平成１８年度

学位論文

文章題の解決における問題スキーマの役割とその構成に関する研究

兵庫教育大学大学院　学校教育研究科

教科・領域教育専攻　自 然 系 コ ー ス

Ｍ０５２４３Ｇ　山　田　浩　貴

目　次

はじめに

文章題を苦手とする児童は多く，計算問題はできるが文章題はできないといった児童も少なくない。文章題の解決が児童にとって困難であるということは，小学校現場で算数を指導した経験をもつ者なら一度は感じたことがあるであろう。そして，解決に窮する児童に直面して，多くの教師は「問題をもう一度よく読みなさい」「問題の場面を絵や図に表してみなさい」などの助言を与え，児童の解決を促すであろう。しかし，文章題を苦手とする児童は，そもそも「問題文を何度読みかえしてみても，よく問題の意味が分からない」「場面の状況が絵や図に表すことができない」といった児童であり，先の助言はあまり効果的ではない。

算数教育の研究者や学校現場での指導者の中には，文章題が児童にとって困難である原因として「問題が正しく読みとれない」ことを指摘する人もいる。確かに，問題が正しく読めていなければ，文章題を解決することはできない。しかしながら，「読みとる」とは，単に字面の意味を理解するといった，国語的な読みではない。ここでの「読みとる」とは，問題文に示されている数量の関係を正しく理解するといった，いわば算数的な読みである。平林（1985）も以下のように述べ，算数の問題を解くことは，読むことであると指摘している。

「算数・数学教育は，実は，一種の言語教育であり，その点で数学ははじめて普通教育の教科たりうると考えられる。実際，数学の問題が「解けた」とは，よく「読めた」ということであり，問題解決指導は，実は「読み方」の指導である」(p.107)

本研究では，上述した「算数的な読み」を「問題（文章題）の理解」と捉え，問題の理解が促進されると考えられる問題スキーマという知識に着目する。そして，問題スキーマを児童に構成させるための効果的な指導法を探ることにする。

２００６年１２月２０日

山田　浩貴

第　1　章

算数教育における文章題指導の意義と本研究の主題

本章では，まず，算数教育における文章題指導の意義について述べ，今日わが国で指導されている文章題のタイプと本研究で考察の対象とする文章題を明らかにする。次に，文章題指導の現状と課題について述べる。最後に，それらを踏まえて，本研究の主題と本論文の構成を述べる。

本章の構成は，以下の通りである。

第１節　算数教育における文章題指導の意義

本節では，算数教育における文章題指導の意義について述べ，今日わが国で指導されている文章題のタイプと本研究で考察の対象とする文章題を明らかにする。そして，文章題指導の現状と課題について述べる。

１．問題解決としての文章題解決

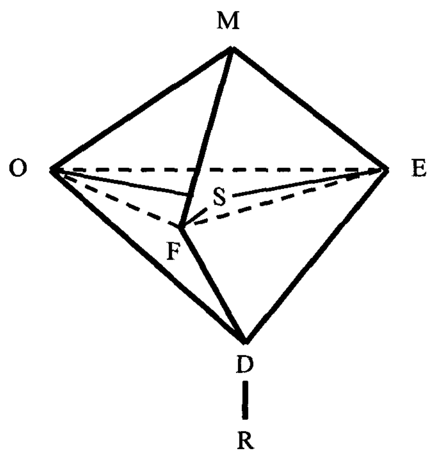
1980 年にアメリカの National Council of Teachers of Mathematics（NCTM，全米数学教師の会）は「An Agenda for Action—Recommendations for School Mathematics of 1980's—」（1980 年代の学校数学への勧告，以下，アジェンダと呼ぶ）を発行した。アジェンダでは，８つの勧告がなされているが，とりわけ，第 1 番目の勧告「問題解決が 1980 年代の学校数学の焦点とならなければならない」が注目を浴びた。

1970 年代のアメリカは，「現代化の失敗」から “Back to the basics(基礎に返れ)” というスローガンの下，基礎技能の習得に学校教育の焦点が置かれていた。算数科の学習においても指導法の中心がドリルの反復練習に偏るといった状況が見受けられた。それゆえ，計算はできても，問題の解けない子どもを多くつくり出した。そこで，アジェンダでは，知識や技能を使える形で身に付けさせようという意図から問題解決を８つの勧告の筆頭に挙げたのである。

このアジェンダ以降，世界の各国で問題解決が算数教育において重要な位置を占めるようになった。実際，現在においても，わが国で行われている算数の授業の多くは，問題解決を通して算数の知識や技能を身に付けさせようと企画されたものが多い。一方，問題解決は算数の知識を使える形で身に付けさせようとする指導方法としてのみ存在しているのではない。算数の学習を通して問題解決能力そのものの育成を目指すといった指導内容としての側面も同時に持ち合わせている。つまり，問題解決という指導方法は同時に指導内容でもある。問題解決指導の根幹には「方法と内容は連続している」といった教育思想が含意されているのである。

本論文では，文章題に焦点を当てるが，文章題の解決も問題解決の一環であると捉えることができる。なぜなら，文章題は現実場面を文章で表現した問題であり，文章題を解くことは，授業という場において，まさに現実世界での問題解決を行っていると捉えることができるからである。例えば，「60 の 12 倍はいくつでしょう」といった問題は，計算問題としての域を出ておらず文章題とはいえないが，「1 本 60 円のえん

ぴつを 12 本買いました。いくらになるでしょう」といった問題は，現実場面を文章で表現した問題であり，文章題と見なすことができる。そして，こうした文章題の解決を通して，現実世界での数理的な事象に対する問題解決能力を育成しようとする意図がある。しかしながら，文章題は現実場面をそのまま扱っているのではない。例えば，「駅から山田さんの家まで 1800mあります。山田さんは家から駅に向かって分速 70 mで，小田さんは駅から山田さんの家へ向かって分速 80mで，同時に出発しました。2人は何分後に出会うでしょう」という問題は，「2人とも同じ速度で歩いている」「2人は同じ道を歩いている」ことを前提として問題が設定されている。つまり，文章題は現実場面をそのまま扱っているのではなく，現実場面を形式化し，理想化した言語表現であると捉えることができる。岩崎（1992）によって示された問題解決過程のモデル（図１－１）は，問題解決における文章題の位置を端的に示している。



M（Mathematics）・・・・・・・・・数学
O（Operative representation）・・・表・グラフ
F（Figurative representation）・・・図的表記
E（Expressive representation）・・・数式
S（Solution）・・・・・・・・・・・・問題の解
D（Descriptive model）・・・・・・ 文章題
R（Real world）・・・・・・・・・・・現実場面

図１－１　岩崎（1992）による問題解決過程のモデル（p. 208）

岩崎（1992）による問題解決過程のモデルにおいて太い実線は，上位による下位の対象化を示している。つまり，文章題は現実場面を対象とした言語表現であり，言語によって表された文章題は，その解決過程において表・グラフ，図的表記，数式によって対象とされる。また，細い実線と破線はそれぞれ数値計算と翻訳を示している。岩崎（1992）による問題解決過程のモデルは，問題解決過程を表記論的立場から考察したものであるが，このモデルからも文章題が現実場面を対象とした言語的表現であることが分かる。

また，平林（1985）も，アジェンダの３年後に発行された「An Agenda in Action」を以下のように紹介し，文章題解決は広範な問題解決過程の一環であることを指摘し

ている。

「問題解決は文章題解決だけではないが，文章題解決は広範な問題解決過程の中の重要な部分であることは言うまでもない。というのは，数学の問題は，すべて何らかの形で形式化，とくに文章化されて解かれるものだからである」（p.101）

以上のように文章題の解決を問題解決の一環と捉える立場から，筆者は文章題指導の意義は以下の２点にあると考える。

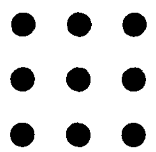
「文章題指導の意義」

- 文章題の解決を通して算数の知識や技能を使える形で子どもたちに身に付けさせることができる。
- 文章題は，現実場面を言語によって表現した問題であり，文章題を解決することを通して現実世界での数理的な事象に対する問題解決能力を身に付けることが期待できる。

