不変である。

4 電弱統一ゲージ理論

電磁相互作用と弱い相互作用をゲージ原理のもとで統一的に理解する電弱統一ゲージ理論を述べる。弱い相互作用を繰り込み可能な理論で記述するためには、中性ベクトル粒子か、それとも重いレプトンを導入する必要がある。自然界では前者が実現されており、 $SU(2) \times U(1)$ というゲージ群に基づく理論で記述できる。ベクトル粒子が質量を持つためには、ゲージ対称性が自発的に破れている必要がある。このためにヒッグス粒子というスピン零の粒子を導入する。 $SU(2) \times U(1)$ が自発的に破れた結果、電磁相互作用 $U(1)_{\text{em}}$ が生き残る。ゲージ対称性が破れて生じる弱い相互作用のうち、中性カレントはクォークのフレーバーを変えないが荷電カレントはフレーバーを変える。(フレーバーとはクォークやレプトンの種類を表す。) クォーク、レプトンとヒッグス粒子の間の湯川相互作用が、クォーク、レプトンの質量の起源である。この湯川相互作用は、クォークの弱い相互作用の混合行列を与え CP 非保存の起源となっている。QCD とあわせて $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論を標準模型と呼ぶ。

4.1 弱い相互作用のベクトル粒子

低エネルギーでの弱い相互作用はクォークやレプトンの波動関数二つの積から作った弱い相互作用のカレントの積で与えられる。このような型の相互作用をフェルミ相互作用と

いう。またはカレント・カレント相互作用、4 フェルミ相互作用ともいう。フェルミ型の相互作用は、低エネルギーでの弱い相互作用をよく記述する。しかし、高エネルギーでは量子効果を計算すると発散の問題に直面する。

フェルミ型相互作用で摂動論的に計算できるのは 700GeV 付近あたりまでで、それ以上になると確率の保存に矛盾してしまう。フェルミ型相互作用の理論は繰り込み不可能な理論である。

発散が強いのは4つのディラック粒子が1点で局所相互作用するからである。したがって、繰り込み可能な理論にするためには相互作用する点の時空間を広げてやればよい。カレント・カレント相互作用が基本相互作用ではなくカレントとベクトル粒子とが相互作用(図 4.1) すると考える。

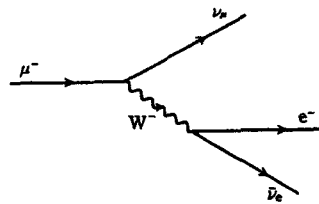


図 4.1 ベクトル粒子 W が媒介する弱い相互作用

4.2 対称性の自発的破れとヒッグス粒子

ゲージ原理から予言されるゲージ粒子の質量は厳密に 0 でなければならない。しかし、弱い相互作用を媒介するベクトル粒子 W^\pm は光子と大変よく似た性質を持っているが、かなり大きな質量を持っていることが大きな違いである。そこでこのゲージ粒子にどのようにして質量を持たせるかが問題である。そのためにはゲージ対称性が何らかの形で破れていなければならない。しかし、対称性そのものが成り立たなければ、ゲージ理論としての強い制限が生きてこないで、矛盾のない理論を作ることができない。そこで、理論そのものは完全に対称的だが、それを解いて得られる状態が対称的でないという可能性をさがす。これが対称性の自発的な破れと呼ばれる。

場の理論の例として 2 つのスカラー場 ϕ_1, ϕ_2 を用いたゴールドストーン模型を考える。

$$\frac{S_{\text{Goldstone}}}{\hbar} = \int d^4x \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2) - V(\phi_1, \phi_2) \right] \quad (4.1)$$

これらのスカラー場が、次のようなポテンシャルで相互作用しているとする。

$$V(\phi_1, \phi_2) = -\frac{1}{2} \mu (\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (4.2)$$

このポテンシャルは二つの実スカラー場 ϕ_1, ϕ_2 の間の回転について対称である。

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

この対称性は二つの実数の 2 乗の和を不変にする回転なので、2 次元直交回転群、すなわち $O(2)$ の対称性と呼ばれている。

真空に対応する安定な場の配位をさがす。まず、運動エネルギーが少ないほうが有利だから、場 ϕ_1, ϕ_2 は空間座標 x に依存しないとする。スカラー場 ϕ_1, ϕ_2 の値が十分大きいところで、ポテンシャルが安定であるためには、

$$\lambda > 0 \quad (4.4)$$

であることが必要である。さらにもしもパラメーター μ が

$$\mu > 0 \quad (4.5)$$

であれば、図 4.2 に示したように、中心部が上に凸になる。したがって、このとき、場の配位が安定な点ではスカラー場の値が零ではなく、有限の値となる。この安定点は (ϕ_1, ϕ_2) 平面で

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{\mu}{\lambda} \quad (4.6)$$

で与えられる円周状を成して存在している。

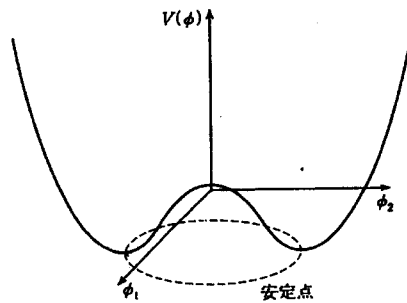


図 4.2 ゴールドストーン模型のポテンシャル

安定点としてこの円周上のどの点を選んでもよいが、1つの点を選ばれると回転対称性が破られる。基本法則であるポテンシャルの形は回転に対してまったく対称であるにもかかわらず、安定な点として実際に実現する場の配位は回転対称性を破ってしまう。すなわち、対称性の破れが自発的に起きている。

本来、 ϕ_1 と ϕ_2 とはまったく対等であったが、対称性の自発的破れが起こったときには、最も安定な点として (4.6) という円周上の 1 点を選ばれる。どの点を選ばれるかは基

本原理からは決まっていない。どこかに落ち着いたとして、それに対して ϕ_1, ϕ_2 の名前を付け替えて ($O(2)$ 回転を施すのと同じ)、安定点が 1 軸方向になるようにできる。

$$\phi_1 = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda}}, \quad \phi_2 = 0 \quad (4.7)$$

この場合に、この安定点から見て、ポテンシャルがどうなっているかを見直してみる。安定点からのずれを

$$\tilde{\phi}_1 = \phi_1 - \sqrt{\frac{\mu}{\lambda}} \quad (4.8)$$

と定義して、 $\tilde{\phi}_1$ と ϕ_2 とで表すと

$$V = -\frac{\mu^2}{4\lambda} + \mu\tilde{\phi}_1^2 + \sqrt{\lambda\mu}\tilde{\phi}_1(\tilde{\phi}_1^2 + \tilde{\phi}_2^2) + \frac{\lambda}{4}(\tilde{\phi}_1^2 + \tilde{\phi}_2^2)^2 \quad (4.9)$$

というポテンシャルになっている。場の 2 次の項を見ると、ポテンシャルの曲率がわかる。 $\tilde{\phi}_1$ については正の曲率 (下に凸) だが、 ϕ_2 については曲率がゼロになっている。ここで、 ϕ_2 について曲率がゼロになっているのは、もともとポテンシャルが ϕ_1, ϕ_2 の直交回転について不変であるという $O(2)$ 対称性をもっているためである。実際、図 4.2 からわかるように、安定点を $O(2)$ 回転させる方向にポテンシャルは平坦になっている。この平坦な方向が ϕ_2 の方向に他ならない。

量子効果を考えるために安定な場の配位からのずれを考えると、作用の中のスカラー場について 2 次の項が運動項と質量項を表している。質量 m のスカラー場を一般的に ϕ と表すと、作用の 2 次の項は

$$\frac{S}{\hbar} = \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 + \dots \right] \quad (4.10)$$

と表される。したがって、 $\tilde{\phi}_1, \phi_2$ の質量は

$$m_{\tilde{\phi}_1} = \sqrt{2\mu} \frac{\hbar}{c} \quad (4.11)$$

$$m_{\phi_2} = 0 \quad (4.12)$$

である。このように、対称性が破れると、破れた対称性に対応する変換の方向に、質量零の粒子が必ず存在する。自発的に破れたときに必ず質量零の粒子が存在するという定理を、南部-ゴールドストンの定理という。質量ゼロの粒子を南部-ゴールドストン粒子と呼ぶ。ただし、次節で述べるように局所ゲージ対称性がある場合は例外となる。ゲージ対称性を自発的に破るために導入されたスカラー場のことをヒッグス場またはヒッグス粒子とよんでいる。

4.3 ヒッグス機構とゲージ粒子の質量

ゴールドストーン模型で自発的に破れた対称性は、時空点に依存しない大局的変換であった。もしも、この変換の全部または一部をゲージ原理に従って、局所ゲージ化した場合には、ヒッグス機構と呼ばれる大変興味深い現象が起こる。

ゴールドストーン模型は複素場 ϕ とその複素共役 ϕ^* とを用いると、さらに簡単に表される。

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \quad \phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2) \quad (4.13)$$

$$\frac{S_{\text{Goldstone}}}{\hbar} = \int d^4x (\partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi + \mu \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2) \quad (4.14)$$

実場 ϕ_1, ϕ_2 についての $O(2)$ 回転 (4.3) は、この複素場 ϕ の位相回転になっている。すなわち、 $O(2)$ 回転群は $U(1)$ 回転群と同等である。

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha} \phi \quad (4.15)$$

ゴールドストーン模型では、 $U(1)$ 回転は時空点の位置に依存しない大局的な変換であった。ゲージ原理にしたがって、この $U(1)$ 回転を各時空点で独立に行うという変換に対して理論が不変になるように要求したのが、 $U(1)$ ゲージ理論である。この $U(1)$ ゲージ理論では $U(1)$ ゲージ場が必要になる。ここでは非可換ゲージ場の場合と同様に、結合定数が無次元になるようにとる。その結果ポテンシャルの次元は

$$[A_\mu] = L^{-1} = M\hbar^{-1}c, \quad [g] = 1 \quad (4.16)$$

である。このとき、作用は

$$\frac{S_{U(1)\text{Higgs}}}{\hbar} = \int d^4x \left[-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (\nabla_\mu \phi)^* \nabla^\mu \phi + \mu \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 \right] \quad (4.17)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (4.18)$$

共変微分は

$$\nabla_\mu \phi = (\partial_\mu + igA_\mu)\phi \quad (4.19)$$

$$(\nabla_\mu \phi)^* = (\partial_\mu - igA_\mu)\phi^* \quad (4.20)$$

と定義されている。この模型は $U(1)$ という可換なゲージ群をゲージ化したもので、スカラー場が物質場として用いられている。 $U(1)$ ヒッグス模型、またはアーベル型ヒッグス模型と呼ばれている。

この模型でパラメターの値がゴールドストーン模型の場合と同じく

$$\mu > 0, \quad \lambda > 0 \quad (4.21)$$

であるとする、 $U(1)$ 対称性が自発的に破れる。このとき、スカラー場ポテンシャルの安定な点は

$$\phi^* \phi = \frac{\mu}{2\lambda} \quad (4.22)$$

である。ゲージ化される前と同じく、安定点として (4.7) という点を選んだとする。

$$\phi = \phi^* = \frac{v}{\sqrt{2}} \equiv \sqrt{\frac{\mu}{2\lambda}} \quad (4.23)$$

この安定点の周りで理論を考えるのに適切な変数として、次のような非線形変数変換を行って変数 ξ, η を用いる。

$$\phi = e^{-i\xi} \left(\frac{v + \eta}{\sqrt{2}} \right) \quad (4.24)$$

ここで複素場 $\phi = (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}$ の自由度を二つの実場 η と ξ に置き換えた。 $U(1)$ ヒッグス模型にはゲージ不変性があるからこうしておく、ゲージ不変性が有効に使える。ゲージ不変性を使って、次のようにする。

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\xi} \phi = \frac{v + \eta}{\sqrt{2}} \quad (4.25)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \xi \quad (4.26)$$

この結果、変数 ξ は作用から消えて、スカラー場のうち残るのは η だけである。すなわち、ゲージ変換を行って変数 ξ が作用から消えてしまうようなゲージに移ることができる。このゲージをユニタリゲージと呼び、物理的な自由度を見るのもっとも適したゲージである。 A'_μ を A_μ と書き直すと、結局 $\xi = 0$ としたのと同じになって、得られた作用は

$$S_{U(1)\text{Higgs}} = S_{\text{gauge}} + S_{\text{Higgs}} + S_{\text{int}} \quad (4.27)$$

$$\frac{S_{\text{gauge}}}{\hbar} = \int d^4x \left[-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{(gv)^2}{2} A_\mu A^\mu \right] \quad (4.28)$$

$$\frac{S_{\text{Higgs}}}{\hbar} = \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta + \frac{\lambda v^2}{4} - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4} \eta^4 \right] \quad (4.29)$$

$$\frac{S_{\text{int}}}{\hbar} = \int d^4x \left[g^2 (v\eta + \frac{1}{2} \eta^2) A_\mu A^\mu \right] \quad (4.30)$$

となる。電磁場の場合と異なり、ゲージ粒子が質量を持つことになる。

$$m_A = gv \quad (4.31)$$

その上、質量を持ったゲージ粒子は、中性のスカラー場である η とも相互作用する。生き残ったスカラー場 η は (4.29) に見るように質量を持っている。このように質量 0 のスカラー粒子はなくなってしまい、南部・ゴールドストンの定理は局所ゲージ対称性がある理論には適用されない。

もともとゲージ場は質量が 0 であった。質量ゼロのベクトル粒子は光子の場合と同じように、横波しか存在しないので、横方向の 2 つの偏極しか状態がない。すなわち、右巻きか左巻きの偏光しかない。スピン角運動量の大きさは 1 だが、進行方向の角運動量成分が +1 か -1 の状態しかないということになる。質量を持ったベクトル粒子は通常のように角運動量の大きさが 1 で進行方向の成分は +1, 0, -1 の 3 つあるはずである。したがって、ゲージ場が質量を持つためには、縦波（角運動量の進行方向の成分が零）の自由度が新たに必要となる。ヒッグススカラーの 2 つの自由度のうちで生き残ったものが η であったが、もう 1 つのスカラー場 ξ の自由度が縦波としてゲージ場に吸収されたので、ゲージ場が質量を持つことができたのである。このようにしてゲージ粒子が縦波の自由度を獲得し、その結果質量を持つ機構を、ヒッグス機構という。

対称性が自発的に破れている模型で、さらにゲージ場が結合している場合には、質量零の南部・ゴールドストン粒子が現れる代わりに、ゲージ場に質量が生じることがわかった。この結論は一般的であって、自発的に破れている対称性の方向の数だけのゲージ場が質量をもち、その質量は対称性を破るスカラー場の値 v とゲージ結合定数 g の積 (4.31) で与えられる。

4.4 $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論

弱い相互作用を記述するゲージ理論を構成してみる。簡単のためレプトンだけを考える。荷電ゲージ粒子 W^\pm と光子以外に、中性のゲージ粒子一つだけを導入する最も簡単な模型としては、このゲージ粒子が可換ゲージ群 $U(1)$ から来ていると考えるのがよい。すなわち、 $SU(2) \times U(1)$ というゲージ群を考える。この $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論はワインバーグ・サラム理論とも言われる。物質場として電子とそのニュートリノだけを考える。弱い相互作用の電荷をもったベクトル粒子 W^\pm は左巻きの電子やニュートリノとだけ相互作用するので、左巻きレプトンは弱いアイソスピンの大きさが 1/2 だが、右巻きレプトンはゼロだとしなければならない。 $U(1)$ ゲージ群の電荷を弱いハイパー電荷 Y と呼び、西島-ゲルマンの法則にならって、電荷の大きさ Q と次のような関係にあるとしてみよう。

$$Q = I_3^L + \frac{Y}{2} \quad (4.32)$$

表 4.1 レプトンの量子数

レプトン	弱いアイソスピン $SU(2)$		弱いハイパー 電荷 Y
	大きさ I^L	第 3 成分 I_3^L	
左巻きニュートリノ ν_{eL}	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1
左巻き電子 e_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
右巻き電子 e_R	0	0	-2

結局レプトンの量子数は表 4.1 のようになる。

したがって、左巻きレプトンを、ニュートリノを上、電子を下にして 2 成分波動関数 l_L で表す。

$$l_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

ニュートリノは、今までの実験事実からは左巻き（反ニュートリノは右巻き）しか見つかっていないので、ここでは右巻きニュートリノは存在しないとした。

この $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論の作用はいくつかの部分からなっている。ゲージ場とヒッグススカラーだけの部分 $S_{\text{gauge;Higgs}}$ とレプトンの運動項（ゲージ場との相互作用がはいっている） $S_{\text{lepton;gauge}}$ と、レプトンとヒッグススカラーとの相互作用項 $S_{\text{lepton;Higgs}}$ とに分けられる。

$$S = S_{\text{gauge;Higgs}} + S_{\text{lepton;gauge}} + S_{\text{lepton;Higgs}} \quad (4.34)$$

これらはそれぞれ特徴的な物理的情報を担っている。

まずは、第 1 項のゲージ場とヒッグススカラーだけの部分 $S_{\text{gauge;Higgs}}$ を検討する。ヒッグススカラーについての最も簡単な可能性としてヒッグススカラーは $SU(2)$ については弱いアイソスピン $1/2$ の表現であって、弱いハイパー電荷 $Y = +1$ だと仮定する。したがって、上（下）成分が正（負）の電荷を持つ縦ベクトルとして表せる。