2．文章題のタイプ

レスター（1983）は学校教育のカリキュラムで扱われる問題のタイプを表１－１のようにまとめている。

表１－１　学校教育のカリキュラムで扱われる問題のタイプ（レスター，1983，pp. 12-13）

［ドリル問題］（Drill Exercise） ３４６ ×　２８
［簡単な適用問題］（Simple Translation Problem） 「ジェニーは水槽に７ひきの熱帯魚をかっています。トミーは水槽に４ひきの熱帯魚をかっています。ジェニーはトミーよりも何びき多くかっていますか？」
［複雑な適用問題］（Complex Translation Problem） 「ピンポン球は３ずつの包みになっています。１箱には 24 包みがはいっています。スポーツ用品店の主人であるコリンズさんは 1800 個のピンポン玉を注文しました。コリンズさんは何箱注文したことになりますか？」
［過程問題］（Process　Problem） 「チェスクラブが 15 人の会員のために選手権大会を開催しました。みんなの会員がどの会員とも相互に１回ずつゲームをやったときには，いくつのゲームが行われたことになりますか？」
［応用問題］（Applied Problem） 「あなたの学校は，どんな種類のものも含めて，紙を１か月にどれだけ使いますか？」
［パズル問題］（Puzzle Problem） 「右図の９個の点全部通るように４本の線分を引きなさい。 各線分は少なくとも１つのほかの線分の端点とつながっていなければならないものとします。」 

レスター（1983）の分類のうち，ドリル問題は計算問題であり，文章題とはいえない。簡単な適用問題，複雑な適用問題，過程問題，応用問題，パズル問題は，全て文章で表現されているため文章題ということができる。しかし，本研究では，先に述べたように，文章題を「現実場面を対象とした言語的表現」と捉える立場から，レスター（1983）の分類した問題タイプのうち，簡単な適用問題，複雑な適用問題，過程問題を文章題と捉えることとする。なぜなら，応用問題は問題文中に問題を解決する条件が書かれておらず，現実場面を形式化し，理想化したものではないからである。ま

た，パズル問題は，「買い物をする」「身長を比べる」といった現実の場面から乖離しているからである。

レスター（1983）の分類は，学校教育で扱われる問題を広い視野から考察するには適している。しかし，現在のわが国で指導されている文章題を具体的な学習場面と関連づけて考察するには不適切である。そこで，次に，現在わが国の算数教育において扱われている文章題とその扱われ方について述べ，本研究で考察の対象とする文章題をより明確にする。

石田（2006）は，今日の教科書で扱われている文章題を以下の３つのタイプに分類している。

①　四則演算の概念の理解をはかるための問題
②　算数の内容事項に関する概念の適用をはかるための問題
③　思考方法を養うための問題

①の四則演算の概念の理解をはかるための問題とは「１ｍの重さが 1.2kg の鉄のぼうがあります。この鉄のぼう 0.8mの重さは何 kg ですか」というような問題である。このタイプの問題では，どんな演算を適用すればよいのかということと，未知な計算（この問題では小数のかけ算）の仕方を考え，計算のやり方を身に付けることが文章題の解決を通して学習する内容となる。

②の算数の内容事項に関する概念の適用をはかるための問題とは「みのるさんの家では，50 ㎡の畑からじゃがいもが 63kg とれました。ゆたかさんの家では，80 ㎡の畑から 108kg とれました。どちらの畑のほうがよくとれたといえますか」というような問題である。このタイプの問題では，「単位量当たりの考え」や「平均の概念」などの算数の内容に関する概念を学習したり，その後の解決に適用したりすることが文章題の解決を通して学習する内容となる。

③の思考方法を養うための問題とは「けんたさんは，１本 40 円と１本 60 円のえん筆をあわせて 30 本買って，1440 円はらったそうです。40 円と 60 円のえん筆を，それぞれ何本買ったのでしょうか」というような問題である。このタイプの問題では，数量の関係を表や図に表すことによって問題を解くこと自体が学習する内容となる。

これら３つの文章題のタイプは，先述した問題解決が指導方法であるか，指導内容であるか，といった観点から見れば，①と②は文章題の解決を指導方法として捉える側面にやや重点が置かれ，③は文書題の解決を指導内容として捉える側面に重点が置かれている。しかし，それは形式的な分類であって，その文章題が学習のどの場面で扱われるかによって指導方法としての側面が強調されるか，指導内容としての側面が

強調されるかが変わってくる。①や②のタイプの問題が単元の導入部分で扱われたとしたならば，計算のやり方や算数の内容に関する概念を指導するといった，文章題を指導方法として利用しようとする側面が強調されるであろう。しかし，単元の導入部分でなければ，学習した計算のやり方や算数の概念を適用して文章題を解くといった問題解決能力そのものの育成を目指すといった，文章題を指導内容とする側面が強調されることになる。

本研究では，文章題を「現実場面を対象とした言語的表現」と捉える立場から上述の①から③の全ての文章題のタイプを考察の対象とする。しかし，それらの問題の解決に必要な内容を学習する単元の導入時ではなく，単元の内容を一応学習した後の文章題解決場面を想定している。なぜならば，次節で述べるように，本研究の主要な目的は，計算のやり方や算数の内容に関する概念を学習したにもかかわらず，なぜ文章題が解けないのかを探ることだからである。

３．文章題指導の現状と課題

「文章題は苦手だ」という児童は多い。計算問題はできるのに文章題は解けないといった児童も少なくない。平成 15 年度小・中学校教育課程実施状況調査での以下の問題（対象児童は小学校６年生）の通過率も文章題が児童にとって困難であることを例証している。

水そうに水を入れています。

$\frac{2}{3}$分間に $\frac{5}{6}$lの水が入ります。同じ割合で，

1分間には何l入りますか。　　　　通過率・・・３６．7%

この問題は分数のわり算の問題であり，児童にとって難しいことは，容易に想像できる。しかしながら，学習を終えたばかりの小学校６年生の通過率が３６．７％であり，半数もできていない。では，このような文章題を苦手とする児童が多いといった現状は，近年に起こったものなのであろうか。下の表１－２は，過去に行われた同様の学力調査の結果をまとめたものである。

表１－２　過去の学力調査の結果

計算問題	文章題
昭和 56 年　文部省到達度調査	
$1\frac{5}{9} \times \frac{3}{5}$ 通過率・・・９２%	$\frac{2}{3}$分間に $\frac{5}{6}$lの水が入ります。同じ割合で， 1分間には何l入りますか。 通過率・・・４４%
平成９年　教育課程実施状況に関する総合的調査研究（文部省）	
$\frac{2}{7} \div \frac{3}{4}$ 通過率・・・８９．７%	水そうに水を入れています。 $\frac{2}{3}$分間に $\frac{5}{6}$lの水が入ります。同じ割合で， 1分間には何l入りますか。 通過率・・・２７．２%

表１－２を見ると数値も文脈も全く同じ分数のわり算の文章題が昭和 56 年では，通過率 44%であり，平成９年では，27．2%であり，いずれも低いことが分かる。一方，計算

問題は，帯分数を含む計算，分数のわり算ともに約 90%の通過率である。このような結果を目の当たりにすると文章題解決の困難性は近年に起こったものではなく，その克服は算数教育における長年の課題といえよう。

また，このような四則演算の適用を図る文章題だけではなく，表１－３に示すような「百分率」という算数の知識を適用する文章題も求め方と答えの通過率がいずれも約 20%と低く，児童にとって困難であることが分かる。

表１－３　算数の知識を適用する文章題の通過率

平成 13 年度小・中学校教育課程実施状況調査
ある動物園の入園料金は大人 800 円，子ども 400 円です。先月の入園者数は全部で 13500 人でした。 きのうの入園者数は 500 人でした。今日の入園者数は，きのうの入園者数より 10% 少なかったそうです。 今日の入園者数は何人ですか。求め方と答えを，それぞれ□の中に書きましょう。 求め方の通過率・・・１９．７％　　答えの通過率２２．８％

この問題は入園料金や入場者数など文章題の解決には関係のない情報が含まれた条件過多の問題であり，児童にとってはなじみのない問題であるといえる。しかし，児童は，この問題を解決するために必要な「百分率」に関しては既に学習しているので，内容的にはそれほど難しい問題ではない。それにもかかわらず正答率が約 20%と低いのには何らかの原因があると考えられる。この原因については第２章の第２節「文章題の解決過程における困難性の所在」で詳しく述べる。

第２節　本研究の主題と本論文の構成

前節では，算数教育における文章題指導の意義について述べ，今日わが国で指導されている文章題のタイプと本研究で考察の対象とする文章題について述べた。そして，文章題指導の現状と課題を述べた。本節では，それらを踏まえ，本研究の主題と本論文の構成を述べる。

１．本研究の主題

前節において，文章題解決の困難性は算数教育の長年の課題であることを述べた。この課題を克服するために，文章題の文脈や数値が難易度にどのような影響を及ぼすのかを調査した問題側の要因を探る研究（福島 1997；前田，1999)，演算決定に対する効果的な方略を探る研究（中谷，2002)，指導の際に用いる図の効果を探る研究（菊池，1997；山本 1995）など，これまで多くの研究がされてきた。そして，これらの研究は，文章題を指導するにあたっての有益な示唆を与えてきた。しかし，これらの研究が文章題解決の困難性を完全に克服するまでには至っていないという現状は，先の調査からもうかがい知ることができる。また，先の調査問題の内容は，児童にとって決して新奇なものではない。適用問題として文章題が扱われる場合，児童はその問題を解くのに必要な算数の知識や技能を有していることが前提になる。さらにいえば，児童にとってその問題は以前に一度解いた問題ということになる。しかし，そのような状況でさえ，児童にとって文章題を解くのは難しいというのが実態なのである。そこで，本研究の目的を，「計算のやり方や算数の内容に関する概念を学習し，以前に解いた経験があるにもかかわらず，なぜ文章題が解けないのかを分析し，有効な指導法を探ること」とする。