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

ϕ^+, ϕ^0 は複素場なので、 $\phi^\dagger = (\phi^-, \bar{\phi}^0)$ と合わせて実場として 4 つの自由度を表している。このとき、ゲージ場とヒッグススカラーからなる部分の作用は

$$\frac{S_{\text{gauge;Higgs}}}{\hbar} = \int d^4 \left[-\frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (\nabla_\mu \phi)^\dagger \nabla^\mu \phi - V(\phi^\dagger \phi) \right] \quad (4.36)$$

で与えられる。 $U(1)$ ゲージ場 B_μ の場の強さを $F_{\mu\nu}$ と表した。ここでヒッグススカラーに対する共変微分は

$$\nabla_\mu \phi = \left[\partial_\mu + ig_2 A_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + ig_1 B_\mu \frac{1}{2} \right] \phi(x) \quad (4.37)$$

ここで g_1 は $Y/2$ に結合する $U(1)$ ゲージ結合定数であり、 g_2 は $SU(2)$ ゲージ結合定数である。ヒッグススカラーのポテンシャル $V(\phi^\dagger \phi)$ はゴールドストーン模型の場合と同様に、

$$V(\phi^\dagger \phi) = -\mu \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (4.38)$$

と仮定する。ポテンシャルパラメーターが

$$\lambda > 0, \quad \mu > 0 \quad (4.39)$$

を満たしているとき、 $SU(2) \times U(1)$ 対称性が自発的に破れる。安定点は

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda}}, \quad \phi^\dagger \phi = \frac{v^2}{2} \quad (4.40)$$

に生じる。

$U(1)$ ヒッグス模型の場合と同様に、ユニタリゲージをとれば物理的自由度がはっきり見やすい。そのために ϕ^+, ϕ^0 とその反粒子 $\phi^-, \bar{\phi}^0$ の 4 自由度を η と $\xi^a, a = 1, 2, 3$ で表す。

$$\phi = \exp\left(-i\xi^a \frac{\tau^a}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

ここでも、 $U(1)$ ヒッグス模型の場合と同様に、ゲージ変換を行って変数 ξ^a が作用の中に現れてこないようなゲージに移ることができる。結果として、非物理的自由度である ξ^a を無視してしまってもよいことになるから、

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

と置くのと同じことになる。

生き残ったヒッグススカラー場 η とゲージ場とで作用を表すと、 $U(1)$ ヒッグス模型によく似ている。まず、場の 2 次の項だけを考えると、ヒッグススカラーの安定点での値を代入してゲージ場やヒッグス粒子の質量項が得られる。したがって、質量項を対角化するのに便利な変数をとることにすると、3 種のベクトル粒子と一つのヒッグススカラーの項に分けられる。

$$S_{\text{gauge;Higgs2}} = S_{W2} + S_{Z2} + S_{A2} + S_{\eta2} \quad (4.43)$$

荷電ゲージ粒子 W^\pm の 2 次項はベクトル粒子の運動項を与える微分演算子 $K^{\mu\nu}$ を用いて

$$K^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} \partial^2 - \partial^\mu \partial^\nu \quad (4.44)$$

$$S_{W2} = \int d^4x \left[W_\mu^+ K^{\mu\nu} W_\nu^- - \left(\frac{g_2 v}{2} \right)^2 W_\mu^+ W^{\mu-} \right] \quad (4.45)$$

ここで、荷電ゲージ粒子は $SU(2)$ ゲージ場の第 1・第 2 成分を用いて次のように定義される。

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp i A_\mu^2) \quad (4.46)$$

質量がある中性ベクトル粒子 Z の作用の 2 次の項は

$$S_{Z2} = \int d^4x \left[\frac{1}{2} Z_\mu K^{\mu\nu} Z_\nu - \frac{1}{2} (g_2^2 + g_1^2) \left(\frac{v}{2} \right)^2 Z_\mu Z^\mu \right] \quad (4.47)$$

となる。中性ベクトル粒子 Z は結合定数の比を表す「ワインバーグ角」 θ_W （弱い相互作用の混合角ともいう）

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}, \quad \sin \theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \quad (4.48)$$

を用いて $SU(2)$ ゲージ場と $U(1)$ ゲージ場との混合状態

$$Z_\mu = \cos \theta_W A_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \quad (4.49)$$

として与えられる。一方、 Z_μ に直交するゲージ場の組合せ A_μ には質量項がない。

$$A_\mu = \sin \theta_W A_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \quad (4.50)$$

$$S_{A2} = \int d^4x \left[\frac{1}{2} A_\mu K^{\mu\nu} A_\nu \right] \quad (4.51)$$

したがって、この粒子が光子に他ならない。質量ゼロのゲージ粒子が一つ生き残っているのは、 $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)_{\text{em}}$ のようにゲージ対称性のうちで電磁相互作用に対する $U(1)$ ゲージ対称性 $U(1)_{\text{em}}$ だけが破れずに残っていることに対応する。

結局、ゲージ場のうち、荷電ゲージ場の質量は

$$m_W = \frac{g_2 v}{2} \frac{\hbar}{c} \quad (4.52)$$

光子 A_μ に直交する中性ゲージ場 Z_μ の質量は

$$m_Z = \frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2} v}{2} \frac{\hbar}{c} \quad (4.53)$$

であることが分かった。

ヒッグススカラーの 2 次の項は、 $U(1)$ ヒッグス模型と同様になるので、質量 m_η をもつ。

$$\frac{S_{\eta^2}}{\hbar} = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \mu \eta^2 \right) \quad (4.54)$$

$$m_\eta = \frac{\hbar}{c} \sqrt{2\mu} = \frac{\hbar}{c} \sqrt{2\lambda v} \quad (4.55)$$

この生き残ったヒッグススカラー粒子のことを物理的ヒッグス粒子と呼ぶことがある。こう呼ぶのは、ヒッグススカラーの他の三つの自由度 ξ^a がゲージ粒子 W^\pm, Z の縦波成分に吸収されてしまうという意味で、非物理的自由度だからである。ここでは場について 2 次の項だけを詳しく見たが、ゲージ場とヒッグススカラーの部分には、さらに高次の項があるので、生き残ったスカラー粒子 η の特徴的な相互作用が予言されている。この相互作用に出てくるパラメーターとしては、ヒッグススカラーの自分自身との結合定数 λ がある。物理的ヒッグス粒子の質量は (4.55) のようにこのパラメーター λ で決まっている。しかし、 λ はヒッグススカラー以外の物理現象には登場しないので、ヒッグススカラーが発見されない限り実験的に決定するのはたいへん難しい。ヒッグススカラーをめぐる問題は今日の高エネルギー物理学の大きな課題である。

4.5 中性カレントと荷電カレント

$SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論ではゲージ粒子のうちで一つの粒子が質量零のまま残り、そのほかに重い荷電ベクトル粒子 W_μ^\pm と重い中性ベクトル粒子 Z が得られた。このうち、質量零のベクトル粒子 A_μ が光子であって電磁相互作用を媒介する。一方、重いベクトル粒子 W_μ^\pm が弱い相互作用をする。これを具体的にみるために、レプトンやクォークがこれらのベクトル粒子とどのように相互作用をするかを見る。

ここでは $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論の作用 (4.34) の第 2 項に対応するレプトンやクォークについての共変微分で書かれた運動項 $S_{\text{fermion};\text{gauge}}$ を考察する。クォーク・レプトンとゲージ場との相互作用は、共変微分を通じてこの項に含まれている。

$$S_{\text{fermion};\text{gauge}} = S_{\text{lepton};\text{gauge}} + S_{\text{quark};\text{gauge}} \quad (4.56)$$

表 4.2 レプトンとクォークの量子数

	弱いアイソスピン $SU(2)$		弱いハイパー 電荷 Y
	大きさ I^L	第 3 成分 I_3^L	
左巻きレプトン $l_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1
		$-\frac{1}{2}$	
右巻きレプトン e_R	0	0	-2
左巻きクォーク $q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
		$-\frac{1}{2}$	
右巻きクォーク u_R	0	0	$\frac{4}{3}$
d_R	0	0	$-\frac{2}{3}$

このレプトン項とクォーク項は以下の 2 つの点で違いがある。

1. クォークは強い相互作用の $SU(3)$ ゲージ粒子 (グルーオン) と相互作用するが、レプトンはしない。
2. レプトンとクォークとでは電荷の値が異なるので、弱いハイパー電荷 Y が異なっている。

比較のために、レプトンとクォークの量子数を表 4.2 に挙げておいた。第一、第二、第三世代で量子数は共通だから、第一世代だけについて表に挙げてある。

$SU(2) \times U(1)$ ゲージ相互作用に関する限り、レプトンとクォークとで異なっているのは弱いハイパー電荷の大きさだけである。したがって、ここでは一般に弱いハイパー電荷の値が Y であるようなディラック粒子を ψ と表記してゲージ相互作用を考察する。すなわち、

$$\psi_L, \quad I^L = \frac{1}{2} \quad Y = Y_L \quad (4.57)$$

$$\psi_R, \quad I^R = 0 \quad Y = Y_R \quad (4.58)$$

この右巻き粒子 ψ_R はクォークの場合は u と d の二つがある。まず、作用の中でこのようなディラック粒子とゲージ粒子との相互作用を表す共変微分をもつ項は

$$\begin{aligned}
S_{\psi;\text{gauge}} &= \int d^4x \left[\bar{\psi}_L \left[i\hbar \left(\partial_\mu + ig_2 A_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + ig_1 B_\mu \frac{Y_L}{2} \right) \gamma^\mu \right] \psi_L \right. \\
&\quad \left. + \bar{\psi}_R \left[i\hbar \left(\partial_\mu + ig_1 B_\mu \frac{Y_R}{2} \right) \gamma^\mu \right] \psi_R \right] \\
&= S_{\psi;\text{kin}} + \int d^4x \hbar \left[-g_2 \bar{\psi}_L \frac{\tau^a}{2} \gamma^\mu \psi_L A_\mu^a \right. \\
&\quad \left. - g_1 \left(\bar{\psi}_L \frac{Y_L}{2} \gamma^\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \frac{Y_R}{2} \gamma^\mu \psi_R \right) B_\mu \right] \\
&= S_{\psi;\text{kin}} + S_{\psi;\text{gauge int.}} \tag{4.59}
\end{aligned}$$

ここで、 $S_{\psi;\text{kin}}$ とは、ディラック粒子 ψ とゲージ場との結合定数をゼロにしたときに得られる作用であって、ディラック粒子 ψ の運動項だけを表している。

上に定義したディラック粒子とゲージ粒子の相互作用項 $S_{\psi;\text{gauge int}}$ を式 (4.46) と (4.49) を用いて書き直すと、ディラック粒子は三つのゲージ粒子 W^\pm, Z とそれぞれ特徴的なカレントを通じて相互作用することが分かる。

$$\begin{aligned}
S_{\psi;\text{gauge int}} &= \\
&\hbar \int d^4x \left[-\frac{g_2}{2\sqrt{2}} (J_\mu W^{-\mu} + J_\mu^\dagger W^{+\mu}) - \frac{g_2}{\cos\theta_W} J_\mu^Z Z^\mu - e J_\mu^{em} A^\mu \right] \tag{4.60}
\end{aligned}$$

ここで、それぞれのゲージ粒子に対するカレントは次のように与えられる。荷電ゲージ粒子 W^\pm と相互作用するのは左巻き粒子だけで、荷電粒子 W^\pm に対する荷電カレントは

$$J_\mu = 2\bar{\psi}_L \tau^- \gamma_\mu \psi_L \tag{4.61}$$

で与えられる。ここで荷電カレントに対するアイソスピン行列を τ^\pm と表した。

$$\tau^\pm = \frac{\tau^1 \pm i\tau^2}{2} \tag{4.62}$$

$$\tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.63}$$

したがって、荷電カレント J_μ は

$$J_\mu^{\text{lepton}} = 2\bar{e}_L \gamma_\mu \nu_{\mu L} \tag{4.64}$$

$$J_\mu^{\text{quark}} = 2\bar{d}_L \gamma_\mu u_L \tag{4.65}$$

となる。ここではクォークが1世代であるかのように表した。しかし世代が複数ある場合には、波動関数 u_L が u タイプクォークを縦に並べたベクトル、 \bar{d}_L が d タイプクォークを横に並べたベクトルを意味していると考えればよい。

光子 A_μ との相互作用を表す電磁相互作用のカレントは確かに電荷だけに比例し、右巻きか左巻きかによらない。

$$J_\mu^{em} = \bar{\psi} Q \gamma_\mu \psi, \quad Q = I_3^L + \frac{Y_L}{2} = \frac{Y_R}{2} \quad (4.66)$$

ここで、右巻きと左巻きのディラック粒子をあわせてもとのディラック波動関数 ψ の形に書き表した。

$$\psi = \psi_R + \psi_L \quad (4.67)$$

重い中性のゲージ粒子 Z_μ との相互作用を記述する中性カレント J_μ^Z は

$$\begin{aligned} J_\mu^Z &= \bar{\psi}_L \frac{\tau^3}{2} \gamma_\mu \psi_L - \sin^2 \theta_W \bar{\psi} Q \gamma_\mu \psi \\ &\equiv I_{3\mu}^L - \sin^2 \theta_w J_\mu^{em} \end{aligned} \quad (4.68)$$

で与えられる。この中性カレントに対する表式は $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論の最も重要な予言のひとつである。この予言にしたがって、ニュートリノ反応の実験が精力的に行われ、ついに中性カレントの相互作用が実際に検証されたのである。

ニュートリノ反応で、どのようにしたらこうした予言が確認できるかを見ることにする。ニュートリノはなかなか相互作用しないので、高エネルギー加速器を用いた装置で十分なフラックスのニュートリノビームを用意する。もしも加速器から出てきた正電荷の粒子を集めた場合には、

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad (4.69)$$

の反応によってニュートリノが出てくるので、ほとんどミューニュートリノのビームが得られる。これを電子にぶつけると、たとえば、荷電カレントを通じて

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e \quad (4.70)$$

という反応が起こる。これは $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論以前から知られていた過程である。これ以外に中性カレントがあれば、弾性散乱も起こるはずである。

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^- \quad (4.71)$$

もちろん、入射粒子が負電荷のパイ粒子の崩壊からくる反ニュートリノであれば、同様の反応として、

$$\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^- \quad (4.72)$$

が起こるが、荷電カレント反応 $\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_e$ は電子数とミュー粒子数がそれぞれに保存するので起こらないはずである。ニュートリノでも反ニュートリノでもこれらの反応の断面積は大変小さく、観測するのは容易ではない。しかし、1973年 CERN (欧州共同原子核研究機関) の大型泡箱を用いた実験でこれらの反応、特に中性カレント反応 (4.71) や (4.72) が初めて実験的に検証された。この実験事実は $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論の期待通りに、荷電粒子 W^\pm だけでなく、中性ゲージ粒子 Z が実在していることを間接的なながらも実証したことになる。この意味で、このニュートリノを用いた中性カレントの実験はその後の素粒子物理学の進展に大きな影響を与えた。

4.6 レプトンの質量と中性カレント

クォーク・レプトンとヒッグス粒子との相互作用の項 ($SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論の第3項 (4.34)) を考える。ヒッグス粒子との相互作用はクォーク・レプトンに質量を与え、弱い相互作用での CP の破れを与える。クォーク・レプトンとヒッグス粒子との相互作用はディラック粒子とスカラー粒子の相互作用なので、もともと湯川理論で考えたパイ粒子と核子の相互作用と同じタイプである。したがって、この相互作用を湯川相互作用と呼んでいる。湯川相互作用の場合は、逆のカイラリティのスピノルとだけ相互作用がある。ベクトルカレントの場合は、同じカイラリティのスピノルとの間でしか相互作用しない。したがって、湯川相互作用の場合は、異なるカイラリティのスピノルの間でしか質量項は存在しない。

$SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論では、左巻きのクォークやレプトンは全て弱いアイソスピン $1/2$ をもっている。右巻きクォークやレプトンの弱いアイソスピンは 0 である。したがって、クォークやレプトンの質量項を作ろうとしても不可能である。 $SU(2) \times U(1)$ というゲージ対称性が破れていない限り、クォークやレプトンの質量はゼロになる。一方、ヒッグススカラーの方はアイソスピンが $1/2$ である。

クォークとレプトンは、同じように議論することができるので、以下では湯川型相互作用をレプトンについて具体的に書いてみる。

$$S_{Yukawa} = \int d^4x [-\bar{e}_R \Gamma \phi^\dagger l_L - \bar{\nu}_R \Gamma' \tilde{\phi}^\dagger l_L + h.c.] \quad (4.73)$$

ここではニュートリノが質量をもつとし、 e_R, ν_R は右巻きレプトンの波動関数を表し、左巻きレプトンの波動関数は縦ベクトルに並べて l_L と表した。この作用の最後の $h.c.$ はエルミート共役の部分を表している。ヒッグス粒子 ϕ とその反粒子 ϕ^\dagger の湯川結合定数を

Γ, Γ' と表記したが、ヒッグス粒子の波動関数は $SU(2)$ 二重項になるように定義する。

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\phi} = i\tau^2 \phi^\dagger = \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

ヒッグス粒子によって、 $SU(2) \times U(1)$ ゲージ対称性が自発的に破れているという事実を考慮に入れてみる。この湯川型の相互作用で、ヒッグス粒子に安定点での値を代入してみると、

$$S_{Yukawa} \rightarrow \int d^4x \left[-\bar{e}_R \frac{\Gamma v}{\sqrt{2}} l_L - \bar{\nu}_R \frac{\Gamma' v}{\sqrt{2}} l_L + h.c. \right] \quad (4.75)$$

となる。これはレプトンの質量項になっている。

ここではあたかもレプトンが一世代しかないかのように扱ってきたので、湯川結合定数は定数に過ぎなかった。しかし、実際には少なくとも三つの世代があることがわかっている。三世代のクォーク・レプトンと、弱いアイソスピン $1/2$ のヒッグススカラーがひとつだけでできている $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論が現在の最小の電弱統一理論である。QCD は $SU(3)$ ゲージ理論だから、結局このようなクォーク・レプトンとヒッグススカラーを含む $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論を標準模型と呼ぶ。ただし、質量項 (4.75) では、ニュートリノは電子と同じような質量を持つことになり、実験と合わない。標準模型では ν_R は存在しないと要請することにより、ニュートリノの質量はゼロとなる。

繰り込み可能性から考えて、可能な湯川結合定数は任意の世代間に存在できる。したがって、湯川結合定数 Γ は世代間の行列として考えなければならない。3 世代あるとすれば 3 行 3 列の行列となる。しかし、レプトンの波動関数の位相そのものは直接観測にかからない。また、レプトンの世代を定義するのにも世代間の混合を一般に考えてよいはずである。ただし、そうした位相回転や混合が理論の他の部分の構造を変えてしまうことがあってはならない。理論の中のどの相互作用項にも抵触しないで回転したり混合したりできる場合はもともと物理的な観測可能量ではない。したがってそうした混合や位相回転で消去できないような部分だけを、本当に物理的に意味のある結合定数パラメーターと勘定すべきである。

混合や回転の効果を考えるときに、便利な表示はレプトンの質量項が対角的になる場合である。一般に、任意の N_g 行 N_g 列の複素行列 M があるときに二つのユニタリ行列 V_R と V_L を用いて必ず対角化できる。ここで添え字 g は世代の略である。

$$\begin{aligned} V_L M V_R^\dagger &= M_{\text{diagonal}} \\ V_L V_L^\dagger &= 1, \quad V_R V_R^\dagger = 1 \end{aligned} \quad (4.76)$$

この数学の定理を用いると、以下のようにして、レプトンの質量が対角的になっているような波動関数の定義に移ることができる。

ここでは、一般に世代が N_g あるとして、どれだけ混合や位相回転の自由度があるかを考える。確率振幅の規格化を変えないようにしなければならないから、混合および回転はまとめて N_g 個の複素数の絶対値の 2 乗の和を不変にして回転する自由度になる。これは N_g 行 N_g 列のユニタリ行列 V で表される ($V \in U(N_g)$)。 e, ν_e レプトンのシリーズごとに異なりしかも、右巻き左巻きごとに異なる行列で混合してよい。

$$e_L^{\text{mass}} = V_{eL} e_L, \quad \nu_{eL}^{\text{mass}} = V_{\nu_{eL}} \nu_{eL} \quad (4.77)$$

$$e_R^{\text{mass}} = V_{eR} e_R, \quad \nu_{eR}^{\text{mass}} = V_{\nu_{eR}} \nu_{eR} \quad (4.78)$$

となる。左辺の波動関数に mass という添え字をつけたのは、これらの行列を適切に選ぶことによって、質量の固有状態になるようにできるからである。すなわち、この混合行列を用いて湯川結合の行列が対角的になるようにとる場合を考える。これに対してもとの波動関数 e_L, ν_{eL} などは弱い相互作用のカレントの記述が簡単になる波動関数だから弱い相互作用の固有状態と呼ぶ。

$$V_{eR} \Gamma \frac{v}{\sqrt{2}} V_{eL}^\dagger = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \quad (4.79)$$

この対角線上の値が e タイプの各世代のレプトンの質量である。 e タイプレプトンの場合と同様に、 ν_e タイプのレプトンについてもそれらに対する $U(N_g)$ 回転 $V_{\nu_{eR}}, V_{\nu_{eL}}$ によって、 ν_e タイプレプトンの質量固有状態に移ることができる。

$$V_{\nu_{eR}} \Gamma' \frac{v}{\sqrt{2}} V_{\nu_{eL}}^\dagger = \begin{pmatrix} m_{\nu_e} & 0 & 0 \\ 0 & m_{\nu_\mu} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\nu_\tau} \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

ただし、このときに弱い相互作用を記述する $SU(2) \times U(1)$ ゲージ相互作用の部分がこの世代間の混合を表す $U(N_g)$ 回転に対して完全には不変でない。まず電磁相互作用のカレント (4.66) と弱い相互作用の中性カレント (4.68) の場合を検討する。式 (4.66) に与えられている電磁カレントは荷電レプトンの場合

$$\begin{aligned} J_\mu^{\text{em}} &= -\bar{e} \gamma_\mu e \\ &= -(\bar{e}_L \gamma_\mu e_L + \bar{e}_R \gamma_\mu e_R) \\ &= -(e_L^{\text{mass}} V_{eL} \gamma_\mu V_{eL}^\dagger e_L^{\text{mass}} + e_R^{\text{mass}} V_{eR} \gamma_\mu V_{eR}^\dagger e_R^{\text{mass}}) \\ &= -(e_L^{\text{mass}} \gamma_\mu e_L^{\text{mass}} + e_R^{\text{mass}} \gamma_\mu e_R^{\text{mass}}) \\ &= -\bar{e}^{\text{mass}} \gamma_\mu e^{\text{mass}} \end{aligned} \quad (4.81)$$

となるので電磁相互作用は世代間で対角的になっている。電磁相互作用の場合は電磁相互作用の $U(1)$ ゲージ対称性が破れていないのだから、当然こうならねばならないともいえ

る。しかし、中性カレントの場合はゲージ対称性が破れているので問題はそれほど簡単ではない。

中性カレントの場合には、クォークやレプトンのフレーバーを変えるようなカレントの効果がたいへん小さいことが実験事実から分かっている。したがって、中性カレントによる弱い相互作用はクォークやレプトンのフレーバーを変えない。この経験則をフレーバーを変える中性カレントの禁止則と呼んでいる。この経験則は大変よい精度で成り立っている。モデルを構成するときには、この実験事実と矛盾しないように理論を構成することが大きな制限となる。では、この制限は標準模型ではどのように満たされているであろうか。レプトンの中性カレントの場合にも電磁カレントの場合と同様に操作をしてみると

$$\begin{aligned}
J_\mu^Z &= \frac{1}{2} \bar{\nu}_{eL} \gamma_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L - \sin^2 \theta_W J_\mu^{\text{em}} \\
&= \frac{1}{2} (\bar{\nu}_{eL}^{\text{mass}} V_{\nu_{eL}} \gamma_\mu V_{\nu_{eL}}^\dagger \nu_{eL}^{\text{mass}} - \bar{e}_L^{\text{mass}} V_{eL} \gamma_\mu V_{eL}^\dagger e_L^{\text{mass}}) - \sin^2 \theta_W J_\mu^{\text{em}} \\
&= \frac{1}{2} (\bar{\nu}_{eL}^{\text{mass}} \gamma_\mu \nu_{eL}^{\text{mass}} - \bar{e}_L^{\text{mass}} \gamma_\mu e_L^{\text{mass}}) - \sin^2 \theta_W J_\mu^{\text{em}} \tag{4.82}
\end{aligned}$$

このように、標準模型では中性カレントについても回転が打ち消しあって世代間で対角的となる。この中性カレントが世代間で対角的であるという結果は、現在の標準模型の立場からすれば当然の帰結であるが、ゲージ対称性が自発的に破れているという形でモデルを作るという点から考えると大変重要な結果である。

4.7 混合行列と CP の破れ

クォークやレプトンが質量の固有状態になるように世代間の混合を行っても、中性カレントの場合にはフレーバーを変えるような相互作用は生じない。これに対して荷電カレントは電荷の異なる ν_e タイプ左巻きレプトンと e タイプ左巻きレプトンの間をつなぐカレントになっているので、 e タイプレプトンと ν_e タイプレプトンの世代間混合の差に相当する部分の回転が残る。

$$J_\mu = 2\bar{\psi}_L \tau^- \gamma_\mu \psi_L = 2\bar{e}_L \gamma_\mu \nu_{eL} = 2e_L^{\text{mass}} \gamma_\mu U_{MNS}^\dagger \nu_{eL}^{\text{mass}} \tag{4.83}$$

このとき、(4.83) の中に現れる ν_{eL} は N_g 成分の縦ベクトル、 \bar{e}_L は N_g 成分の横ベクトルとして世代間の行列で表示されていると考えている。

$$U_{MNS} = V_{eL} V_{\nu_{eL}}^\dagger \tag{4.84}$$

この段階では、世代間の混合行列として U_{MNS} という N_g 行 N_g 列のユニタリー行列が残った。

しかし、まだ右巻き・左巻きの個々のレプトン波動関数の位相回転の自由度は依然として残っている。したがって、これらの自由度で消去できる部分は物理的なパラメーターではない。この位相回転は左巻き N_g 個、右巻き N_g 個独立にできるが、すべての波動関数の位相を同時に回転するというのは何も回転しないことになるから、その自由度を除いて

$$N_g + N_g - 1 = 2N_g - 1 \quad (4.85)$$

だけの位相回転の自由度がレプトン波動関数の位相回転によって消去できる自由度である。 N_g 行 N_g 列のユニタリ行列の自由度 $N_g \times N_g$ からこれだけの自由度を消去した後で

$$N_g \times N_g - 2N_g + 1 \quad (4.86)$$

だけの自由度が残っている。したがって、これだけの数の湯川結合定数が真のパラメーターとして理論の中にあることになる。この湯川結合定数の内、実数で表される回転角は状態の混合を与える。この回転は N_g 行 N_g 列の実直交行列だから、回転を表すパラメーターは

$$N_g(N_g - 1)/2 \quad (4.87)$$

個である。残っているパラメーターは回転角とはみなすことのできないパラメーターで、結局

$$\frac{(N_g - 1)(N_g - 2)}{2} \quad (4.88)$$

個の位相が残ったことになる。実数に帰着できないこのようなパラメーターは一般に CP の破れと時間反転の破れを与える。このような位相が残るためには、最低三つの世代が必要である。この事実に基づいて、 $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論で CP の破れを説明するためには少なくとも 3 世代のクォークが必要であることを指摘したのが小林誠・益川敏英の理論である。実際、こうして導入された湯川結合定数の世代間混合の位相によって CP の破れが記述できるようになっている。

式 (4.84) に導入された行列は弱い相互作用に登場するレプトンが質量の固有状態のどのような混合状態であるかを示したものであり、牧・中川・坂田行列といい、MNS 行列と略記する。具体的に関数形を書くと、

$$\begin{aligned}
U_{MNS} &= \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\nu1} & U_{\nu2} & U_{\nu3} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} \quad (4.89)
\end{aligned}$$

ここでレプトン混合角度を次のように略記した。

$$c_{jk} = \cos \theta_{jk}, \quad s_{jk} = \sin \theta_{jk} \quad (4.90)$$

なお、実験的に世代の数はクォークとレプトンとで共通であることが知られている。このように、クォークとレプトンが対応して存在していることをクォーク・レプトン対応と呼ぶ。しかし、実験的にそうであるというだけでなく、理論の構成上からも、クォークとレプトンとが同数の世代だけなければならないことが知られている。

5 ニュートリノの質量問題

5.1 ニュートリノ質量の理論的諸問題

5.1.1 質量の上限値

ニュートリノの質量問題は、古くて新しい問題である。そもそも 1930 年パウリがニュートリノの存在を予言したとき、すでに質量は（当時の基準で）ゼロに近いであろうと予想していた。今日に至るまで β 崩壊のスペクトルから推察されるニュートリノの質量は実験精度の限界で常にゼロに等しい。この事実とパリティ非保存発見により、ニュートリノを 2 成分ワイル解とみる可能性が生じた。実験的には常に ν_L と ν_R^c のみが観察されるという事実は、ワイル解 ψ_L と ψ_R のうち、自然が ψ_L のみを選択していることを示す。さらに、ニュートリノは電荷を持たないことから、粒子と反粒子の区別のつかないマヨラナ粒子である可能性も否定できない。この場合 $\bar{\nu}_R = (\nu_L)^c = \nu_R$ である。

一方、質量が有限であれば ν_R が存在しなければならない。なぜなら、質量が有限ならば光速以下でしか走れず、ニュートリノに先行する座標系で見ればヘリシティが逆転するからである。標準理論では ν_R は存在しないと要請している。この結果、ニュートリノの質量はゼロとなっている。しかし、この根拠は強固なものではない。標準理論では、 ν_R があったとしても 1 重項に属するので、ゲージ粒子による $SU(2)$ 相互作用はない。さらに、 $Q = I_3 + Y$ によって Y もまた 0 であるので、 $U(1)$ 相互作用もない。つまり、検出の方法がない不毛粒子であるから、簡単のためないとしているだけである。また標準理論の枠内で ν_R がまったく相互作用しないわけでもない。たとえば、湯川型相互作用 ($\mathcal{L} \sim g\bar{\nu}_L\nu_R\phi$) は $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論の範囲内で許される。これは u クォークに質量を与えるためにヒッグス場と u クォークが結合する相互作用があるのと同じ理由である。この場合 ϕ が真空期待値を持てば質量項を与える。すなわち、 ν_R が存在することと質量が有限であることは標準理論内では同じことを意味する。このとき、物質との相互作用の強さは、ヒッグス場を介するという理由で質量に比例し、質量が小さいときは存在検証のテストが困難なのである。

現在、ニュートリノの質量は実験誤差内でいずれも 0 もしくは非常に 0 に近いことが示されている。

$$\begin{aligned} m(\nu_e) &< \sim 3 \text{ eV} \\ m(\nu_\mu) &< 190 \text{ KeV} \\ m(\nu_\tau) &< 18.2 \text{ MeV} \end{aligned} \tag{5.1}$$

一方、宇宙論を使えば、すべてのフレーバーのニュートリノについて

$$\Sigma_j m_{\nu j} \lesssim 100 \text{ eV} \quad (5.2)$$

または

$$m_{\nu j} \gtrsim 8 \text{ GeV (ディラックニュートリノ)} \quad (5.3)$$

$$m_{\nu j} \gtrsim 14.4 \text{ GeV (マヨラナニュートリノ)} \quad (5.4)$$

の範囲になければならないことがいえる。すなわち、宇宙論によれば、ニュートリノに質量があってはいけない禁止領域があり、この条件を考慮すると、 ν_μ 、 ν_τ の質量もまた 100eV を超えないことが結論できる。なお、LEP における Z ボソンの見えないモードへの崩壊幅の測定から、質量が 45GeV 以下のニュートリノの存在は既知の 3 種以外は否定される。

現在ではニュートリノ振動の存在が確立し、ニュートリノが質量を持つことは実験的に証明されたといえる。それが素粒子論の中でどのような位置づけを与えられるかはこれからの話であるが、標準理論を越えて発展すべき方向の指針となることは間違いない。

標準理論では、仮にニュートリノに有限質量を与えることができたとしても、なぜニュートリノだけが他のレプトンやクォークに比べて極端に質量が小さいのか（例えば $m_{\nu_e}/m_e \lesssim 10^{-5}$ ）を、同時に説明しなければならないという問題がある。質量の起源がヒッグス場の真空期待値にあるならば、ヒッグス場との相互作用がニュートリノだけ違う理由は何もないからである。トップクォークの質量 ($m_t \sim 175 \text{ GeV}$) は一番軽い電子の質量 (0.5 MeV) に比べて 10^5 も大きく、質量のスケール問題はニュートリノに限った特殊な問題ではないと思うかもしれない。しかし、ニュートリノの質量は同じ世代の中で特別に軽い ($m_{\nu_e} \ll m_e, m_{\nu_\mu} \ll m_\mu, m_{\nu_\tau} \ll m_\tau$) のである。

5.1.2 質量行列

ここでは、マヨラナ粒子の可能性を含めて、質量項の一般的な取扱いから述べる。

a. マヨラナ質量

任意の 2 つのスピノール場、 ψ_1, ψ_2 に対して、

$$\frac{1}{2}(\bar{\psi}_{1L}\psi_{2R} + \bar{\psi}_{1R}\psi_{2L} + h.c.) \quad (5.5)$$