そのために，本研究では，まず，文章題を解決する際の認知過程を情報処理的なアプローチによって考察し，文章題解決における困難性の所在を明らかにする。そして，その考察をもとに，効果的な指導法を探ることにする。

２．本論文の構成

本論文は，６つの章から成る。本章では，まず，「文章題は現実場面を対象とした言語的表現である」という立場から，文章題の解決も広範な問題解決の一環であることを述べた。そして，算数教育における文章題指導の意義を「文章題の解決を通して算数の知識や技能を使える形で子どもたちに身に付けさせることができる」といった指導方法としての側面と「文章題は，現実場面を言語によって表現した問題であり，文章題を解決することを通して現実世界での問題解決能力を身に付けることが期待できる」といった指導内容としての側面の両面から見出した。

次に，石田（2006）の分類をもとに，今日わが国で指導されている文章題のタイプについて述べ，現実世界を形式化し，理想化したものを本研究では文章題と呼ぶこととし，単元の導入ではない場面で扱う文章題解決を本研究での考察の対象とすることを述べた。そして，昨今の学力調査の結果から，文章題解決における困難性の克服が算数教育の長年の課題であることを述べた。

これらを踏まえて，「計算のやり方や算数の内容に関する概念を学習し，以前に解いた経験があるにもかかわらず，なぜ文章題が解けないのかを分析し，効果的な指導法を探ること」を本研究の目的とすることを述べた。そして，この目的を達成するために「文章題を解決する際の認知過程を情報処理的なアプローチによって考察し，文章題解決における困難性の所在を明らかにすること。そして，その考察をもとに効果的な指導法を探ること」を述べた。

第２章では，文章題の解決過程を分析した先行研究を概観し，文章題を解決するにはどのような認知過程が考えられ，その認知過程にはどのような知識が関わっているのかを考察する。そして，文章題の解決過程において見出される困難性の所在を明らかにする。

第３章では，文章題解決にとって障害となる問題表象の生成過程を情報処理的アプローチによって考察し，問題スキーマがその過程においてどのような役割を担うかを述べる。そして，問題スキーマを構成させるためにはどのような指導法が考えられるのかを検討する。

第４章では，問題表象の生成を促進すると考えられる問題スキーマを育成するための指導法として，問題比較を用いた指導法の有効性を調査をもとに検討する。

第５章では，SBI（Schema-Based Instruction）を行った先行研究を概観し，問題比較を明示的に扱う指導法の可能性について考察する。そして，逆思考を要する文章題の指導場面において，SBI をもとにした指導デザインを提案する。

第６章では，本研究をまとめ，今後の課題を述べる。

第　2　章

文章題解決過程の考察と解決過程における困難性の所在

本章では，まず，文章題の解決過程を分析した先行研究を概観し，文章題を解決するにはどのような認知過程が考えられるのかを考察する。そして，その認知過程において見出される困難性の所在を明らかにする。

本章の構成は，以下の通りである。

第１節　文章題解決過程の考察

　１．Riley らによる文章題の解決過程モデル

　２．Mayer による文章題の解決過程モデル

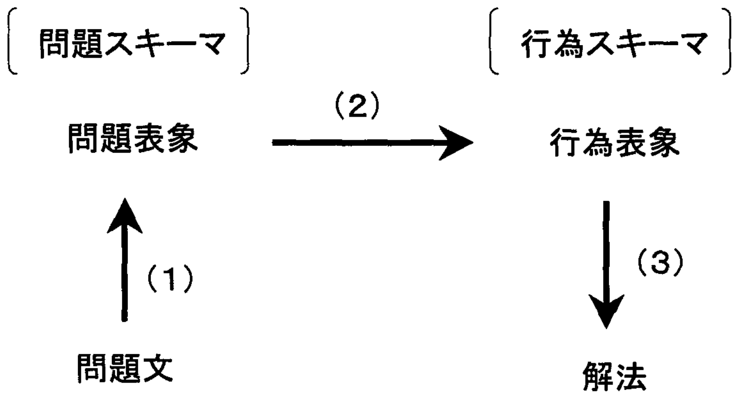
第２節　文章題の解決過程における困難性の所在

第１節　文章題解決過程の考察

本節では，文章題の解決過程を分析した先行研究を概観し，文章題を解決するにはどのような認知過程が考えられるのかを考察する。

１．Riley らによる文章題の解決過程モデル

文章題を解決する過程について Riley ら（1983）は，図２－１に示すようなモデルを提唱している。このモデルでは，文章題を解決する過程を「理解過程」「写像過程」「実行過程」の３つに分けている。



※(1)理解　(2)写像　(3)実行

図２－１　Riley ら（1983）による文章題の解決過程モデル

（１）理解過程

Riley ら（1983）によれば，問題文を読んだ問題解決者（本研究では，問題解決者として文章題を解決する児童を想定しているため，以下では単に「児童」と表記する）は，まず，問題表象を生成する。表象とは，心の中での情報の表現であり，「問題表象を生成すること」とは「児童が問題文を読んで，問題に対する自分なりの表現を心の中に生成すること」といってよい。英語で表象は“representation”と表されるが，日本語では「表象」と「表現」という２通りの訳語に解釈できる。本研究では，「表象」を児童が心の中で生成した問題の表現とし，「表現」を児童によって内的に生成された表象が外部に表出されたもの（例えば，言葉，絵，図，表，式など）と捉えることとする。この問題表象を生成する過程は，一般に問題を理解する過程と呼ばれる。

また，Riley ら（1983）は，問題表象を生成する際の知識を仮定し，それを問題ス

キーマと呼んでいる。スキーマとは，人が学習や経験を通して獲得した様々な事柄から共通した「何か」を抽出し，構成した，一般的・抽象的知識のことである（森，2005）。例えば，「顔」のスキーマとは，人が様々な顔を見た経験から，様々な顔に共通した特徴（例えば，目が２つある，鼻が１つある，口が１つある）を抽出し，構成した，顔に対する一般的・抽象的知識である。しかし，顔は一人ひとり違うものなので，それぞれの値（目，鼻，口の特徴）は変数となる。また，「顔」のスキーマには，「目」のスキーマや「鼻」のスキーマなどが埋め込まれており，階層構造をなしている。

「問題スキーマ」とは，「スキーマ」という概念を算数の問題に対して適用した概念と捉えることができる。つまり，問題スキーマとは，何問かの文章題の解決を通して，表面的な特徴が様々に異なる問題を同じ構造の問題と認める一般的・抽象的知識である。例えば，表２－１に示す２つの問題は，「つるとかめが登場する」「人形を売る」といった表面的な特徴は異なっているが問題の構造は同じであり，問題スキーマを「２つのもの（かめとつる，50 円の人形と 80 円の人形）の２種類の合計（脚と頭数，売上高と売れた個数）がわかっていて，それぞれのものの数（匹や個数）を求める問題（＿＿と＿＿は変数）」と表すことができる（説明の便宜上，以下，この問題スキーマを「鶴亀算スキーマ」と呼ぶことにする）。

表２－１　問題構造が同じ問題の例

『問題１』 **つるとかめがあわせて１０匹います。脚の数の合計は３２本です。つるとかめはそれぞれ何匹ずついますか。**
『問題２』 **１個５０円の人形と１個８０円の人形をあわせて２０個売ったので，売上高は１４５０円になりました。５０円の人形と８０円の人形を，それぞれ何個ずつ売ったことになりますか。**

しかし，問題スキーマは児童が自ら構成する知識であり，児童一人ひとりによってその様子は異なっていると考えられる。つまり，表２－１に示した２問を同じ構造であると認められない児童でも以下に示す『問題３』と表２－１に示した『問題２』ならば同じ構造であると認められるかもしれない。