は、ローレンツ不変である。 $\psi_1 = \psi_2$ のとき、ラグランジアンの中のこの項をディラック質量項という。しかし、 $\psi_1 = \psi_2^c$ もしくは $\psi_2 = \psi_1^c$ であっても自己エネルギーとしての解釈は成立するから、質量項としての候補になる。この場合はマヨラナ質量項と呼ばれる。またこのような質量項を持つ粒子をマヨラナ粒子という。通常この形を質量項に加ええないのは、

$$\bar{\psi}_L^c \psi_R = \left[\left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \psi^c \right]^\dagger \gamma^0 \psi_R = \psi_R^T C \psi_L \quad (5.6)$$

$$\bar{\psi}_R^c \psi_L = \psi_L^T C \psi_L \quad (5.7)$$

であるので、位相変換に対して不変ではなく、電荷またはレプトン数保存則を破るからである。このことから直ちに荷電粒子は上記のような質量項をもたないこと、つまりマヨラナ粒子ではありえないことがわかる。ニュートリノは、荷電レプトンとともに2重項をつくるので、荷電粒子と共通のレプトン数を持ち、かつレプトン数保存が成立すると考えると、弱相互作用の実験事実は矛盾なく説明できる。この場合ニュートリノはマヨラナではない。しかし、よく考えてみるとニュートリノは中性であり、粒子と反粒子を区別する指標がない。実際、これまでレプトン数保存の証拠と考えられてきたある種の反応の有無、例えば

$$\begin{aligned} \nu_\mu + n &\longrightarrow \mu^- + p, & \nu_\mu + p &\nrightarrow \mu^+ + n \\ \bar{\nu}_\mu + p &\longrightarrow \mu^+ + n, & \bar{\nu}_\mu + n &\nrightarrow \mu^- + p \end{aligned}$$

などは、弱相互作用のV-A型という性質によって、レプトンと左巻き、反レプトンと右巻きは1対1に対応するので、ヘリシティ保存則のテストでしかないことに気がつく。真のレプトン数非保存のテストは二重ベータ崩壊を見ないといけない。すなわち、これまでの実験事実のみではニュートリノがディラックニュートリノであるとは断定できないのである。したがって、レプトン数保存が破れてもかまわないという条件を入れれば、ニュートリノの最も一般的なラグランジアンは、

$$-\mathcal{L} = \bar{\psi} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi + m_D (\bar{\psi}_L \psi_R + h.c.) \quad (5.8)$$

$$+ \frac{m_L}{2} (\bar{\psi}_R^c \psi_L + h.c.) + \frac{m_R}{2} (\bar{\psi}_L^c \psi_R + h.c.) \quad (5.9)$$

と書ける。第1項が運動エネルギーを表し、第2項がディラック質量項、第3、4項がマヨラナ質量項である。第3、4項がなければ、これは通常のディラック粒子のラグランジアンである。このラグランジアンは次式で定義される2個のマヨラナ場

$$N_1 = \frac{\psi_L + (\psi_L)^c}{\sqrt{2}}, \quad N_2 = \frac{\psi_R + (\psi_R)^c}{\sqrt{2}} \quad (5.10)$$

を導入して書き直すと理解しやすい。任意のフェルミオン場 χ, ϕ に対し、

$$\bar{\chi}_{L(R)} \gamma^\mu \phi_{R(L)} = 0, \quad \bar{\chi}_{L(R)} \phi_{R(L)} = 0 \quad (5.11)$$

が成立することを使えば

$$\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi = \bar{N}_1 \gamma^\mu \partial_\mu N_1 + \bar{N}_2 \gamma^\mu \partial_\mu N_2 \quad (5.12)$$

$$\bar{N}_1 N_1 = (1/2)[\bar{\psi}_R^c \psi_L + h.c.] \quad (5.13)$$

$$\bar{N}_2 N_2 = (1/2)[\bar{\psi}_L^c \psi_R + h.c.] \quad (5.14)$$

$$\bar{N}_1 N_2 + \bar{N}_2 N_1 = \bar{\psi}_L \psi_R + h.c. \quad (5.15)$$

が示せるので、ラグランジアンは

$$\begin{aligned} -\mathcal{L} &= \bar{N}_1 i\gamma^\mu \partial_\mu N_1 + \bar{N}_2 i\gamma^\mu \partial_\mu N_2 \\ &\quad + m_D(\bar{N}_1 N_2 + \bar{N}_2 N_1) + m_L \bar{N}_1 N_1 + m_R \bar{N}_2 N_2 \\ &= \bar{N}_1 i\gamma^\mu \partial_\mu N_1 + \bar{N}_2 i\gamma^\mu \partial_\mu N_2 + (\bar{N}_1, \bar{N}_2) \begin{bmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.16)$$

と書き直せる。ここに、

$$[M] = \begin{bmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

はニュートリノ質量行列と呼ばれる。

b. シーソーメカニズム

(5.16),(5.17) のニュートリノ質量行列を対角化して得られる2つの場を、 ν' , N , その固有質量をそれぞれ $m_{\nu'}$, m_N とする。この質量固有解はL成分とR成分の混合であり、決まったカイラリティ固有状態にない。いま ν_R を導入する以外は、標準理論の枠内で考えるようにしよう。そうすると、アイソスピン1のヒッグスがないから、 ν_L は質量をもたず ($m_L = 0$)、ディラック質量 m_D は通常のクォークもしくは荷電レプトンの質量を表すことになる。したがって、

$$m_L \equiv 0, \quad m_R \gg m_D, m_L \quad (5.18)$$

という条件が設定されるので、質量固有解は m_L を無視する近似で次のように表される。

$$\nu' \equiv N_1 - \frac{m_D}{m_R} N_2, \quad N \equiv N_2 + \frac{m_D}{m_R} N_1 \quad (5.19)$$

$$m_{\nu'} \equiv -\frac{m_D^2}{m_R}, \quad m_N \equiv m_R \quad (5.20)$$

質量が負であることは問題ではない。 $\nu \equiv \gamma^5 \nu'$ と変換すれば、質量を正にできるからである。上式から

$$m_\nu \cdot m_R = m_D^2 \quad (5.21)$$

となり、 m_R を大きくすることにより m_ν を小さくすることができる。これがシーソー機構という名の由来である。

$m_D \equiv m_l$ とおき、ニュートリノ質量を実験に矛盾しない範囲に入るように m_R を設定すると、

$$\begin{aligned} m(\nu_e) : m(\nu_\mu) : m(\nu_\tau) &\sim m_e^2 : m_\mu^2 : m_\tau^2 \\ &= 1 : 4 \times 10^4 : 2 \times 10^7 \quad (\text{単位 eV}) \quad m_R = 200 \text{ GeV} \\ &= 10^{-10} : 4 \times 10^{-6} : 2 \times 10^{-3} \quad m_R = 2 \times 10^{12} \text{ GeV} \\ &= 10^{-13} : 4 \times 10^{-9} : 2 \times 10^{-6} \quad m_R = 2 \times 10^{15} \text{ GeV} \end{aligned} \quad (5.22)$$

となる。すなわち、ニュートリノ質量だけからは、 m_R は $O(10^{15} \text{ GeV})$ から $\sim 200 \text{ GeV}$ くらいまでの可能性がある。ただし、(5.2) の宇宙論による制限を信じるならば、 m_R は相当地に大きく ($\gtrsim 10^8 \text{ GeV}$) とならなければならない。

以上に述べたように、マヨラナニュートリノであれば、ニュートリノの質量を小さくするメカニズムが考えられる。ディラックニュートリノの場合は、小さい質量を自然に導入することが難しく、恣意的に手を入れなければならない。この理由で、ニュートリノはマヨラナ粒子であるとする考え方が有力である。

5.2 ニュートリノ振動

5.2.1 真空中でのニュートリノ振動

ニュートリノには3種類のフレーバーの状態 $\nu_f (f = e, \mu, \tau)$ がある。これは一般には質量固有状態 $\nu_j (j = 1 \sim 3)$ と一致しないから、異種ニュートリノ間の混合が起こる可能性がある。

$$|\nu_f\rangle = \sum U_{fj} |\nu_j\rangle \quad (5.23)$$

ここに、 U_{fj} はニュートリノ間の混合を表す混合行列である。この場合、フレーバーの固有状態の質量は各質量の加重平均で表される。またあるフレーバーの状態が現れるときは、それと結合している質量固有状態がすべて現れることを意味するので、フレーバーの固有状態が時間的に変化するような現象が期待できる。これは例えば、 ν_μ が生成されても時間がたつと ν_e になったりする現象であり、ニュートリノ振動と呼ばれている。ニュートリノ振動では、質量そのものは、測定できないが、質量の自乗

差 ($\Delta m_{ij}^2 = |m_i^2 - m_j^2|$) が観測量として入ってくる。シーソーメカニズムを信じれば、 $m(\nu_e) \ll m(\nu_\mu) \ll m(\nu_\tau)$ であるから、 Δm^2 を決めることは質量を決めることと同等である。二重ベータ崩壊や、トリチウムベータ崩壊による質量の直接測定では、到達質量下限がたかだか $0.1 \sim 1 \text{eV}$ 程度であるが、ニュートリノ振動では、実験条件を適当に設定することにより、 $\Delta m^2 \equiv 1(\text{eV})^2 \sim 10^{-11}(\text{eV})^2$ の領域で測定可能である。理論の予想値 (5.22) は非常に小さい質量値を与えることから、 1eV よりはるかに小さいと考えられる。このとき、質量検出に使える現象は、ほぼユニークにニュートリノ振動に限定される。

異種ニュートリノ間の振動現象を正確に扱うには、3 種間の遷移を同時に解く必要があるが、通常は実験データを 2 種間の遷移のみを仮定した公式を使って解釈する。簡単のため ν_μ と ν_e の間の遷移のみを考える。この場合独立な混合行列要素はただ 1 個のみとなるので、混合角 θ を使って次のように表すことができる。

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle + \sin\theta|\nu_2\rangle \quad (5.24)$$

$$|\nu_\mu\rangle = -\sin\theta|\nu_1\rangle + \cos\theta|\nu_2\rangle \quad (5.25)$$

ν_j はエネルギー E_ν

$$E_\nu = \sqrt{p^2 + m_j^2} \approx p + \frac{m_j^2}{2p} \quad (5.26)$$

をもつとき、時間とともに

$$|\nu_j(t)\rangle = |\nu_j(0)\rangle e^{-iE_j t} \quad (5.27)$$

のように変化する。したがって、 $t = 0$ で ν_e であったものが、時刻 t で ν_μ に変化する確率 $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ は簡単に計算できて、

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= |\langle \nu_\mu(0) | \nu_e(t) \rangle|^2 \\ &= (1/2) \sin^2 2\theta \{1 - \cos(E_1 - E_2)t\} \end{aligned} \quad (5.28)$$

となる。

$$|E_1 - E_2| = \left| \sqrt{p^2 + m_1^2} - \sqrt{p^2 + m_2^2} \right| \sim \frac{|m_1^2 - m_2^2|}{2E} \equiv \frac{\Delta m^2}{2E} \quad (5.29)$$

を使えば、

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta \cdot \sin^2(1.27 \cdot \Delta m^2 \cdot L/E) \quad (5.30)$$

と書ける。ただし、ここで $L = ct$ はニュートリノ発生点より測定点までの距離をメートル (m) で、 Δm^2 は $(\text{eV})^2$ で、エネルギー E は MeV の単位で表した。また振動の波長 λ は

表 5.1 ニュートリノ振動による Δm^2 探索領域の目安⁴

ニュートリノ源	エネルギー E (MeV)	距離 L (m)	質量差 Δm^2 (eV) ²
加速器	$10^3 \sim 10^5$	$10^2 \sim 10^6$	$10^{-3} \sim 100$
π 中間子工場	~ 30	$10 \sim 10^2$	$10^{-2} \sim 0.1$
原子炉	$1 \sim 2$	~ 20	$10^{-2} \sim 0.1$
宇宙線	~ 1000	$\sim 10^7$ *	$\sim 10^{-4}$
太陽	~ 1	$\sim 10^{11}$	$\sim 10^{-11}$

* :地球の直径

$$\begin{aligned}\lambda(m) &= 2\pi/|E_1 - E_2| \doteq 4\pi E/\Delta m^2 \\ &= 2.5E(\text{MeV})/\Delta m^2(\text{eV})^2\end{aligned}\tag{5.31}$$

となる。 ν_e が ν_e のままで残る確率は、

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)\tag{5.32}$$

で与えられる。この式からわかるようにニュートリノ振動は、混合があり ($\theta \neq 0$) かつ質量差があつて ($\Delta m^2 \neq 0$) はじめて起こる現象であることがわかる。測定にかかる質量の目安は、

$$L/\lambda \sim \Delta m^2 \cdot L/E \sim 1\tag{5.33}$$

で与えられるので、 E/L をうまく選ぶことにより、 Δm^2 の小さい領域の探索が可能となる。表 5.1 に主なニュートリノ源と測定できる Δm^2 の目安を与える。

実験的には、最初 ν_e ビームをつくっておいた上で、下流で ν_μ が現れるかをみる”出現の実験”と、2ヶ所以上の地点で ν_e の数の変化をみる”消滅の実験”との2種類の方法がある。技術的には出現の実験の方が容易であるが、測定数値が混合行列要素を含むので、仮に振動が存在しても混合が小さいと測定にかからないという難点がある。一方、消滅実験は、技術的にはより困難であるが、混合行列の大小やニュートリノ種の数、またニュートリノが振動によって変化する先のニュートリノの種類（例えば、ここでは考慮しなかった $\nu_L \rightarrow \nu_R, \nu \rightarrow \bar{\nu}$ の可能性を含む）にもよらずに、ニュートリノ振動の有無を一般的に決定できるという利点がある。

ニュートリノ振動が存在すれば、混合比 $\sin^2 2\theta$ と Δm^2 を同時に決めること可能であるが、振動が観測されないときは通常 $\sin^2 2\theta$ と Δm^2 の値の除外される領域を2次元ブ

ロットで表す。長波長近似 ($L \ll \lambda; \Delta m^2$ の小さい領域) では、(5.30) は

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \doteq \sin^2 2\theta (1.27 \cdot \Delta m^2 \cdot L/E)^2 \quad (5.34)$$

となる。ニュートリノ振動が見つからないときは、実験誤差を δ として、上限値

$$\sin 2\theta \cdot \Delta m^2 < \frac{E}{L} \sqrt{\delta} \quad (5.35)$$

が与えられる。

逆の短波長近似 ($L \gg \lambda; \Delta m^2$ の大きい領域) では、 E が幅をもつこと、ニュートリノ源や測定地点が広がっていることなどを考慮すると、振動は平均化されて、

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= \sin^2 2\theta < \sin^2(1.27 \cdot \Delta m^2 \cdot L/E) > \\ &\doteq (1/2) \sin^2 2\theta < \delta \end{aligned} \quad (5.36)$$

となり、混合比の上限値のみ求められる。加速器実験では $\delta \doteq O(10^{-3} \sim 10^{-4})$ まで可能であるが、原子炉や宇宙線を使う方法では $\delta \gtrsim 0.1$ であり、混合角に対する感度は大きくない。

Δm^2 の小さい領域を調べるには、 E/L が小さいほど有利である。表 5.1 より太陽ニュートリノを測定するのが最も感度がよいことがわかる。加速器や原子炉での振動実験の結果、探索可能な領域は、わずかな例外を除きほぼつきたので Δm^2 の小さな領域に進出したい場合は、宇宙線もしくは太陽ニュートリノに求めざるを得ない。

5.2.2 物質中でのニュートリノ振動

a. 物質中でのシュレディンガー方程式

塩素反応 (2.37) は、ニュートリノが ν_e であるならば検出できるが、 ν_μ もしくは ν_τ であるならば検出はできない。ニュートリノ電子散乱は ν_μ 、 ν_τ でも可能であるが、断面積が小さく感度が悪い。 ν_e が ν_μ 、 ν_τ に遷移するならば測定にはかからないので、見かけ上 ν_e が消滅することになる。太陽までの距離が振動波長 λ に比べて十分大きければ、 Δm^2 の値に関係なく式 (5.36) によって、

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \approx 1 - (1/2) \sin^2 2\theta \quad (5.37)$$

となるので、 $\sin^2 2\theta \approx 1$ くらいの大きな混合が存在すればほぼ 1/2 になる。一般に N 種のニュートリノが存在するときは、 $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ は $1/N$ になるので、 $N=3$ とすれば、太陽ニュートリノの謎はうまく説明できる (後の物質振動解に対して真空振動解という)。しかし、このように大きな混合比は、理論的には考えにくい。クォークの混合行列との類推を考えると、混合角はたかだかカピボ角くらいと考えられるからである。

1986年にミケエフとスミルノフは混合比が 10^{-3} くらいに小さい場合でも、太陽物質の影響により共鳴振動が起こり、実験データを説明しうる可能性を示した。現在、太陽ニュートリノの謎を解決する有力な候補として注目されているのがこの物質振動解であるので、少し詳しく述べることにする。

物質の振動解は次のようにして求められる。まず、真空中での質量固有状態 ν_i が満たすシュレディンガー方程式

$$i \frac{d|\nu_j(t)\rangle}{dt} = \left(p + \frac{m_j^2}{2p} \right) |\nu_j(t)\rangle \quad (5.38)$$

を考慮すれば、 $|\nu_e\rangle$ と $|\nu_\mu\rangle$ が (5.24), (5.25) で与えられるとき、質量項を与える行列は ν_e 、 ν_μ 表示で

$$i \frac{d\Psi}{dt} = \mathcal{M}\Psi, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{bmatrix} \equiv \alpha(t)|\nu_e(0)\rangle + \beta(t)|\nu_\mu(0)\rangle \quad (5.39)$$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} M_{ee} & M_{e\mu} \\ M_{\mu e} & M_{\mu\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M - \frac{\delta_m}{2} \cos 2\theta & \frac{\delta_m}{2} \sin 2\theta \\ \frac{\delta_m}{2} \sin 2\theta & M + \frac{\delta_m}{2} \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$M = p + \frac{1}{2p} \frac{m_1^2 + m_2^2}{2}, \quad \delta_m = \frac{1}{2p} (m_2^2 - m_1^2) = \frac{\Delta m^2}{2p} > 0 \quad (5.41)$$

$$\tan 2\theta = \frac{2M_{e\mu}}{M_{\mu\mu} - M_{ee}} \quad (5.42)$$

となる。これらの式は真空中で成立する式である。

物質中では ν_e 、 ν_μ ともに物質との相互作用があるので上式が変更される。中性カレントによる相互作用は、 ν_e 、 ν_μ に同じ影響を与えるので、質量 (M) を変えるが、質量差 (Δm^2) は変えず、したがって振動には影響は与えない。一方荷電カレントは、 ν_e と電子との間の相互作用は引き起こすが、 ν_μ には効かない。物質との可干渉な相互作用の影響は、屈折率 n の形でとりいれることができる。このとき、平面波 $\sim \exp(ipx - iEt)$ の空間部分が $p \rightarrow np$ と変化するので、もとの波動との差をエネルギー部分に取り入れるため $ct \rightarrow x$ とすると、

$$|\nu(x)\rangle = |\mu\rangle e^{ip(n-1)x} e^{-i(m^2/2p)x} \quad (5.43)$$

と表せる。光学でよく知られているように、屈折率を散乱振幅で表す式を使うとエネルギーの変化は

$$p(n-1) = \frac{2\pi n_e}{p} f(0) = -\sqrt{2} G_F n_e \quad (5.44)$$

$f(0): \nu_{ee}$ の前方散乱振幅

G_F : フェルミ結合

n_e : 電子数密度となり、質量行列の中の M_{ee} が

$$M_{ee} \rightarrow M_{ee} + \sqrt{2}G_F n_e \quad (5.45)$$

と変更される。 $p \sim E$ であるから以下 p の代わりに E と書くことにする。 n_e を定数とみなせば、物質解は真空解と同様にして求められる。物質内での質量行列の固有値を $\tilde{m}_\nu^2/2E$ とおくと、質量固有値と混合角 θ_m は、

$$\frac{\tilde{m}_\nu^2}{2E} = M + \frac{G_F n_e}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{2} [(\delta_m \cos 2\theta - \sqrt{2}G_F n_e)^2 + \delta_m^2 \sin^2 2\theta]^{1/2} \quad (5.46)$$

$$\tan 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta - (\lambda/2\pi)/(\lambda/2\pi)_e} \quad (5.47)$$

$$\lambda/2\pi = |\delta_m|^{-1}, \quad (\lambda/2\pi)_e = (\sqrt{2}G_F n_e)^{-1} \quad (5.48)$$

となる。 $\lambda/2\pi$ は真空中の振動波長である。 $G_F = 1.436 \times 10^{-49} \text{erg} \cdot \text{cm}^3$ を入れると

$$(\lambda/2\pi)_e = \frac{\hbar c}{\sqrt{2}G_F n_e} \approx 2.63 \times 10^6 (\rho(\text{g/cm}^3))^{-1} \text{m} \quad (5.49)$$

となる。 ρ は密度である。太陽中での電子数密度 n_e を次の式で近似すれば

$$n_e = n_{ec} e^{-x/R_0} \quad (5.50)$$

$$n_{ec} \approx 98.6 N_A / \text{cm}^3; N_A \text{ はアボガドロ数} \quad (5.51)$$

$$R_0 \approx R_\odot / 10 \approx 7 \times 10^7 \text{m} \quad (5.52)$$

R_\odot は太陽半径を示す。 ρ は、中心では $\sim 100(\text{g/cm}^3)$ であるが、太陽中の典型的な値 (例えば $R_0 \approx 0.4R_\odot$) は $\sim 2(\text{g/cm}^3)$ である。

図 5.1 に太陽中でのニュートリノの質量が電子密度の関数としてどう変化するかを定性的に描く (破線)。混合が存在しないとき ($\Delta m^2 \sin 2\theta = 0$)、真空中 ($n_e = 0$) では、

$$m_{\nu e} < m_{\nu \mu} \quad (5.53)$$

であるが、十分電子密度が高ければ、

$$m_{\nu e} > m_{\nu \mu} \quad (5.54)$$

となることがわかる。物質内での固有解 $\tilde{\nu}_1, \tilde{\nu}_2$ は、 ν_e と ν_μ の混合であり、図 5.1 の二つの実線に対応する。その質量は (5.46) で与えられ、交わることはない。2つの曲線が一番近くなるのは、 $\cos 2\theta \sim (\lambda/2\pi)/(\lambda/2\pi)_e$ で、最大の混合（共鳴）が起こるところである。

共鳴条件

$$\cos 2\theta = (\lambda/2\pi)/(\lambda/2\pi)_e = \sqrt{2}G_F n_e / \delta m \quad (5.55)$$

を Δm^2 で書き直すと

$$\Delta m^2 \cos 2\theta (\text{eV})^2 = 1.50 \times 10^{-7} \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right) \left(\frac{\rho}{\text{g/cm}^3} \right) \quad (5.56)$$

であるので、 $E_\nu \leq 10\text{MeV}, \rho \leq 100\text{g/cm}^3$ を考慮すると Δm^2 の有感領域は

$$10^{-11} \leq \Delta m^2 (\text{MeV})^2 \leq 10^{-4} \quad (5.57)$$

と真空振動だけの場合に比べて大いに広がったことになる。

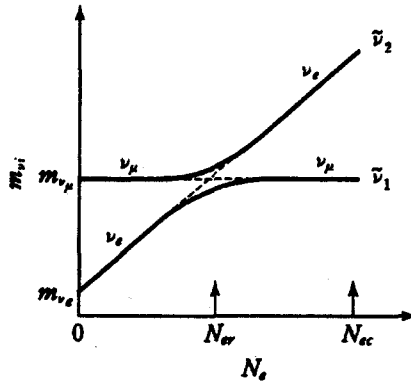


図 5.1 太陽内で質量が電子数密度 N_e の関数として変わる様子⁴

b. 断熱近似

いま、場所による密度変化が十分緩やかであるとすれば、断熱近似が成立する。この場合の解の時間依存性は、密度を定数として解いた解に密度の時間変化を入れることにより得られるので、図 5.1 の密度－質量の関係は有効である。太陽の中心で十分密度が高ければ、生成された ν_e の質量は、 ν_μ の質量よりも大きく、図 5.1 の上の曲線（固有解 $\tilde{\nu}_2$ ）上にある。 ν_e が太陽の外に向かって進行するにつれ、密度が徐々に小さくなっていき、やがて共鳴混合地点に達する。共鳴混合が起きれば曲線は交差せず、外に出たときは ν_μ になっており、 ν_e は消滅したことになる。これを MSW(Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein:Wolfenstein は物質中での振動理論をつくった) 効果という。(5.47) からわ

かるように、真空中の混合角が非常に小さくとも共鳴混合が起こりうる可能性のあることがわかる。

共鳴が起こるためには、共鳴を起こす密度 n_{er} が、太陽中心密度 n_{ec} より小さくなくてはならない。共鳴条件は (5.55),(5.56) で与えられている。(5.50),(5.51),(5.52) により $\rho_c \simeq 100\text{g/cm}^3$ であるから、太陽中で共鳴の起きる条件は次のように表される。

$$\Delta m^2 \cos 2\theta \leq 1.50 \cdot 10^{-4} \left(\frac{E}{10\text{MeV}} \right) \quad (5.58)$$

断熱近似の条件は、密度の変化によるエネルギー変化 δE が、2つの固有解のエネルギー差 ΔE に比べて小さいことである。言い換えると、密度変化によって ΔE の変化を誘起するのに必要な距離 L_ρ が、物質中の振動波長 $(\lambda/2\pi)_m = 2E/\Delta\tilde{m}^2$ に比べて十分長いことである。密度変化によるエネルギー変化は (5.45) より $\delta E = \sqrt{2}G_F\delta n_e$ であるから、距離 L_ρ を走ったときのエネルギー変化が ΔE に等しいとおいて L_ρ が求められる。

$$\sqrt{2}G_F \frac{dn_e}{dx} L_\rho = \Delta E = \frac{\Delta\tilde{m}^2}{2E} \quad (5.59)$$

$$\therefore L_\rho = \frac{\frac{\Delta\tilde{m}^2}{2E}}{\sqrt{2}G_F \frac{dn_e}{dx}} \quad (5.60)$$

したがって、断熱条件は

$$\gamma_m \equiv \frac{L_\rho}{(\lambda/2\pi)_m} = \frac{(\Delta\tilde{m}^2)^2}{4\sqrt{2}G_F E^2 \frac{dn_e}{dx}} \gg 1 \quad (5.61)$$

となる。共鳴点では、

$$\Delta\tilde{m}^2 = \Delta m^2 \sin 2\theta, \quad n_e = n_{er} = \frac{\delta_m \cos 2\theta}{\sqrt{2}G_F} \quad (5.62)$$

であるので、断熱条件は

$$\gamma_m = \frac{\Delta m^2 \sin^2 2\theta}{2E \cos 2\theta \frac{d \ln n_e}{dx}} \gg 1 \quad (5.63)$$

と書き換えられる。(5.50),(5.51),(5.52) を使えば

$$\left(\frac{\Delta m^2}{1\text{eV}^2} \right) \sin 2\theta \tan 2\theta \gg 5 \times 10^{-8} \left(\frac{E}{10\text{MeV}} \right) \quad (5.64)$$

となる。

c. 三つの可能性

太陽ニュートリノのエネルギースペクトルが $0 \sim 14\text{MeV}$ であることを考慮し、(5.58),(5.64) の条件を参照すると、物質振動の許される領域は、 $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$ 平面上で三つの境界に囲まれた三角形内に限ることがわかる。各境界に対応する解は、

断熱解： $\Delta m^2 \approx 10^{-4}(\text{MeV})^2, \theta^2 \gtrsim 10^{-3}$ で表される境界で、図 5.2 の三角形の上辺部分にあたる。

準真空解： $\sin^2 2\theta \approx 1, 10^{-10} \lesssim \Delta m^2 \lesssim 10^{-4}$ で表される境界で、三角形の右辺に相当する。真空振動解に近いので準真空解という。

非断熱解： 非断熱解：非断熱近似では $\gamma_m \lesssim 1$ であるから、 $\left(\frac{\Delta m^2}{\text{eV}^2}\right) \sin 2\theta \tan 2\theta = \text{const.} \approx 5 \times 10^{-8} \left(\frac{E}{10\text{MeV}}\right)$ を与える境界線は、図 5.2 の三角帯の左下辺である。

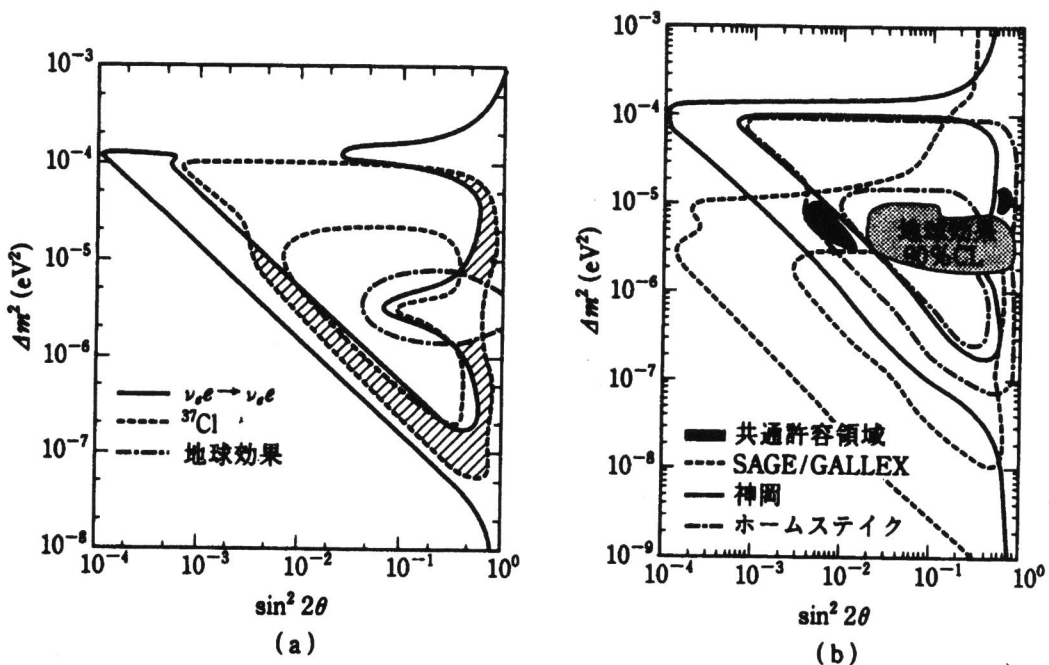


図 5.2 太陽ニュートリノの物質振動解 ⁴

二つの線の内側が各データにより許される範囲で、ほぼ三角形の帯をつくる。

- (a) 神岡データ（実線）とホームステイクデータ（ダッシュ線）から許される領域を斜線で示してある。一点鎖線は神岡データの日夜変化（地球効果）から除外される領域。
- (b) (a) をさらに Ga データを使って領域を絞ったもの。黒影部分が3個のデータにすべて合う領域。灰色部分は地球効果で除外される部分。

一般の振動解は、上記三つの解で囲まれた三角形の内部に存在する。第一の断熱解では 7MeV 以上の ν_e がほとんどすべて ν_μ に変わる（高エネルギー側欠損）が、これより低いエネルギーではほとんど影響を与えない。準真空解では、 ν_e が全エネルギーで一様に減少する。一方、非断熱解は、エネルギー E の小さいニュートリノの数を少なくする。したがって、条件を適当に選べば、三つの太陽観測実験データを同時に説明する解がありうる（図 5.2(b)）。

d. 地球の影響

物質による共鳴振動は地球でも起きる（式 (5.55), (5.56) に $\rho \simeq 5\text{g/cm}^3$ を入れる）。地球効果は、太陽中で $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ と振動したものをもとにもどす作用 ($\nu_e \rightarrow \nu_\mu$) があり、ニュートリノ強度の時間で積分した値を見ている限り、物質振動解で許される範囲が広がる。地球効果は、夜間と日中のデータの差をとることにより観測できる。日夜変化が検出できなかったことから、図 5.2(a) で $\sin^2 2\theta \gtrsim 0.1$, $\Delta m^2 \sim 10^{-5.5}$ 付近の突出部分を除外できる。

5.3 ニュートリノ発生源とその観測

5.3.1 主なニュートリノ発生源

ニュートリノの主な発生源をどのような観測・実験が行なわれているかを表 5.2 に示す。

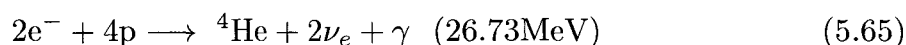
表 5.2 主なニュートリノ発生源とその観測実験

発生源	反応	ニュートリノ実験
太陽	核融合反応 $p + p + p + p$ $\rightarrow \text{He} + 2(e^+ + \nu_e)$	太陽ニュートリノ実験 (例) スーパーカミオカンデ (SK) 実験 SNO 実験など
大気	宇宙線の大气との衝突 π の生成と崩壊	大気ニュートリノ実験 (例) スーパーカミオカンデ (SK) 実験
超新星 (スーパーノバ)	重力エネルギーの放出	超新星ニュートリノ観測実験 (例) カミオカンデ実験 IMB 実験など
原子炉	核分裂 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$	原子炉ニュートリノ実験 (例) カムランド (Kamland) 実験 KASKA, CHOOZ 実験など
加速器	素粒子反応	加速器実験 (例) K2K 実験 LSND, K2K, MINOS 実験など

5.3.2 太陽ニュートリノ問題

a. 標準太陽モデル (SSM: standard solar model)

太陽ニュートリノは、太陽の中心での熱核融合反応



の際放出されるもので、その正体は電子ニュートリノである。熱核融合反応は主として pp チェインと呼ばれるさまざまな原子核反応 (図 5.3) の結果として起こるものであり、放出されるニュートリノのエネルギースペクトルを図 5.4 示す。なお、中心温度が 2×10^7 度を越える場合 (太陽より重い恒星) では、同じヘリウム生成反応でも C, N, O を