『問題３』
１個９０円のりんごと１個６０円のみかんをあわせて１８個買ったら，１２６０円になりました。りんごとみかんをそれぞれ何個買ったのでしょう。

このような児童の構成した問題スキーマは，先に示した鶴亀算スキーマより適用範囲の狭い問題スキーマということができる。そして，その問題スキーマは「２つのもの（50 円の人形と 80 円の人形，りんごとみかん）の合計の個数と金額がわかっていて，それぞれのものの数（50 円の人形と 80 円の人形，りんごとみかん）を求める問題（＿＿と＿＿は変数）」と表すことができる（説明の便宜上，以下，この問題スキーマを「売買算スキーマ」と呼ぶことにする）。鶴亀算スキーマと売買算スキーマを比べると，鶴亀算スキーマは，売買の場面という表面的な特徴を捨象しているため，より一般的で抽象的な知識であるといえる。このように，児童が保持している問題スキーマは，児童がどの問題を同じ構造と認めるかによって異なり，あくまで児童が主体的に構成した知識である。なお，こうした問題スキーマのレベルについては，次章で詳述する。

Riley ら（1983）は，「ジョーはビー玉を８個もっていました。彼はトムにビー玉を５個あげました。ジョーは今，ビー玉を何個持っていますか」という問題に対する問題表象を図２－２のように示し，下線部（ジョー，８，５，減少）を空白にした状態（図２－３）が，この問題と同じ構造をもつ問題に対する問題スキーマであると考えた（以下，これを「変化スキーマ」と呼ぶ）。つまり，問題文に登場する人物や数値が異なったり，減少が増加になったりしても，それらはみな同じ構造の問題であると捉えることができるのである（この場合，人物や数値，増減は変数となる）。

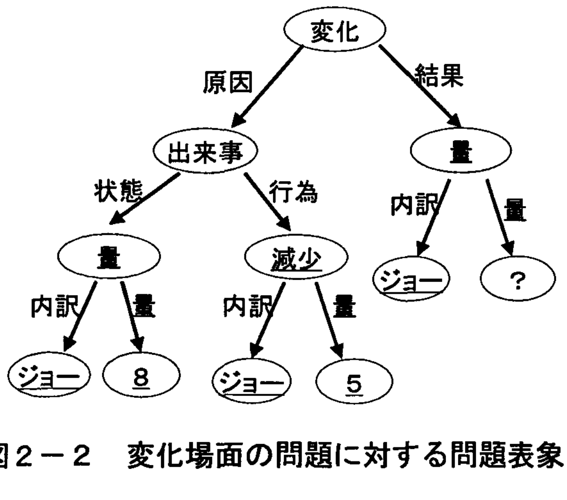


図２－２　変化場面の問題に対する問題表象

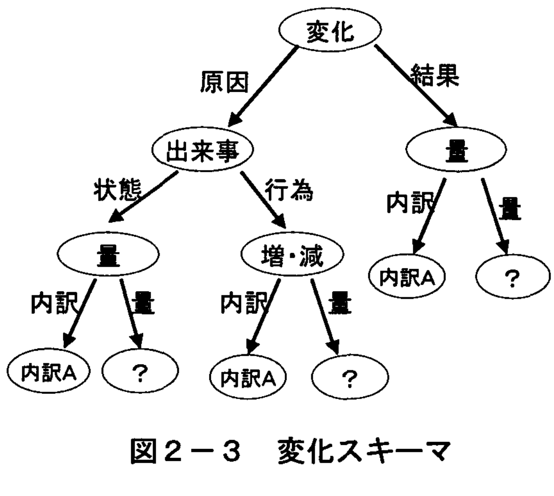


図２－３　変化スキーマ

先述した「鶴亀算スキーマ」は「２つのもの（かめとつる，50 円の人形と 80 円の人形）の２種類の合計（脚と頭数，売上高と売れた個数）がわかっていて，それぞれのものの数（匹や個数）を求める問題」と言葉で問題スキーマを表現したが，Riley

ら（1983）は図２－２に示すような図で問題スキーマを表現した。これらは，表現方法が言語的であるか，図的であるかの違いであり，どちらもそれぞれの問題スキーマを表している。Riley ら（1983）が図的に表現した「変化スキーマ」を言語表現すれば「はじめの量，増減した量，結果の量のいずれか２つが分かっていて，のこりの１つを求める問題」となろう。なお，これらの問題スキーマの言語的表現や図的表現は，それらを児童がそのままの形で記憶しているのではなく，児童が心の中に生成していると思われる表象を言葉や図によって形式的に表現したものである。

（２）写像過程

問題表象が生成できると，概念的な関係（問題表象）から量的な手続き（計算）への写像が行われる。この写像過程は，問題表象を生成した児童が図をかいたり，おはじきを操作したりといった様々な方略的な知識を用いながら立式する過程と捉えることができる。

（３）実行過程

立式を終えた児童は，その式を計算して解を求める。ここでは，計算を正しく実行するための手続きに関する知識が必要になる。Riley ら（1983）は，図２－１に示したように，計算の手続きに関する知識を行為スキーマと呼んでいる。

このように，Riley らによるモデルでは，文章題の解決過程が理解過程，写像過程，実行過程に分けられている。そして，それぞれの過程で働く知識として問題スキーマ，方略的な知識，行為スキーマが仮定されている。

2．Mayer による文章題の解決過程モデル

Mayer（1992）は，文章題の解決過程を図２－４に示すように，問題表象を生成する「問題表象過程」と，生成した問題表象に従って問題を解く「問題解法過程」の２つに分けたモデルを提唱している。さらに，問題表象過程は，文単位の表象を生成する「変換（Translation）過程」と，それら文単位の表象をもとにして問題全体の統一的な表象を生成する「統合（Integration）過程」に分けられ，問題解法過程は，数式を作る「プラン化（Planning&Monitoring）過程」と，実際に数式を計算して答えを求める「実行（Execution）過程」に分けられる（以降，変換・統合・プラン化・実行の４過程を下位過程と呼ぶ)。また，このモデルでは，各下位過程で主に関わる知識も示されている。

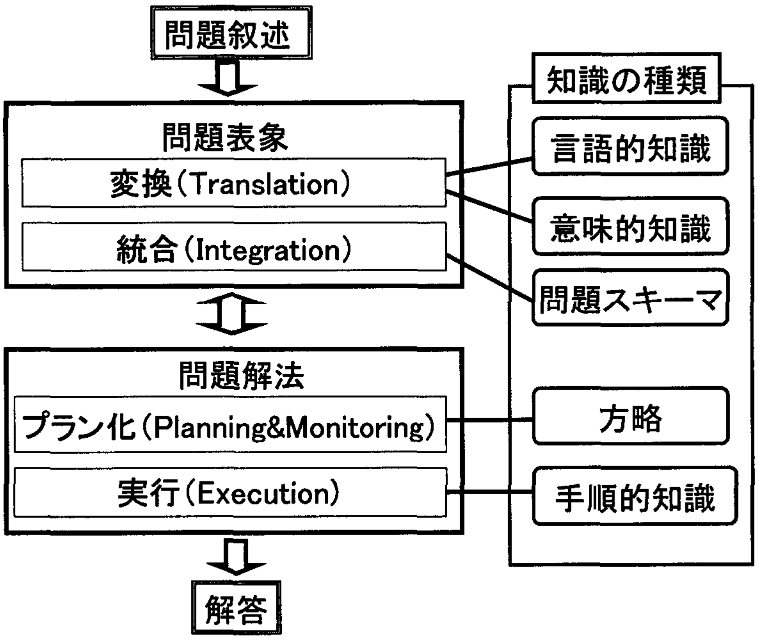


図２－４　Mayer（1992）による文章題の解決過程モデル

この Mayer の提唱する文章題の解決過程モデルがどのようなものであるかを以下の問題を解く過程に照らし合わせて具体的に考察していくことにする。

> **「問題」**
> **のぞみさんと弟の体重を合わせると61ｋｇになります。また，のぞみさんは弟より６ｋｇ重いです。のぞみさんと弟はそれぞれ何ｋｇでしょう。**

（１）変換過程

変換過程は，言語的知識と意味的知識を駆使して，図２－５のように文単位の表象

を構成する過程である。言語的知識とは問題文を理解するのに必要な日本語に関する知識である。意味的知識とは「のぞみさんとは人の名前である」というように問題文を理解する上で必要となる現実生活に関する知識であり，「ｋｇは重さの単位である」といった数学的な知識も含んでいる。