触媒とする CNO チェインが効くが、これはまったく違ったエネルギースペクトルをもつので区別は容易である。

b. 太陽ニュートリノの検出

i) ホームステイク実験

最初に太陽ニュートリノフラックスを測定したのはアメリカのホームステイクに設置したニュートリノ検出器であり、1968年にまでさかのぼる。方法は



の反応 (エネルギー閾値: $E_\nu > 0.81\text{MeV}$) を用いる。

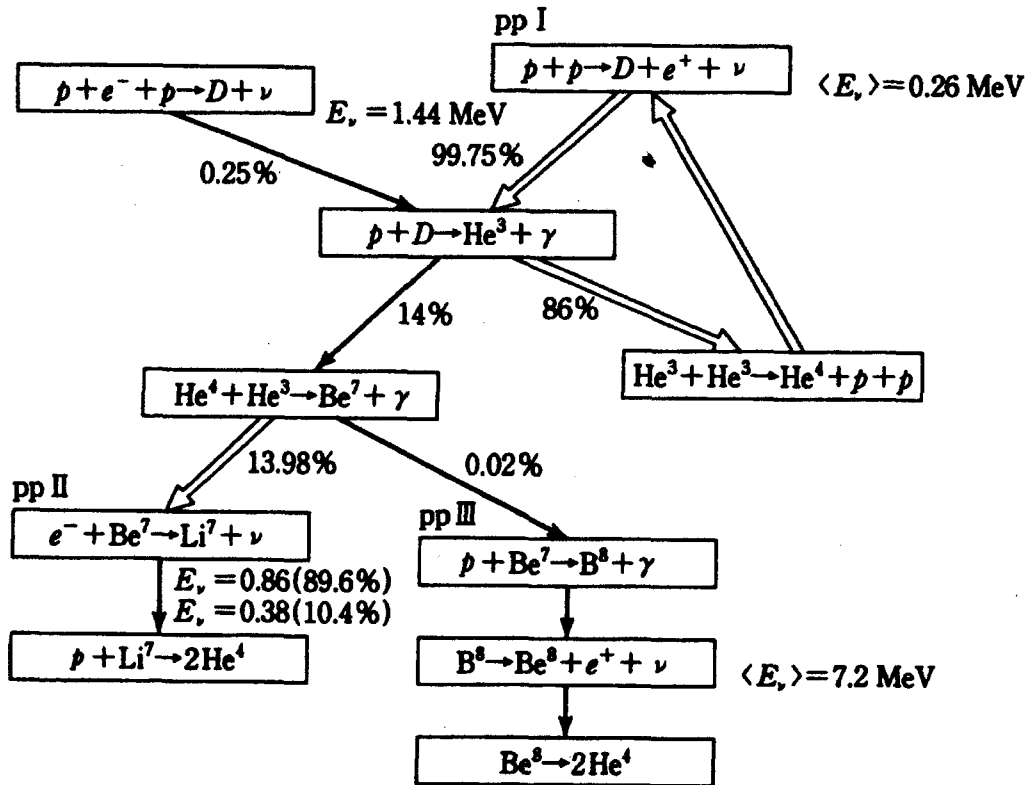


図 5.3 太陽の熱核融合反応:pp チェイン⁴

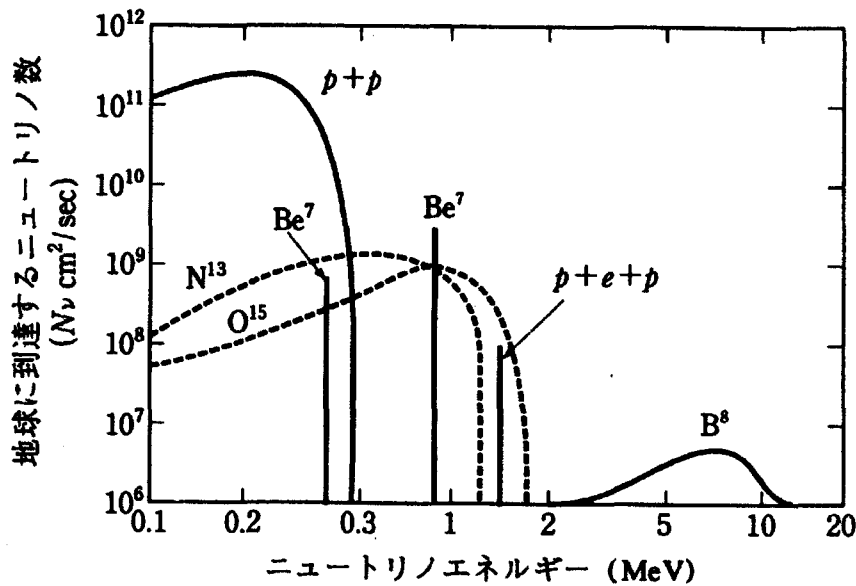


図 5.4 太陽ニュートリノのエネルギースペクトル⁴

実線が p-p チェインによるもので、破線が CNO サイクルによるもの。

宇宙線による偽信号を防ぐため、615 トンの液体 2 塩化炭素 (C_2Cl_4) をアメリカのサウスダコタ州にあるホームステイク金鉱の地下 1620m に設置した。さらに中性子起因の雑音を防ぐために装置全体を水のプールの中に沈める。ニュートリノによって生成されるアルゴン原子核は軌道電子を捕獲して半減期 35 5 日でもとの塩素にもどるが、装置を 35 日以上働かせれば間断なくつくられる数と、もともどもどる数とが釣り合い、液体 2 塩化炭素の中には一定量のアルゴンが存在するようになる。このアルゴンは気体となって浮いているのでヘリウムガスを送り込んで取り出し、活性炭に吸わせて回収する。アルゴンは塩素に戻るとき、特性 X 線を放射するので、この X 線の数をもとに比例計数管で測ればアルゴンの数、したがってニュートリノの反応率を測定できる。この方法は、一定期間アルゴンを貯める方式なので、ニュートリノがどのくらいのエネルギーをもち、いつ、どの方向からきたかということとはわからない。ホームステイク測定器は、ニュートリノ捕獲率を、

$$2.33 \pm 0.25 \text{ SNU} \quad (5.67)$$

と測定した。ただし、SNU とは Solar Neutrino Unit の略で、 $1 \text{ capture/sec}/10^{36} \text{ atoms}$ のことである。

一方、標準太陽モデルは、

$$9.3^{+1.2}_{-1.4} \text{ SNU} \quad (5.68)$$

を与えるので、観測値は理論の 1/3 しかない。このモデルの 1σ という誤差は、理論的な

3σ (σ : 自乗平均誤差) に相当する値を採用している。別の計算では 6.4 ± 1.4 SNU を与えるが、理論値が大幅に大きいことは変わらない。これが太陽ニュートリノの謎と呼ばれるものの実体である。太陽ニュートリノの謎は、提起されてからもう 20 年以上にもなる。この原因を太陽モデルに求めれば天体物理の問題となり、ニュートリノ自身の性質(ニュートリノ振動)に求めるならば素粒子の問題となる。

ii) 神岡実験

これに対して神岡地下実験グループは、水タンクの壁に光電子増倍管を並べた測定器を使って太陽ニュートリノを測定した。この水チェレンコフ測定器はもともとは大統一理論の検証を目的とした陽子崩壊検出のために建設されたものであるが、天然に存在するウランからの背景雑音を減らして、検出可能な粒子の最小エネルギーを 6~7 MeV にまで下げることによって、太陽ニュートリノ検出器としても機能できるようにしたものである。ニュートリノ自身は中性で検出できないが、ニュートリノ反応

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \quad (5.69)$$

によって放出される電子は、水の中でチェレンコフ光を発するので、光電子増倍管で感知できるのである。リングパターンから電子の同定ができ、光量からエネルギー測定できる。反跳電子の方向は、ニュートリノの入射方向とかなりよい精度で一致するので、ニュートリノの到着時間と飛来方向がわかる。その意味で、ホームステイク測定器より一段進んだニュートリノ測定器であり、ニュートリノ望遠鏡としての資格を備えているといつてよいであろう。現在は改良型でさらに大型 5 万トン検出器 (スーパーカミオカンデ (SK)) が稼働している。

スーパーカミオカンデの観測値は、

$$N_\nu = 2.44 \pm 0.05(\text{stat})_{-0.07}^{+0.09}(\text{sys}) \times 10^6 / \text{cm}^2 / \text{s} \quad (E_e > 6.5 \text{MeV}) \quad (5.70)$$

$$\frac{N(\text{観測})}{N(\text{理論})} = 0.474_{-0.009-0.014}^{+0.010+0.017} \quad (5.71)$$

であり、SSM 理論値の約 1/2 という値を与えている。ホームステイク実験の値とやや異なるものの、標準太陽モデルの予想より大幅に小さいという太陽ニュートリノの謎問題の存在を再確認したといえる。

iii) ガリウム実験

上記 2 つの実験は、いずれも太陽ニュートリノエネルギースペクトルのエネルギーの高い部分にのみ感じる。有感領域はエネルギースペクトル全体から見ればごくわずかであり、太陽モデルの不定性の大きいところでもある。そこで、pp-I チェインのエネルギーの低いところ ($E_\nu \leq 0.5 \text{MeV}$) を観測することが重要となる。塩素 (Cl) の代わりにガリウム (Ga) を使用するとエネルギーの低いニュートリノ ($E \geq 233 \text{keV}$) に感じるので、ス

ペクトルの低エネルギー側が測定できる。Ga を含む太陽ニュートリノ検出器は、現在ロシアの SAGE とイタリアの GALLEX の 2 ヶ所で稼動している。これらの実験は、ホームステイクの塩素標的の実験と手法が同一であり、リアルタイムではニュートリノを捕まえられない。標準モデルでは 137 ± 8 SNU 期待されるのに対して、1998 年 10 月の時点では、

$$73^{+18}_{-16}(\text{stat})^{+5}_{-7}(\text{sys}) \quad \text{SNU SAGE} \quad (5.72)$$

$$69.7 \pm 6.7(\text{stat})^{+3.9}_{-4.5}(\text{sys}) \quad \text{SNU GALLEX} \quad (5.73)$$

というデータがでている。

iv) スーパーカミオカンデ実験

スーパーカミオカンデ (SK) は、地下 1,000m の場所に位置する。全容積 50,000 トンの水タンク内には、11,146 本の直径 50cm 光電子増倍管が取り付けられ、水中でのニュートリノ反応が作り出す荷電粒子のチェレンコフ光を捕らえる。SK ではニュートリノと電子との散乱を用いて ^8B 太陽ニュートリノを捕らえる。ニュートリノと電子との散乱では、 ν_e のみならず、 ν_μ 、 ν_τ も捕らえることができる。中性カレントのみが作用する ν_μ あるいは ν_τ と電子との散乱断面積は、荷電カレントと中性カレントが共に寄与する ν_e と電子との散乱断面積の約 $1/(6\sim 7)$ (以下、 R_σ と書く) である。太陽内部での核融合反応は、低エネルギーの原子核反応であるため、 ν_e しか生成されない。もし、太陽の中心で生まれた ν_e のうち、 P_{osc} の割合が ν_μ あるいは ν_τ になったとすると、地球で電子散乱により観測されるニュートリノの強度は、

$$(1 - P_{\text{osc}}) + P_{\text{osc}} \times R_\sigma \text{ 倍} \quad (5.74)$$

となる。ここで、 $1 - P_{\text{osc}}$ は残った ν_e が電子散乱する確率、 $P_{\text{osc}} \times R_\sigma$ は振動によって作られた ν_μ または ν_τ が中性カレントによって電子散乱する確率である。ニュートリノにより散乱された電子は、その速度が水中の光の速度よりも大きい場合には、チェレンコフ光を放出する。チェレンコフ光は水の屈折率を $n(= 1.33)$ 、粒子の速度を βc とすると粒子の進行方向に対して $\cos^{-1}(1/(n\beta))$ の角度で円錐状に放出される。 $\beta \sim 1$ の場合には、この角度が 42 度である。このチェレンコフ光の強さから電子のエネルギーも測定することができる。

SK は 1996 年 4 月よりデータを取り始め、2001 年 7 月までに 1,496 日分のデータを取得した。この間に観測された太陽ニュートリノの数は約 22,400 にものぼり、一日あたりに換算すると 14.7 現象/日である。この数は、カミオカンデが捕らえた全太陽ニュートリノ数の 30 倍に相当する。この得られた太陽ニュートリノ現象の数をニュートリノ強度に焼きなおしてみると、

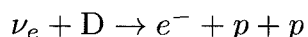
$$\phi_{\text{SK}}(\text{電子散乱}) = (2.35 \pm 0.02(\text{stat.}) \pm 0.08(\text{sys.})) \times 10^6 / \text{cm}^2 / \text{s} \quad (5.75)$$

となる。ここでニュートリノ強度とは、スペクトルの形を⁸B 太陽ニュートリノから予想されるエネルギー分布であると仮定して、全エネルギー範囲で積分した値である。

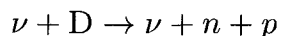
v)SNO 実験

SNO(Sudbury Neutrino Observatory) 実験装置は、カナダのサドバリー鉱の地下約 2,000m にある。装置の最も主要な部分は、装置の中央部にある重水 (D₂O)1,000 トンである。SNO では、以下の反応を用いて太陽ニュートリノを捕らえる。

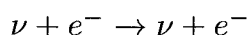
①荷電カレント (CC) 反応



②中性カレント (NC) 反応



③電子散乱



NC 反応を捕らえるためには、反応で生成された中性子を捕らえることになる。それには以下の 3 つの方法がある。

方法 1：重水素と中性子との反応で生まれる約 6MeV のガンマ線を使う。

方法 2：重水中に塩素を入れ、塩素と中性子との反応で生まれる約 8MeV のガンマ線 (Cl(n, γ)Cl 反応) を使う。

方法 3：³He 中性子カウンター (³He + n → T + p 比例計数管で捕らえる装置) を重水中に入れて観測する。

これらの反応により生じた電子は、SK と同様にチェレンコフ光を観測することにより捕らえられる。1,000 トンの重水はアクリル容器の中に貯められているが、その外側には 5,000 トンの軽水があり、その軽水中に 9,438 本の光電子増倍管が取り付けられている。チェレンコフ光の光パターンから粒子の方向性を観測することができる。CC 反応は、太陽ニュートリノの方向と $(1 - (1/3) \cos \theta)$ のような角度相関を持ち、後方に多い角分布を示す。これに対して、電子散乱は、超前方にピークを持つため、方向性を用いて分離することができる。方法 1 による NC 反応は、約 6MeV の単色エネルギーを持った現象であることと方向が一様分布をするということから、CC 反応や電子散乱と区別がつく。

SNO 実験は、1999 年 11 月から 2001 年 5 月までに重水のみを用いたデータを 306.4 日分取得した。この観測された太陽ニュートリノ現象をエネルギー分布、太陽との方向分布、粒子の発生点分布を用いて、上記の 3 つのプロセスに分離した。その結果、観測された現象の数は、それぞれ、CC 反応が約 1,970 個、電子散乱が約 260 個、NC 反応が約 580

個と得られた。これらの値を太陽ニュートリノの強度に直すとそれぞれ、

$$\begin{aligned} \phi_{\text{SNO}}(\text{CC}) &= (1.76 + 0.06 / - 0.05(\text{stat.}) \pm 0.09(\text{sys.})) \\ &\times 10^6 / \text{cm}^2 / \text{s}. \end{aligned} \quad (5.76)$$

$$\begin{aligned} \phi_{\text{SNO}}(\text{NC}) &= (5.09 + 0.44 / - 0.43(\text{stat.}) + 0.46 / - 0.43(\text{sys.})) \\ &\times 10^6 / \text{cm}^2 / \text{s}. \end{aligned} \quad (5.77)$$

$$\begin{aligned} \phi_{\text{SNO}}(\text{電子散乱}) &= (2.39 + 0.24 / - 0.23(\text{stat.}) \pm 0.12(\text{sys.})) \\ &\times 10^6 / \text{cm}^2 / \text{s}. \end{aligned} \quad (5.78)$$

となる。

c) SK, SNO のデータ比較とニュートリノ振動の証拠

太陽ニュートリノ振動の確実な証拠は、2001年6月にスーパーカミオカンデの1,258日分のデータとSNOからの最初のCC反応の結果とを比較することにより示された。

SKが電子散乱で測定した太陽ニュートリノ強度($\phi_{\text{SK}}(\text{電子散乱})$)は、SNOがCC反応によって測定した強度($\phi_{\text{SNO}}(\text{CC})$)に比べて約34%大きい。この違いは、CCの反応は ν_e のみしか捕まえないが、電子散乱では ν_μ 、 ν_τ の寄与もあるため、 ν_e が ν_μ 、 ν_τ に変わってしまったことが原因であると考えられる。この結果は、2002年のSNOによるNC反応の結果によってさらに確実なものとなった。NC反応によって測定された強度は、上記のようにCC反応や電子散乱による測定結果に比べて有意に大きい。NC反応が全ニュートリノ強度($\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau$)を測っていることから考えて、この有意な違いは太陽ニュートリノが ν_μ 、 ν_τ に変わってしまっていることを示唆する。

これらの測定結果が定量的につじつまが合うかどうか見てみる。SKの電子散乱の結果(5.75)とSNOのCC反応の結果(5.76)から ν_μ 、 ν_τ の強度を求めてみると、(5.74)を用いて $(3.9 \pm 0.9) \times 10^6 / \text{cm}^2 / \text{s}$ となる。SNOのCC反応による ν_e の強度(5.76)と合計すると、全ニュートリノ強度 $\phi(\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau)$ は $(5.7 \pm 0.9) \times 10^6 / \text{cm}^2 / \text{s}$ と求められ、これはSNOのNC反応による強度 $\phi_{\text{SNO}}(\text{NC})$ と統計の範囲内でよく一致する。

d) ニュートリノ振動パラメータの値

太陽ニュートリノ問題の解がニュートリノ振動であることはわかったが、真の解決のためには、一組の振動パラメータによってすべての太陽ニュートリノ実験の結果が説明できなければならない。まず、ホームステイクの実験、ガリウム実験、SK実験、SNO実験(CC反応)が観測した太陽ニュートリノ強度を標準太陽モデルからの予想値と比べることにより、振動パラメータの許される領域は、混合角の大小、振動長さの特長により、SMA (Small Mixing Angle、小混合角) 解、LMA (Large Mixing Angle、大混合角) 解、LOW (low Δm^2 、小質量差) 解、just-so (真空振動) 解がある。これらの解のうちどれが真の解であるかを見極めるには、ニュートリノ振動のエネルギー依存性、物質のニュートリノ振動に与える効果が重要な意味を持つ。SKでは、精密なエネルギースペクトルの測定を行ってきたが、大きなスペクトルのゆがみは見えていない。また、地球の物質が

ニュートリノ振動に与える効果を見るために昼と夜との強度の違いを測定したが、

$$(\text{Night} - \text{Day}) / ((\text{Night} + \text{Day}) / 2) = 0.021 \pm 0.020(\text{stat.}) + 0.013 / -0.012(\text{sys.}) \quad (5.79)$$

となり、特に有意な違いはない。これらの観測によって排除できるパラメータ領域は SMA 解、just-so 解、LOW 解、LMA 解の質量 2 乗差の小さい部分を 95% 信頼度で排除している。残る領域は LMA 解の質量 2 乗差の大きい部分となる。

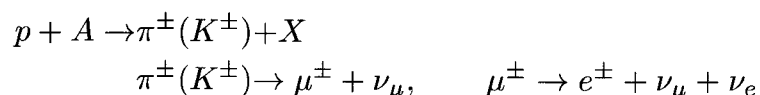
以上の解析は、SK 以外の実験結果と SK の詳細な解析結果との比較を行ったものであるが、すべての太陽ニュートリノ実験の結果を盛り込んで許されるパラメータ領域を求めることをグローバル解析という。この解析では、すべての太陽ニュートリノ実験で観測された強度、SK でのエネルギースペクトル、昼夜変化、SNO 実験での NC, CC 強度が盛り込まれている。このグローバル解析では LMA 解が最も有力な候補として残り、他の解は 1% レベルの可能性でしかありえない。

残された LMA 解が正しいという確認は 2002 年 12 月に KamLAND (長基線原子炉ニュートリノ実験) によってなされた。

5.3.3 大気ニュートリノ問題

大気ニュートリノ問題とは、大気ニュートリノの ν_μ 成分が ν_e 成分に比べて理論値の予想より少ないことである。大気ニュートリノは 1 次宇宙線 (高エネルギーの陽子) が大気と反応して、 π や K を大量生成し、それらが崩壊して ν_μ や ν_e になるものである。地上のミューオン降下量がわかっているので、それから 1 次宇宙線量を逆算し、ニュートリノ生成量も一応は計算できる。しかし、現時点での計算は必ずしも精度がよいとはいえず、各理論計算間の差は最大 30% に達する。したがって、個々のニュートリノ降下量を絶対的に測定して理論と比較するのは困難であり、実験的にも難しい。しかし、 $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu) / (\nu_e + \bar{\nu}_e)$ の比については、大きな誤差は相殺されるのでかなり信頼できると思われる。

この場合、各理論計算間の違いは 10% 以下におさまる。エネルギーが $\lesssim 3\text{GeV}$ くらいまでならば、主な生産崩壊モードは



であるので、 $N(\nu_\mu) / N(\nu_e) \simeq 2$ である。神岡グループは電子ニュートリノについてはほぼ理論の予想とおりの値を得たが、ミューニュートリノの観測数は理論予想値より相当低い値を得て、2 重比すなわち

$$R = \frac{(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu) / (\nu_e + \bar{\nu}_e)_{\text{DATA}}}{(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu) / (\nu_e + \bar{\nu}_e)_{\text{MC}}} = 0.61 + 0.03(\text{stat}) \pm 0.05(\text{sys}) \quad (5.80)$$

としてデータを発表した。MCはモンテカルロ計算を意味する。これがニュートリノ振動現象によるものではないかという解釈は直ちになされたものの、 $R \simeq 1$ とする観測データもあり、理論の信頼性が確定的でなかったことも原因して、しばらく論争が続いた。これが実際にニュートリノ振動現象による結果であると確定的になったのは、スーパーカミオカンデ測定器により多量のデータが蓄積されて天頂角分布が明らかになってからである。

地表におけるニュートリノ生成量はどこでも同様と考えられる。ただし、低エネルギー1次宇宙線は地球磁場に捕まって磁極に集中する傾向があるので、必ずしも同様とは言えないが、エネルギーが500MeV以上のニュートリノならば地球磁場の影響は無視してよいか、あるいは補正できる。天頂角が90度より大きいニュートリノは地球の裏側で生成され、天頂角分布に依存する距離 L だけ地球を通り抜けて測定器に達する。ニュートリノによっては地球物質は透明であるから、上からくるニュートリノと下からくるニュートリノは同じ数でなければならない。すなわち天頂角分布は上下対称でなければならない。

2004年のSKのハイライトは、大気ニュートリノ振動の振動パターンの確認である。

a) 大気ニュートリノ振動パターンの観測 (L/E 解析)

1998年の大気ニュートリノ振動発見は、非対称な天頂角分布の観測に基づくもので、これはニュートリノ振動の L （飛行距離）依存性を見ていたことになる。 L の増加に対して、単調な事象数の減少として観測されている。

ニュートリノ振動の波長は、ニュートリノエネルギー(E)に比例するから観測したニュートリノ事象を L/E でプロットすると、「分解能が限りなく良い」ならば、すべての事象が同一の振動パターン上にある。ただし、通常は有限の分解能のために、 L/E で分布を作っても単調減少していく様子としてしか見られない。しかし、解析を工夫して分解能の良い事象のみを選ぶと最初の振動の谷に対応するところにディップが見える可能性がある。

このパターンが観測されれば、「振動」がゆるぎのないものとして確立し、さらに、ニュートリノ崩壊等振動以外の他の可能性（これまでも、その可能性は少なかったけれど）を決定的に排除するこにもなる。また、振動の谷の位置と Δm^2 が対応していることから、 Δm^2 の決定精度も向上すると予想される。

L/E 解析では、ニュートリノのエネルギーと発生点までの距離が必要となる。SKではニュートリノの反応で生成されるチェレンコフしきい値以上の荷電粒子のエネルギーと方向が観測される。測定されたエネルギーから元のニュートリノのエネルギーとして最も可能性の高い値をモンテカルロ計算(MC)に基づき求める。距離は、エネルギーと同様にMCを使って求める方法もあるが、観測された荷電粒子のベクトル和をニュートリノの方向として大気まで逆延長し飛行距離を計算している。

分解能の良いデータを選択する前に分解能を上げる工夫を行っている。PC現象（反応の発生点が測定器内部にとどまったものをcontained事象と呼び、発生したすべての粒子が測定器内部にとどまったものをFC(fully contained)事象、発生粒子の一部が外部に出

て行ったものを PC (partially contained) 事象という) は一部の粒子が測定器外部に抜き出るためエネルギーの決定精度が悪い、SK には内水槽を取り囲むように厚さ 2~2.5 m の外水槽 (OD(outer detector)) がある。この OD のエネルギーにより、内水槽から出た粒子が、OD を尽き抜けたか、OD で止まったかの区別をつけることが可能となる。これにより、PC 現象として一緒に解析したものを二つに分類し、それぞれに適したエネルギーを与えることができた。

以上の準備の下、1,489 日分のデータに対して低エネルギーの事象と水平方向から飛来する事象を排除した。なぜなら、低エネルギーでは、ニュートリノと荷電レプトンの角度相関が悪くなること、また、水平方向の事象は、角度が少し変わるだけで、距離が大きく変わることによって分解能を悪くしてしまうからである。最終的には 2,726 事象が残ったが、これは全データのほぼ 5 分の 1 である。

得られた L/E 分布から $L/E = 500 \sim 600 \text{ km/GeV}$ 辺りにディップが観測されている。これによって初めてニュートリノ振動のパターンを見ることができた。 L/E の関数として単調に減少するニュートリノ崩壊は 3.4σ で排除されたことにもなる。

L/E 解析により求めた振動パラメータは、 $1.9 \times 10^{-3} < \Delta m^2 < 3.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta > 0.90(90\% \text{ C.L.})$ である。全データを使った通常の解析よりも、わずか 1/5 のデータで質量差に関してはより良い精度で決定している。

b) 2 世代 ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$) 解析

大気ニュートリノ振動は、 ν_μ 欠損として観測されるが、フラックスの絶対値に依存した解析では、振動パラメータの決定精度は良くない。

2 重比: $R = (\nu_\mu/\nu_e)_{\text{data}}/(\nu_\mu/\nu_e)_{\text{MC(振動なし)}}$ や天頂角分布 (上下比) をとると、ニュートリノフラックスに伴う誤差とともに、ニュートリノ反応や測定器に伴う系統的誤差も大幅に削減でき、ニュートリノ振動解析の系統的誤差が小さくなる。

ニュートリノフラックスの ν_μ/ν_e 比は 5GeV 以下のエネルギーでは主に $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$ の崩壊チェーンで決まり誤差は 3% と評価される。エネルギーが高くなると K 生成とその崩壊が重要になり、100GeV では約 15% の誤差と評価されている。

最終サンプルに対して 2 重比 R を作ると、 $R_{\text{sub-GeV}} = 0.658 \pm 0.016(\text{stat}) \pm 0.032(\text{syst})$, $R_{\text{multi-GeV}} = 0.702 + 0.032 - /0.030(\text{stat}) \pm 0.099(\text{syst})$ となり、系統的誤差はそれぞれ 4.9%、14% である。 R により許容される Δm^2 の範囲は $10^{-3} \sim 10^{-2} \text{ eV}^2$ の範囲である。

大気ニュートリノ振動の波長は、1GeV で約 500km であるから、測定器の下から地球 (直径 13,000km) を通過して来るニュートリノは振動で約半分になる。また、上から降り注ぐニュートリノ (10~20km 上空で発生する) は振動の影響を受けない。非対称な天頂角分布はニュートリノフラックスの絶対値によらない振動証拠であるとともに、 L 依存性を見ていることになり、より確実な振動現象の証拠を与える。

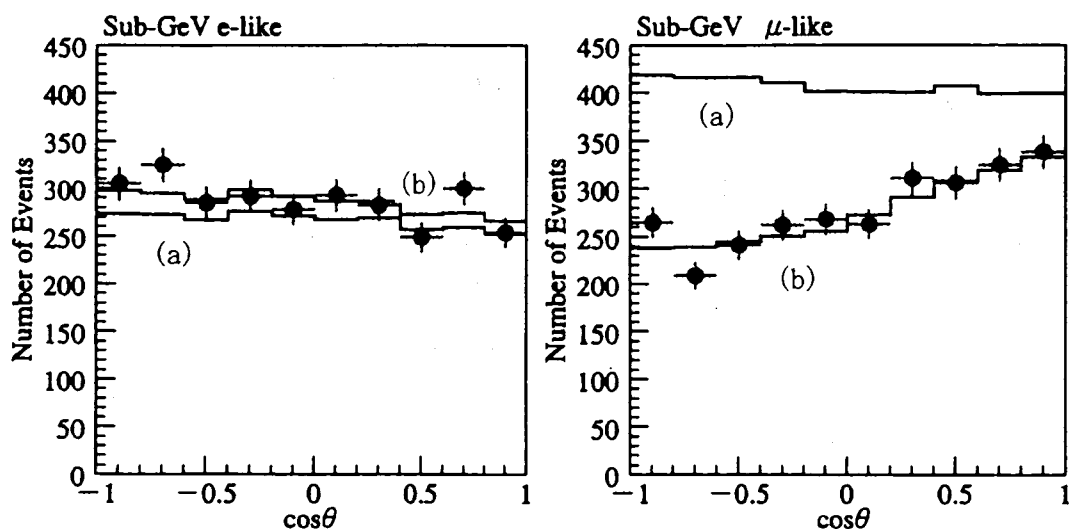


図 5.5 天頂角分布 ²²

天頂角分布を図 5.5 に示す。(a) の線はニュートリノ振動なし、(b) の線はニュートリノ振動ありの場合を示している。荷電レプトンの天頂角分布はニュートリノ振動がなければ、基本的に上下対称であるが、約 1GeV 以下では上向きニュートリノがやや過剰となる。これは、地球磁場による 1 次宇宙線のカットオフの方向依存性によるもので、エネルギーが高くなると消える。水平方向から来るニュートリノは上下から来るもの比べて多いが、これは水平方向からの粒子はより長い大気層を通過するので反応・崩壊の確率が増すからである。この過剰は、観測される荷電レプトンとニュートリノの角度相関が悪くなるので、1GeV 以下のエネルギーが低いところでは見えなくなる。ニュートリノフラックスに付随する上下対称性に対する誤差は sub-GeV (観測エネルギーが 1.33GeV 以下) で 1~2% であり、multi-GeV (観測エネルギーが 1.33GeV 以上) で < 2% と見積もられている。上向きミューオンの解析で大切な水平垂直比に対する誤差は 3% であり、これは K 生成の誤差によるものである。

振動解析の結果、最適値は $2.1 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ で $\sin^2 2\theta = 1.02$ である。

c)3 世代解析

大気ニュートリノのエネルギー領域ではミューニュートリノから電子ニュートリノへの振動は、混合角 θ_{13} を介して起こる。 θ_{13} は小さいことが原子炉実験などからわかっているが、地球の物質効果が加わると 7~8GeV で振動の効果が 10~15% 増大する可能性がある。また、質量の固有状態の階層が順階層 ($m_1 \sim m_2 < m_3$) か逆階層 ($m_3 < m_1 \sim m_2$) かにより、ニュートリノが物質効果を得るか、反ニュートリノが物質効果を得るのかが決まる。

したがって、 ν_μ, ν_τ の 2 種類だけでなく ν_e を含む 3 世代の精密解析により、 θ_{13} の値を決める可能性、質量階層に関する情報を得る可能性がある。

3 世代解析の結果として、 $\Delta m_{23}^2 = 2 \times 10^{-2} \text{eV}^2$ で $\sin^2 \theta_{13} < 0.16$ が得られた。

5.3.4 その他の観測・実験

太陽ニュートリノ観測も大気ニュートリノ観測もいわば受動的実験である。ニュートリノ振動の観測を通して混合角などを決定するためには性質のよくわかっているニュートリノを使って実験するほうが都合がよい。このようなアイデアで人工ニュートリノを発生させて観測する実験がある。人工ニュートリノを発生させる方法として原子炉を使う場合と加速器を使う場合がある。ここでは原子炉ニュートリノ観測実験の代表例として KamLAND、粒子加速器を使った長基線ニュートリノ・ビーム実験の代表例として K2K について述べる。

a) 原子炉ニュートリノ観測実験

KamLAND(Kamioka Liquid-scintillator Anti-Neutrino Detector) は、1,000 トンの液体シンチレータを用いた多目的低エネルギー・反ニュートリノ検出器である。大容量かつ高純度の液体シンチレータが KamLAND 検出器の最大の特徴である。液体シンチレータでは荷電粒子の通過による溶媒の励起を効率よく発光物質に伝達させることで、等方的で大光量のシンチレーション光を得る。KamLAND の場合この液体シンチレータが、チェレンコフ光の約 100 倍の発光量を持つことで、エネルギー分解能の向上、低エネルギー事象の観測が可能となる。KamLAND は大きさは SK にはかなわないものの、低エネルギーの観測によって異なる物理を研究対象にしている。特に低エネルギー事象を観測できるようになったおかげで、反電子ニュートリノが観測できるようになり、原子炉ニュートリノの観測に適した検出器になった。

2002 年に観測を開始し、2002 年末には最初の結果を発表した。実測定時間 145.1 日で、原子炉の運転履歴から予想される反電子ニュートリノ反応数は、 86.8 ± 5.6 事象、そして宇宙線などに由来するバックグラウンド事象数の算定量が 2.8 ± 1.7 事象、対して実際に観測した事象数は 54 事象しかなかった。観測値と予測値の比は、 $0.589 \pm 0.085 \pm 0.042$ となる。観測された $\bar{\nu}_e$ の欠損をニュートリノ振動で説明する場合、原子炉ニュートリノのエネルギーが $\sim 4\text{MeV}$ 程度であることから $\Delta m^2 > 10^{-5} \text{eV}^2$ でなければならない。太陽ニュートリノ観測と原子炉ニュートリノ観測の結果を統合すると、ニュートリノ振動の大混合角 (LMA) 解のみが唯一正しい解として生き残り「太陽ニュートリノ問題」はついに解決に至った。しかしながら、エネルギー分布の歪みなどニュートリノ振動の直接的な証拠を示すには、まだ統計量が不十分であった。