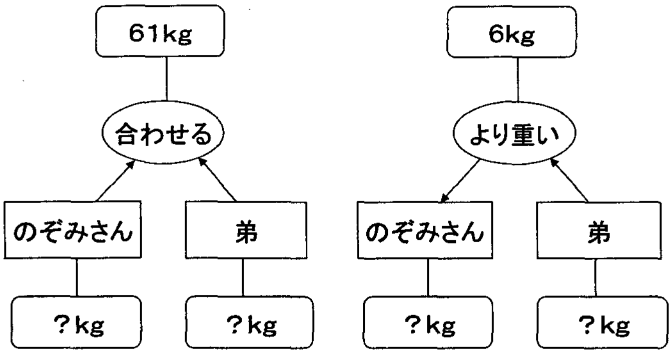


図２―５　変換過程における文単位の表象

（２）統合過程

統合過程は，図２－６に示すような問題スキーマを活性化させ，変換過程で生成した文単位の表象をもとに，図２－７のように問題全体の統一的な表象を構成する過程である。

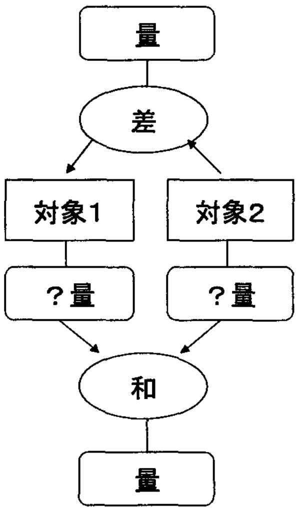


図２－６　問題スキーマ

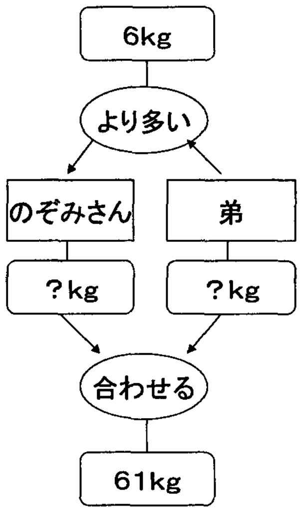


図２－７　統合過程における問題表象

ここでは，問題スキーマを「２つの対象の和と差が分かっているときにそれぞれの対象の量を求める問題」と捉え，図２－６に示すような図的表現をしている。なお，

「問題スキーマを活性化する」と述べたが，問題解決者の有する知識の活性化については，次章で詳述する。

（3）プラン化過程

プラン化過程は，統合過程で表象した問題全体の統一的な表象を具体的に絵や図に示したり，表をかいたりするなどの方略を駆使することによって「全体の体重から6ｋｇ引いて，それを2で割り，まず弟の体重を求めよう」というように解決プランを立て，数式を作る過程である。ここでは，演算を決定するための様々な問題解決方略（例えば，上述したように絵や図に示したり，表をかいたりすることや下位目標を設定したりすること）に関する知識が必要となる。

（4）実行過程

実行過程は「61－6＝55　55÷2＝27.5　27.5＋6＝33.5」というようにプラン化過程でつくった数式を計算し，答えを求める過程である。ここでは，数式を計算するための手続き的知識が必要となる。

このMayerによる文章題の解決過程モデルと前節で述べたRileyらによる文章題の解決過程モデルとを対比すると，図2－8に示すような対応関係があると考えられる。

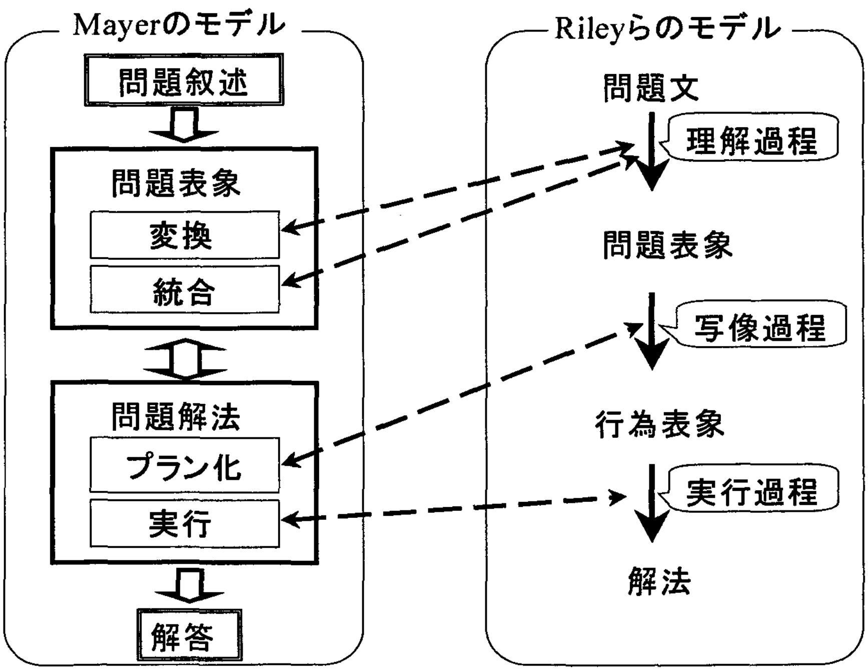


図2－8　Mayer のモデルと Riley らのモデルとの対比

これら２つのモデルに共通しているのは，文章題の解決過程を「問題を理解する過程」と「問題を実際に解く過程」の２つに大別している点である。そして，「問題を理解すること」を「問題表象を生成すること」と捉えている点である。

ただし，Mayer のモデルは，文単位の表象を生成する過程を想定しており，各過程で関わる知識も詳しく示されている。また，Mayer のモデルは，問題表象過程から問題解法過程への一方向的な写像ではなく，問題解法過程から再び問題表象過程に戻るといった双方向的な経路を想定している。本研究では，より詳細な分析がなされている Mayer のモデルを文章題の解決過程モデルとして，以降の議論を進める。

第２節　文章題の解決過程における困難性の所在

本節では，前節で考察した文章題の解決過程モデルをもとにして，文章題の解決過程において見出される困難性の所在を明らかにする。そして，その困難を克服するために，児童に問題スキーマを構成させる必要があることを主張する。

石田・多鹿（1993）は，Mayer による文章題の解決過程モデルをもとにして，変換過程・統合過程・プラン化過程の内，どの過程が児童にとって困難であるかを明らかにするための調査を行っている。その方法は，これらの各下位過程を個別に測定するために当該の下位過程の内容を他の下位過程より強く含む問題を作成し，それを５年生に解かせ，その正答率を調べるというものである。表２－２は調査で使用された問題例である。

表２－２　石田・多鹿（1993）で使用された問題例

変換 「つぎの文を式にあらわすと，どの式が正しいでしょうか」 はるお君の犬の体重は，たかし君の犬よりも6kg重い。 a.はるお君の犬の体重＝6＋たかし君の犬の体重 b.はるお君の犬の体重＋6＝たかし君の犬の体重 c.はるお君の犬の体重＋たかし君の犬の体重＝6 d.はるお君の犬の体重＝6	変換 「つぎの文を式にあらわすと，どの式が正しいでしょうか」 じろう君とまこと君はあわせて20さつの本をもっています。 a.じろう君の本の数＝まこと君の本の数＋20 b.じろう君の本の数＋20＝まこと君の本の数 c.じろう君の本の数＋まこと君の本の数＝20 d.じろう君の本の数＝まこと君の本の数
統合 「どのような数字を使えばつぎの問題がとけるでしょうか」 よし子さんは300円もっておやつを買いに行きました。 かのじょは95円のパンと20円のあめと45円のガムを買いました。よし子さんはいくら使ったのでしょうか。 a.300，95，20，45 b.95，20，45 c.95，45 d.300	統合 「どのような数字を使えばつぎの問題がとけるでしょうか」 やす子さんの家は，学校から800mはなれています。 学校は8時に始まります。やす子さんは7時42分に家を出て，7時54分に学校につきました。 やす子さんは学校まで何分かかったでしょう。 a.800，8時，7時42分，7時54分 b. 8時，7時42分，7時54分 c. 8時，7時54分 d. 7時42分，7時54分
プラン化 「どのような計算をすればつぎの問題がとけるでしょうか」 200人の子どもが学校からバスで遠足に行きます。 1台のバスに50人乗ることができます。 バスは何台必要ですか。 a.わりざんしてからたしざんをする b.ひきざんだけでよい c.かけざんだけでよい d.わりざんだけでよい	プラン化 「どのような計算をすればつぎの問題がとけるでしょうか」 30人のクラスがあります。男子は12人で女子は18人です。 クラスをグループにわけます。3人で1つのグループをつくるといくつのグループができますか。 a.たしざんをしてからかけざんをする b.わりざんをしてからわりざんをする c.わりざんだけでよい d.ひきざんだけでよい

変換過程については,「児童が文単位の表象を生成できるかどうか」を調べることが必要となる。そこで,この調査では,数量関係を一文で文章表現し,その文章表現と対応した言葉の式を選択することができれば,文単位の表象が生成できていると判断している。また,統合過程については,「児童が問題文全体の統一的な表象を生成できるかどうか」を調べることが必要となる。そこで,この調査では,問題解決に必要な数値が適切に取捨選択できる児童は,問題全体の統一的な表象が生成できていると判断し,問題文中に問題解決に不必要な数値を入れて調査をしている。そして,プラン化過程については,「児童が解決プランを立て,数式をつくることができるかどうか」を調べる必要がある。そこで,この調査では,解決するために必要な演算を選択させている。