ニュートリノ振動の直接的な証拠は、2004 年 1 月までの 515.1 日分のデータを使った結果から示された。この計測時間は、最初の結果の 3.5 倍に相当する。ニュートリノ振動がない場合の予想反応数 365.2 ± 23.7 事象、バックグラウンド 17.8 ± 7.3 事象に対し、観測事象数は 258 事象と有意に少なく、99.998% の信頼度でニュートリノ消失を追認した。

ニュートリノ振動解析では、バックグラウンドの不定性を避けて、 2.6MeV (ニュート

リノエネルギーで約 3.4MeV) 以上のデータを用いた。その結果、振動パラメータの最適値は $\tan^2 \theta = 0.46$, $\Delta m^2 = 7.9 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ となった。振動の効果を見るには、距離をエネルギーで割ったもの L/E を横軸にとるとわかりやすい。縦軸をニュートリノ減少率(観測数と予測数の比)にすると、ニュートリノ振動が起こってていればデータはサインカーブの形を描くはずである。実際に、図 5.6 ニュートリノが減ったところから一度増えてまた減りさらに増えているところ(振動の約 1 周期)が見え、ついに、ニュートリノ振動の特徴であるサインカーブの観測に成功した。30 年以上の大問題であった「太陽ニュートリノ問題」は、直接的な証拠とともに、ニュートリノ振動によると証明された。

ニュートリノ振動パラメータの許容領域は、2002 年の結果ですでに LMA 解のみに絞られていたが、その許容領域は Δm^2 で約 3 倍もの不定性を持っていた。新しい結果では振動パターンを検出したこともあり、許容領域の決定精度は飛躍的に向上し、 $\Delta m^2 = 7.9^{+0.6}_{-0.5} \times 10^{-5} \text{eV}^2$ と約 8% の不定性に抑えられた。この事実から Δm^2 を精密に測定するには振動の形の情報がいかに重要かがわかる。太陽ニュートリノ実験の結果と合わせたグローバル解析の許容領域は、 Δm^2 に対して KamLAND 実験、 $\tan^2 \theta$ に対しては太陽ニュートリノ実験が強い制限を与えている。

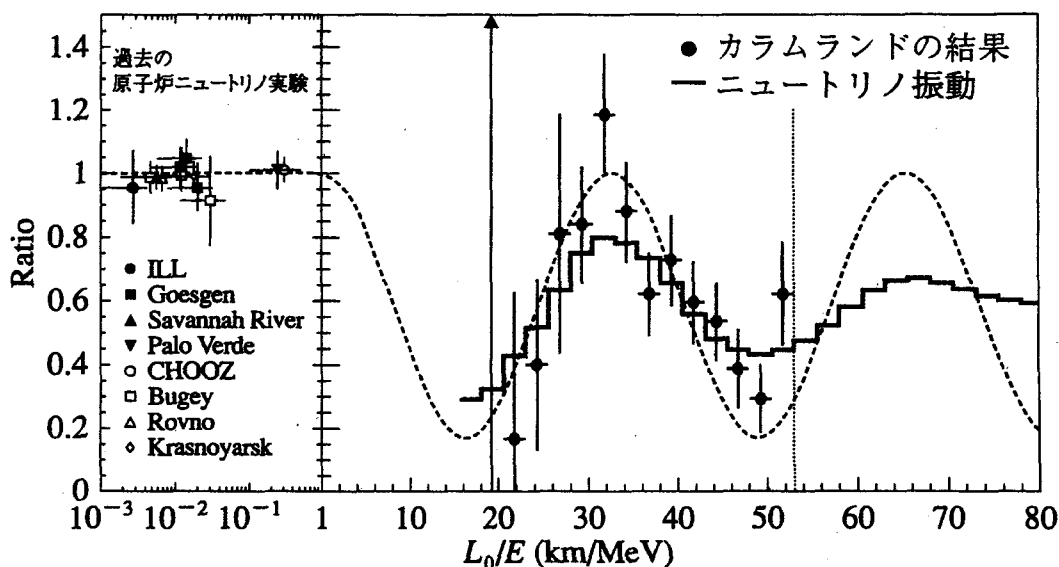


図 5.6 反電子ニュートリノ事象の L/E 分布 (L は原子炉からの平均距離 180km に固定)。²³

実線はニュートリノ振動における分布、点線はエネルギー分解能と原子炉までの距離の広がりを見無視した場合のニュートリノ振動における分布。点は KamLAND の観測結果(矢印はデータが枠外にあることを示す)。

b) 加速器ニュートリノ観測実験

K2K 実験は、高エネルギー加速器研究機構 (KEK) で人工的に発生させたミューニュー

トリノを 250km 離れた飛騨市神岡町にある東京大学宇宙線研究所のスーパーカミオカンデで観測し、事象数の減少とエネルギー分布の歪みを観測することによりニュートリノ振動を検出する国際共同実験で、加速器を用いた世界初の「長基線ニュートリノ振動実験」である。

1999 年 6 月の実験開始以来 2004 年 2 月までに得られた全データを解析した結果、スーパーカミオカンデにおいて 108 事象が観測された。ニュートリノ振動が起きないとした場合に予想される事象数は 150.9 (+11.6 -10.0) であり、明らかに観測された事象数は減少している。また 250km 飛行後のニュートリノエネルギー分布を測定し、ニュートリノ振動に特徴的な歪みを観測した。観測に伴う統計的ゆらぎでこのような事象数の減少とエネルギー分布の歪みの観測結果になる確率は 0.01 % にすぎない。言い換えると 99.99 % の確率でニュートリノ振動が起きていることになる。

この結果、1998 年にスーパーカミオカンデによる大気ニュートリノ観測で発見されたニュートリノ振動を、人工ニュートリノを用いた加速器実験で確立したと結論される。

1998 年 6 月、5 万トンの水チェレンコフ検出装置、スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノ観測で、ニュートリノ振動が発見された。ニュートリノ振動の発見は、ニュートリノが微小ではあるが有限な質量を持つことを意味し、標準理論を超えた素粒子理論の構築の必要性を示している。また、ニュートリノの微小な質量は、背後に存在する巨大なエネルギースケールの世界、すなわち大統一理論の存在をも強く示唆している。K2K 実験は、この大気ニュートリノ振動の観測結果を、加速器により発生させた人工ニュートリノを用いる実験で確認すると共に、振動パラメータ（質量の 2 乗の差と混合角）を良い精度で決定するものである。

高エネルギー加速器研究機構（KEK）の 120 億電子ボルト陽子加速器によりニュートリノビームを発生させる。このニュートリノはミューニュートリノである。KEK 敷地内には前置検出器が置かれている。その役割は、発生直後、ニュートリノ振動を起こす前のミューニュートリノの数とエネルギー分布を測定することである。ニュートリノビームは 250km 離れたスーパーカミオカンデに向けて発射される。この人工ニュートリノは大気ニュートリノと同程度のエネルギーを持っているため、飛行距離 250km の地球規模実験を行うことで、大気ニュートリノ振動を再現することが可能である。K2K 実験は、世界で最初の地球規模長基線ニュートリノ振動実験である。KEK からのビームは、約 2 秒に 1 回、約 100 万分の 1 秒のパルスとして約 1 兆個のニュートリノが神岡に向け発射される。この時間情報により、KEK からのビームに起因するニュートリノ事象であることが判別できる。大気ニュートリノなど自然ニュートリノの事象が入り込む確率は、1/1000 程度以下である。

K2K 実験では、ミューニュートリノビームの強度とエネルギー分布を前置検出器で測定し、遠方のスーパーカミオカンデにおける測定と比較してその変化を調べることで、ニュートリノ振動の研究を行う。ニュートリノ振動が起きれば、発生したミューニュートリノの強度は減少し、そのエネルギー分布は特徴的な歪みを示すはずである。特に、エネ

ルギー分布の歪みはニュートリノ振動を確立する上で、ニュートリノ観測数の減少以上に重要な決め手であるとされている。2002年6月に用いたデータに、2004年2月までに取得したデータを加え、従って現在までに取得した全データを解析した。さらに、前回以降、新しく設置した前置検出器によって系統誤差の理解が進み、解析の精度が上がった。また、生成されたニュートリノのエネルギー分布と、スーパーカミオカンデで観測されたエネルギー分布の比較を定量的に行った。その結果、

- 1) ニュートリノ振動が起きないと仮定した場合、スーパーカミオカンデで予想される事象数は $150.9 (+11.6 - 10.0)$ あるが、観測されたのは 108 事象あった。
- 2) 観測された 108 個のニュートリノ事象のうち、ミュー粒子 1 個だけが生成され、ニュートリノエネルギーを計算できる 56 個の事象から得られたエネルギー分布は、ニュートリノ振動が無い場合と比較して、特徴的な歪みを示した。

以上の結果から次のような結論が得られた。

- A) ニュートリノ振動が起きないにもかかわらず、統計的ふらつきで上記の結果 1)、2) のような観測結果になる確率は 0.01 % である。このことはニュートリノ事象数の減少とエネルギー分布の二つの観測結果を総合して 99.99 % の確率でニュートリノ振動が起きていることを意味する。
- B) ニュートリノ振動の重要な決め手となるエネルギー分布の特徴的な歪みが、期待どおり観測された。
- C) ニュートリノ振動とした場合、実験で得られたニュートリノ振動のパラメータはスーパーカミオカンデの大気ニュートリノの観測結果と非常に良く一致している。
- D) 従って、1998 年にスーパーカミオカンデによる大気ニュートリノ観測で発見されたニュートリノ振動を、人工ニュートリノを用いた加速器実験で確立したと結論される。

引き続きデータ収集を行い、特に 2003 年に設置された新しい前置検出器のデータ解析を進めることにより、生成直後のニュートリノビームの測定精度を向上させ、従ってニュートリノ振動パラメータ（質量の 2 乗の差と混合角）の測定精度向上をめざす。

6 まとめと今後の展望

以上の考察からニュートリノ数の観測値と理論値の不一致は、ニュートリノ振動として説明することができる。ニュートリノ振動が起きているということは、ニュートリノに質量があるということの証拠である。ニュートリノに質量があるということは標準理論を越えることを意味する。

これまでの太陽ニュートリノと大気ニュートリノおよび原子炉ニュートリノの測定により次の二つの結果が得られている。

- i) 質量 2 乗差の間には $|\Delta m_{\text{solar}}^2| \ll |\Delta m_{\text{atm}}^2|$ の関係がある。
- ii) $|\theta_{13}|$ が小さい。

このことにより、三世代間の振動は二世代間の振動に帰着し、パラメータの許容領域は近似的に二世代解析の結果で求めることができる。例えば、スーパーカミオカンデと K2K 実験で測定された宇宙線や加速器由来のニュートリノ振動は $E/L \sim |\Delta m_{23}^2|$ における測定であり、

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \cong 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Phi_{23}$$

に対応し、 $\sin^2 2\theta_{23} \cong 1$, $|\Delta m_{23}^2| \cong 2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ と測定されている。ただし $\Phi_{ij} = \Delta m_{ij}^2 L / (4E)$, $\Delta m_{ij}^2 = m_j^2 - m_i^2$ ($i, j = 1, 2, 3$) とする、以下同様。

一方カムランドで測定された原子炉ニュートリノ振動については $E/L \sim |\Delta m_{12}^2|$ における測定であることから

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \cong 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Phi_{12}$$

に対応し、太陽ニュートリノの測定結果と合わせて、 $\tan^2 2\theta_{12} \cong 0.4$, $|\Delta m_{12}^2| \cong 8 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ と測定されている。

原子炉ニュートリノによって θ_{13} 角測定に利用する振動は、 $E/L \sim |\Delta m_{13}^2|$ において

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \cong 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Phi_{13}$$

に良い精度で一致する。他の成分の混入は、 10^{-3} 程度以下である。 $|\Delta m_{13}^2| = |\Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2| \approx |\Delta m_{23}^2|$ であることと、観測にかかる原子炉ニュートリノの平均的なエネルギーが 4MeV であることから、この振動は、 $L = 1.8 \text{km}$ に最初の振動が生じると予想される。 θ_{13} 角の測定は、フランスの CHOOZ 実験により $L = 1 \text{km}$ で $\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$ の上限値が得られているのみで、有限値は得られていない。

以上の測定を総合すると、現在知られている MNS 行列は以下のようなになる

$$U_{MNS} \sim \begin{pmatrix} 0.8 & 0.5 & s_{13}e^{-i\delta} \\ -0.4 & 0.6 & 0.7 \\ 0.4 & -0.6 & 0.7 \end{pmatrix} \quad |s_{13}e^{-i\delta}| < 0.2 \quad (6.1)$$

Δm^2 に関しては太陽ニュートリノの物質効果により $\Delta m_{12}^2 > 0$ であることがわかっているが、大気ニュートリノは基本的に真空中の振動確率で記述するため、 $\Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{23}^2$ の符号はわかっていない。 $\Delta m_{31}^2 > 0$ ($\Delta m_{31}^2 < 0$) は順 (逆) ヒエラルキーと呼ばれる。ニュートリノ振動実験の今後の重要な課題は、未決定の θ_{13} と δ の値および Δm_{31}^2 の符号の決定である。MNS 行列の要素の中でも θ_{13} の大きさは、まだ有限値は得られていないとは言え、他の混合角に比べて小さいことがわかっている。言い換えると、 ν_3 中の ν_e の成分は他の混合の場合に比べ非常に小さい。この値がどの程度小さいのかを知るとは素粒子の統一理論を構築する上で有用な情報になり得るため、その測定は極めて重要である。また、CP 非保存のパラメータである δ を測定することは、現在の宇宙の物質優位性を、レプトンの CP 非保存の効果により説明しようとするレプトジェネシスと呼ばれるシナリオにも重要な意味を持つ。(6.1) によると δ の項には $\sin \theta_{13}$ がかかっているため、CP 非保存の測定可能性には θ_{13} の値が重要な役割を果たすことがわかっている。この意味でも θ_{13} を測定することは、焦眉の課題となっている。

謝辞

本研究にあたってご指導を頂きました佐藤光先生、石原諭先生には心から感謝いたします。相対性理論に始まり、量子力学、相対論的量子力学、場の量子論、量子電磁気学、量子色力学、素粒子物理学、線形代数学、群論等に至るまで、また研究の内容、展開、論文の執筆に至るまで丁寧にご指導頂きました。庭瀬敬右先生には、日頃から、いろいろ幅広いご助言・ご指導を頂き、ありがとうございました。お蔭様で、修士課程の2年間に有意義に過ごすことができました。

また、今回このような研究の機会を与えてくださった兵庫教育大学、青森県教育委員会、および青森県立弘前南高等学校の皆様にも心から深くお礼申し上げます。

最後に、暖かい励ましをいつも送り続けてくれた家族に心から感謝します。

参考文献

1. 長島 順清著、朝倉物理学大系 「素粒子物理学の基礎Ⅰ」、朝倉書店、(2002)
2. 長島 順清著、朝倉物理学大系 「素粒子物理学の基礎Ⅱ」、朝倉書店、(1998)
3. 長島 順清著、朝倉物理学大系 「素粒子標準理論と実験的基礎」、朝倉書店、(2006)
4. 長島 順清著、朝倉物理学大系 「高エネルギー物理学の発展」、朝倉書店、(1999)
5. 原 康夫著、裳華房テキストシリーズ-物理学、「素粒子物理学」、裳華房、(2006)
6. 牧 二郎 林 浩一 共著、パリティ物理学コース、「素粒子物理」、丸善株式会社、(1999)
7. 渡邊 靖志著、新物理学シリーズ 33、「素粒子物理入門」、倍風館、(2007)
8. 原 康夫 稲見 武夫 青木 健一郎著、「素粒子物理学」、朝倉書店、(2004)
9. 風間 洋一著、現代物理学入門講義シリーズ [1]、「相対性理論入門講義」、倍風館、(2001)
10. 藤井 保憲著、物理学の廻廊、「時空と重力」、産業図書、(1979)
11. 坂井 典佑著、物理学基礎シリーズ 10、「素粒子物理学」、倍風館、(1993)
12. 坂井 典佑著、裳華房フィジックスライブラリー、「場の量子論」、裳華房、(2003)
13. 佐藤 光著、「新版 物理数学ノート」、サイエンス社、(2006)
14. 佐藤 光著、「群と物理」、丸善、(1992)
15. 岡崎 誠著、新物理学ライブラリ 6、「量子力学」、サイエンス社、(1997)
16. 長島 順清著、ライブラリ 物理の世界-1、「ニュートリノの謎」、サイエンス社、(1982)
17. 江沢 洋著、「量子力学 (Ⅰ)、(Ⅱ)」、裳華房、(2002)
18. 広瀬 立成著、「質量の起源」、講談社、(2000)
19. 南部 陽一郎著、「クォーク 第2版」、講談社、(1998)
20. 坂東 昌子著、「物理と対称性」、丸善株式会社、(1996)
21. 中畑 雅行、鈴木洋一郎：日本物理学会誌 58(2003)337.
22. 鈴木 洋一郎：日本物理学会誌 60(2005)203.
23. 清水 格、井上 邦雄：日本物理学会誌 60(2005)783.
24. 田村 詔生、末包 文彦、安田 修：日本物理学会誌 61(2006)799.