結果は,平均点が高い群と平均点が低い群に分けて分析された。その結果,平均点が高い群は各過程の正答率に差が認められなかったが,平均点が低い群は,計算力の優劣に関わらず(この調査では,計算問題も児童に課し,計算問題の得点との関係も調べている)統合過程が他の過程に比べ弱いことが明らかになった。つまり,文章題を苦手とする児童の多くは,文章題の解決過程の中で,問題全体の統一的な表象を生成する統合過程が弱いのである。この結果から,第1章,第1節,「3. 文章題指導の現状と課題」で取り上げた以下の問題の正答率が約20%と低い理由が推測できる。つまり,この問題を解決するために必要な知識である「百分率」の学習を終えたにもかかわらず,問題を解決するために必要な情報とそうでない情報を取捨選択し,この問題に対する統一的な表象が生成できないので,この問題を解くことができないと考えられるのである。

平成13年度小・中学校教育課程実施状況調査
ある動物園の入園料金は大人800円,子ども400円です。先月の入園者数は全部で13500人でした。 きのうの入園者数は500人でした。今日の入園者数は,きのうの入園者数より10%少なかったそうです。 今日の入園者数は何人ですか。求め方と答えを,それぞれ□の中に書きましょう。 求め方の通過率・・・19.7%　　答えの通過率22.8%

また,坂本(1993)も,石田・多鹿(1993)と同様の調査を行い,「文章題特有の難しさの原因の多くは問題理解過程にあり,特に問題文から抽出した必要な数値の関係づけがつまずきの原因になっている」と指摘している。

それでは，文章題の解決にとって障害となっている問題表象の生成を促進させるためには，どうすればよいのだろうか。鈴木（1989）は以下のように述べ，問題表象の生成に関わる問題スキーマを児童に構成させるための効果的な指導が必要であることを示唆している。

「問題の理解については，ほとんど何も教えていない場合がままあるのである。(中略) 問題スキーマは，問題のタイプに固有であり，またある程度の経験を通してはじめて獲得されるものである。だから，数多くの問題をこなすことが応用力をつけることにつながるという常識もあながち間違っているとも言えないわけである。しかし，教授ということに積極的にかかわろうとするならば，学習者の根気だけに頼るのではなく，適切な表象の生成という観点から応用力を見直し，それを育てるようなすべを考えていくべきではないだろうか」（p.95）

また，調査を行った石田・多鹿（1993）も統合過程で必要とされる知識である問題スキーマの重要性について以下のように言及するとともに，問題スキーマの構成を目的とした指導に対する示唆を与えている。

「文章題解決が困難な子どもは，問題スキーマが獲得されていない可能性がある。このような子どもに対しては，適切な表象生成を促進するための問題スキーマを，子ども自ら形成できるような力を育てることに留意しなければならない。そのためには，文章題の指導場面において，例えば，様々な問題タイプの文章題を経験させ，問題タイプの知識を豊かにすること，問題場面を絵や図を書いたり，言葉や記号などで表現すること，問題文の中から関連情報と無関連情報を選択することなどの学習活動を一層強化する必要がある」（p.22）

このように，問題表象の生成を促進するためには，その過程で関わる問題スキーマを児童に構成させる必要がある。しかしながら，問題スキーマが問題表象の生成過程でどのように関わるのかについては，まだそれほど詳しく考察していない。次章では，問題表象の生成過程において問題スキーマがどのように関わるのかを情報処理的アプローチにより考察する。そして，問題スキーマを構成させるためにはどのような指導法が考えられるのかを検討する。

第　3　章

問題表象生成過程の情報処理的考察

本章では，問題表象の生成過程において問題スキーマがどのように関わるのかを情報処理的アプローチにより考察する。そして，問題スキーマを構成させるためにはどのような指導法が考えられるのかを検討する。

本章の構成は，以下の通りである。

第１節　問題表象の生成過程における問題スキーマの役割

本節では，問題表象の生成過程において問題スキーマがどのように関わるのかを情報処理的アプローチにより考察する。

１．問題解決の情報処理モデル

前章では，文章題を解決する際の認知過程を考察した。本章では，その認知過程を情報処理的アプローチによって，より詳しく考察する。問題解決の情報処理的アプローチとは，問題を１つの情報と捉え，その情報が児童によってどのように処理されていくのかを主に児童の内面に焦点を当てて分析するアプローチである。

Silver(1987)は，問題解決の情報処理モデルを図３－１のように示している。

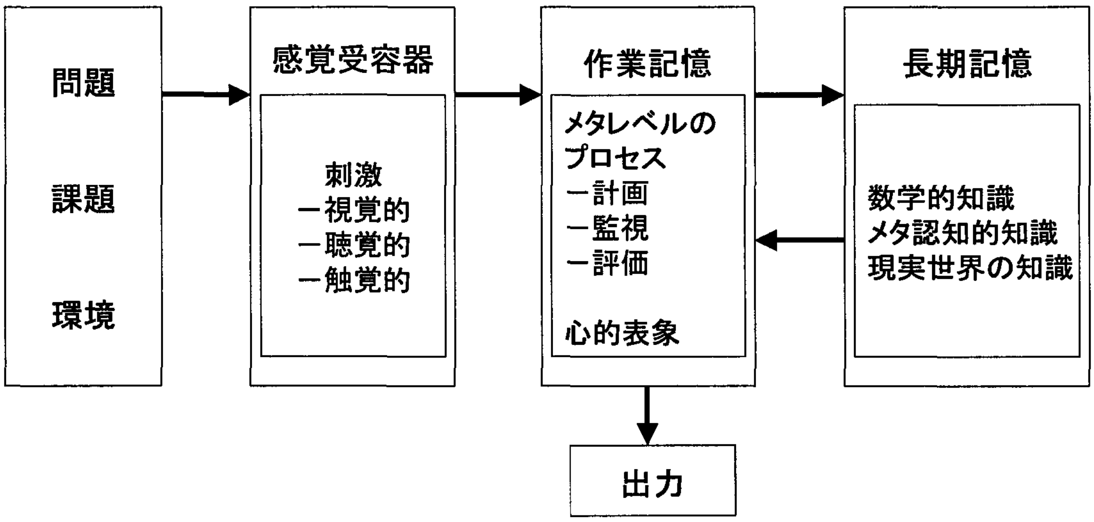


図３－１　Silver(1987)による問題解決の情報処理モデル

目や耳などの感覚受容器を通して問題を認識した問題解決者は，作業記憶内にその問題に対する心的表象を生成する。作業記憶とは問題の内容を一時的に保持する短期記憶としての役割とその問題から心的表象を生成する作業場としての役割を果たすと考えられている。この心的表象とは前章で述べた，問題表象のことである。問題表象を生成する過程において，児童は，問題文に書かれている内容のみから問題表象を生成するわけではない。Silver(1987)のモデルに示されているように，長期記憶に貯えられている数学的な知識や現実世界の知識などの様々な知識を活用して問題表象は生成されるのである。問題スキーマは，表面的な特徴が様々に異なる問題を同じ構造の問題

と認める一般的・抽象的知識であり，数学的な知識や現実世界の知識とともに長期記憶内に貯えられている。そして，この問題スキーマを適切に活用することで問題表象の生成が促進されると考えられる。しかし，Silver(1987)の情報処理モデルは，問題表象の生成に当たって，様々な知識がどのように活性化されるのかについては考慮されていない。また，入力から出力までの流れが一方向的であり，前章で述べた Mayer による文章題の解決過程モデルに示されていた問題解法過程から再び問題表象過程に戻るといった双方向的な経路は考慮されていない。そこで，次に，知識の活性化についてより詳しく記述し，問題解法過程から問題表象過程に戻るといった双方向的な経路を考慮した，伊藤ら（1994）のモデルを検討する。

伊藤ら（1994）は，図３－２に示すような問題解決の情報処理モデルを提唱している。

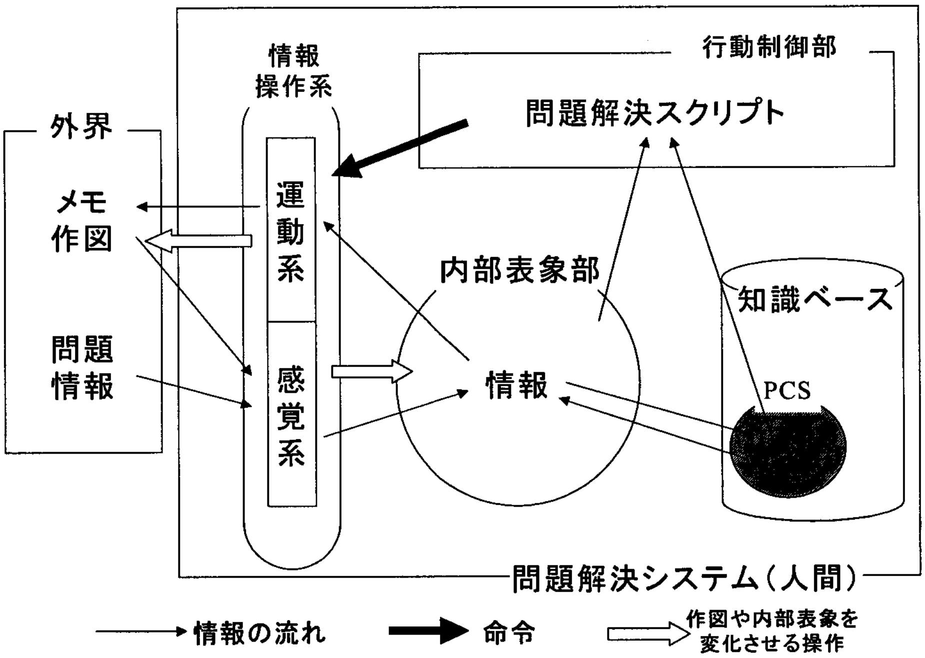


図３－２　伊藤ら（1994）による問題解決の情報処理モデル

この伊藤らによる問題解決の情報処理モデルと先に示した Silver(1987)の情報処理モデルを比較すると，感覚受容器は情報操作系の感覚系，作業記憶は内部表象部，長期記憶は知識ベースに対応する。つまり，問題の情報が感覚器によって入力され，その情報を内部表象部に保持し，知識ベース内から問題解決に必要な情報を取り出しながら問題表象が生成される。ここまでの情報の流れは，伊藤らのモデルも Silver のモデルも同じである。しかし，伊藤らは，問題解決者が知識ベース（長期記憶）内にある膨大な知識の中から当該の問題を解決する際に関連すると考えられる知識をどのよ

うに効率よく取り出すことができるのかという問いに答えるために，PCS(Problem Concern Space)という知識空間が知識ベース内に形成されると述べている。つまり，伊藤らは当該の問題を解決するのに必要な様々な知識は，連動して想起され，PCSを形成すると考えている。そして，その連動は以前の学習経験によってもたらされると考えており，抽象度の高い知識が想起の発火材となると考えている。

問題スキーマとは，何問かの文章題の解決を通して，表面的な特徴が様々に異なる問題を同じ構造の問題と認める一般的・抽象的知識であり，伊藤らの考え方を適用すると，問題スキーマが様々な知識を想起させる発火材の役割を担っていると考えられる。つまり，問題スキーマを構成している児童は，当該の問題を解決する際に，以前に学習した問題と表面的には異なってはいるものの構造が同じ問題であると捉えることができ，以前に学習した問題での解決方略や計算方法などの問題解決に関連した様々な知識が連動して想起されると考えられる。

また，伊藤らのモデルでは，問題解法過程から再び問題表象過程に戻るといった双方向的な過程も考慮されている。内部表象部（作業記憶）は容量に限界があるので，問題解決者はメモや図などによって問題表象を外的に表現する。そして，その表現を再び入力することによって，先に生成した問題表象の適切さを判断しながら，より妥当な表象を生成していく。つまり，問題文を一読しただけでは問題全体の統一的な表象が構成できなくても，問題の内容を絵や図に表すことによって問題スキーマが活性化され，問題全体の統一的な表象が構成できることも考えられるのである。

以上のように，児童の内面に焦点を当てた情報処理的アプローチによって問題解決過程を分析した結果，問題スキーマが問題表象の生成過程でどのような役割を担うのかについて，以下の点が明らかになった。

- 問題スキーマを構成することができている児童は，問題スキーマを長期記憶に貯えており，その情報を活用することによって問題表象の生成が促進される。
- 問題スキーマは以前に学習した様々な知識を想起させる発火材となる。

2．ボトムアッププロセスとトップダウンプロセス

人間が情報処理を行う際には，大きく分けて２つのプロセスがあるといわれている。１つは，ボトムアッププロセスであり，データ駆動型プロセスとも呼ばれている。このプロセスは，入力された情報をもとに表象を生成していくプロセスである。もう１つは，トップダウンプロセスであり，概念駆動型プロセスとも呼ばれている。このプロセスは，長期記憶内にある概念や知識をもとに表象を生成していくプロセスである。例えば「太郎は病院から，ほっとした顔つきで出てきた」という文章を読んだとき「太郎が病院から出てきた」「太郎は，ほっとした顔をしていた」といった書かれている内容を表象することはボトムアッププロセスである。一方，「太郎は大病ではなかった」「太郎は検査結果に異常がなかった」などと直接書かれていない内容を以前の経験から推論し，表象することはトップダウンプロセスである（中島，2006)。

これらのプロセスを文章題の解決に当てはめてみると，ボトムアッププロセスは，問題文に書かれている情報をもとに問題表象を生成するプロセスであり，トップダウンプロセスは，児童が長期記憶（知識ベース）に貯えている問題スキーマを活性化させることによって問題表象を生成していくプロセスであると考えられる。これらのプロセスを先述したSilver(1987)のモデルに示せば，図３－３のようになる。

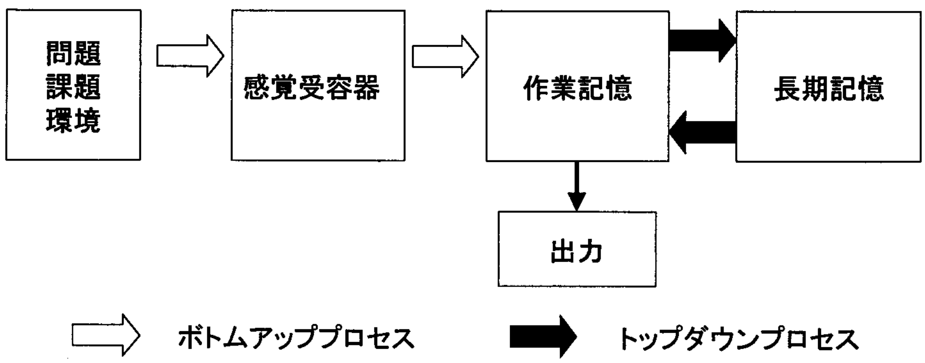


図３－３　Silver(1987)の情報処理モデルにおける問題表象の２つのプロセス

次に，文章題の問題表象を生成する際の両プロセスを具体的に考察する。図３－４（次頁）は，「１個９０円のりんごと１個６０円のみかんをあわせて１８個買ったら，1260円になりました。りんごとみかんをそれぞれ何個買ったのでしょう」という問題の表象を生成する２つのプロセスを示している。

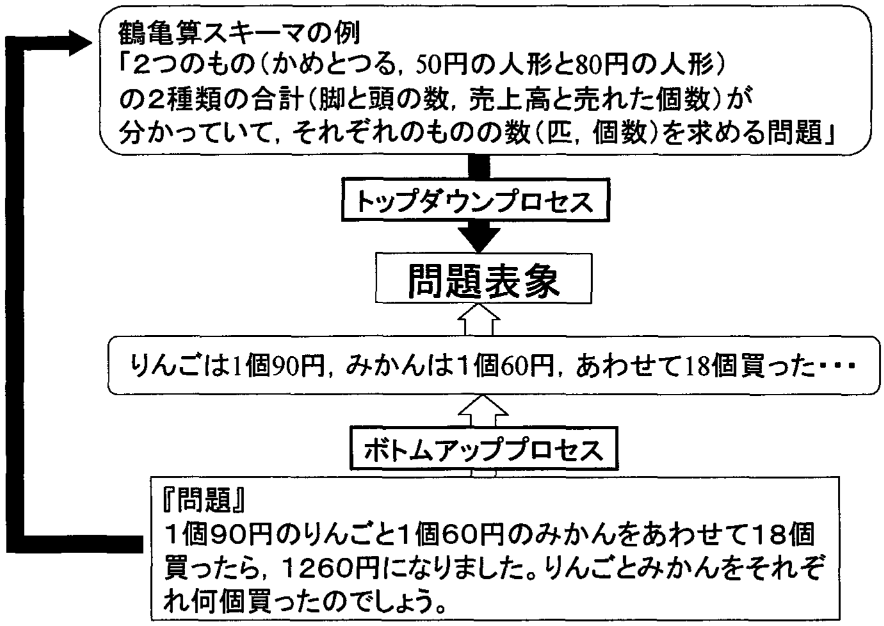


図３－４　問題表象の生成における２つのプロセス

ボトムアッププロセスでは，問題文に書かれている情報（例えば，りんごは1個90円，あわせて18個買った，･･･）を取り出し，それらの情報の関連を表象していく。一方，トップダウンプロセスは，児童の有する問題スキーマ（この問題では鶴亀算スキーマ）を活用して表象を生成していく。國岡（1993）も，問題表象には，問題からの必要な情報を選別するフィルター作用としての知識と抽出した情報を構造化し，数学的な表現形式に再構成する表象のひな型としての知識が必要であることを述べている。前者の知識がボトムアッププロセスで作用する知識であり，後者の知識がトップダウンプロセスで作用する知識といえる。そして，國岡のいう表象のひな型としての知識とは，問題の構造的な類似性を判断し，問題表象の生成を促進する問題スキーマと同様なものであると考えられる。もちろん，児童は，どちらか一方のプロセスのみを行うのではなく，２つのプロセスは相互作用しながら表象を生成していったり，作り変えられていったりする。デイビス（1987）も成功的な問題解決では，ボトムアップププロセスとトップダウンプロセスは同時になされていることを指摘している（p.61）。

English(1996)は，トップダウンプロセスによる表象生成の段階を３段階に分け，それを図３－５（次頁）のように説明している。English は，心的モデルを「特定の問題を解く際に働く表象であり，推論や心的操作のための作業場を供給する表象」と定義しているが，特定の問題を解く際に働く表象という観点からすれば，本研究における問題スキーマと同様のものと捉えることができる。English によれば，トップダウ

ンプロセスによる問題表象の第１段階は，問題スキーマ（English によれば心的モデル）の想起という観点からの問題情報の吟味である。第２段階では，想起した問題スキーマと問題情報との整合性を確認する。そして，整合性がとれれば，想起した問題スキーマを表象の生成に活用し，整合性がとれなければ，第１段階に戻って再び問題スキーマを想起したり，想起した問題スキーマを修正したり，拡張したりするのが，第３段階である。

（第1段階）
関係のある問題や場面の心的モデルの想起を導くようなヒントや糸口として問題を調べる。

⇩

（第2段階）
問題の解決を試みたり，解決したりする際に役立つだろうと思われる心的モデルを想起した後，問題のデータにモデルを写像することを試みる。

⇩

（第3段階）
もし，第2段階での写像が十分ならばその心的モデルは解決プロセスに使われる。しかし，そうでなければ（第1段階）にもどり，心的モデルを修正したり，拡張したりする。

図３－５　トップダウンプロセスによる表象生成の段階（English, 1996）

しかしながら，以前の学習で問題スキーマを適切に構成することができていない児童は，トップダウンプロセスによって表象を生成することは不可能である。そのため，ボトムアッププロセスに依存することになり，問題表象の生成に負担が強いられることになる。

また，トップダウンプロセスによって，問題文に直接書かれていない情報を表象することも可能になる。例えば，De Corte ら(1985)は，表３－１に示すような逆思考を要する加減文章題を用いて問題文の言い換えの影響を調査している。

表３－１　De Corte ら(1985)による問題文の言い換え

伝統的な問題	言い換え問題
ボブはクッキーを２まいもらいました。 彼は今，クッキーを５まいもっています。 ボブは，はじめ何まいのクッキーをもっていましたか？	ボブはクッキーを何まいかもっています。 彼はクッキーを２まいもらいました。 彼は今，クッキーを５まいもっています。 ボブは，はじめ何まいのクッキーをもっていましたか？

調査の対象となったのは１，２年生である。表３－１の２つの問題記述から分かるように，問題文の言い換えは，ボブがクッキーをもらう前にすでに何枚かのクッキーをもっていたということを明示的に表現する文を加えることである。結果は，伝統的な問題では，はじめにもっていた枚数（答え）として，問題文の最初に見られる「２枚」と答える児童が，言い換え問題では大幅に減少した。この原因を De Corte ら(1985)は「始めにもっていた数が未知数であるというより明確な言及をもつ一文を加えることで問題文の適切なボトムアップ的なプロセスを促進し，子どもが問題文の最初に与えられた数を始めにもっていた状態と結びつけるのを防いだ」(p.466) と述べている。つまり，言い換え問題しかできない児童の表象はボトムアッププロセスに依存し，両方の問題を解くことができる児童の表象はトップダウンプロセスにも依拠しているのである。このようにトップダウンプロセスを用いて両方の問題を解ける児童は，自己の問題スキーマ（これらの問題に関する問題スキーマは，前章で述べた変化スキーマ（p.14）であると考えられる）に従って，明示的には書かれていない情報（ボブがはじめに何枚かもっていたこと）を表象することができるのである。

以上の考察から，問題スキーマを児童に構成させることは，トップダウンプロセスを促進するので，表象生成の負担を軽減させると考えられる。また，問題文に直接的には書かれていない情報も表象することができ，それが問題解決に効果的に機能する場合が多いと考えられる。

3．問題スキーマのレベル

問題スキーマは，表面的な特徴が様々に異なる問題を同じ構造の問題と認める一般的・抽象的知識であるが，あくまで児童が主体的に構成する知識であり，児童がどの問題を同じ構造と認めるかによって，児童の構成する問題スキーマは異なる。ここでは，どの問題を同じ構造と認めて問題スキーマを構成するかという児童の構成する問題スキーマのレベルについて述べる。

崎谷（1996）は，問題場面の類似性と解法の類似性をもとにして，類似問題を以下の４つに分類し，その例を表３－２のように示している。

同等問題・・・問題場面も解法も同じ
同相問題・・・問題場面は同じだが解法は修正が必要
同型問題・・・問題場面は異なるが解法は同じ
同類問題・・・問題場面が異なり解法も修正が必要

表３－２の分類の中で同等問題と同型問題は「満杯問題」と解法が同じ問題であり，問題の構造も同じである。また，同等問題は，「満杯問題」と比較して，「液体で入れ物を満たす」といった問題場面も同じであるが，同型問題はそうではない。

表３－２　「満杯問題」と類似した問題の例（崎谷，1996）

「満杯問題」 あるオイルタンクを満杯にするのに，細いパイプでは６時間，太いパイプでは３時間かかります。両方のパイプを同時に使うと，このオイルタンクを満杯にするのに何時間かかりますか。

場面＼解法	同じ	異なる
同じ	（同等問題） あるプールに水を入れるのに，細いホースでは12時間，太いホースでは8時間かかります。両方のホースを同時に使うと，このプールに水を入れるのに何時間かかりますか。	（同相問題） ある水槽を満杯にするのに，細い水道管では20時間，太い水道管では15時間かかります。また水は，満杯の水が40時間で空になる割合で使用されます。水を使用しながら，両方の水道管でこの水槽を満杯にしようとすれば何時間かかりますか。
異なる	（同型問題） ある壁を塗り終えるのに，A君は4時間，B君は6時間かかります。2人が協力して壁を塗れば何時間かかりますか。	（同類問題） ある土地を耕すのに，小さなトラクターでは8時間，大きなトラクターでは6時間かかります。小さなトラクターで2時間耕した後，大きなトラクターも使えば，全部の土地を耕すのにあと何時間かかりますか。

同型問題を「満杯問題」と同じ構造の問題と認めるためには，「液体で入れ物を満たす」「壁を塗る」といった問題場面を捨象した問題スキーマを構成しなければならない。それゆえ，同型問題レベルの問題スキーマは同等問題レベルの問題スキーマに比べて適用範囲が広い問題スキーマということができる。なお，表３－３は，これらの問題スキーマの言語表現を示している。つまり，前章で述べた，売買算スキーマは同等問題レベルの問題スキーマであり，鶴亀算スキーマは同型問題レベルの問題スキーマということができる。

表３－３　同等問題レベルとの問題スキーマと同型問題レベルの問題スキーマ

（同等問題レベルの問題スキーマ） ２種類の蛇口（太いパイプと細いパイプ，*太いホースと細いホース*） のそれぞれ１つで入れ物を満たす時間が分かっているとき， ２種類の蛇口を同時に開いたとき入れ物（オイルタンク，*ホース*） を満たす時間を求める問題
（同型問題レベルの問題スキーマ） ２種類の仕事をするもの（太いパイプと細いパイプ，*A君とB君*） のそれぞれ１つで仕事を完了する時間が分かっているとき， ２種類の仕事をするものが同時に働いたとき仕事（オイル入れ，*壁塗り*） が完了する時間を求める問題

次に同相問題や同類問題について考察する。同相問題や同類問題は，いずれも解法の修正が必要な問題であり「満杯問題」とは，問題の構造が異なっている。しかし，その構造は全く異なっているわけではなく「満杯問題」の構造が同相問題や同類問題の構造の一部になっている。本研究では，このような同相問題や同類問題に関する問題スキーマをレベルとしては捉えず，ある問題スキーマが他の問題スキーマの一部をなしていると考え，それぞれの問題スキーマの範囲が異なっていると捉えることとする。

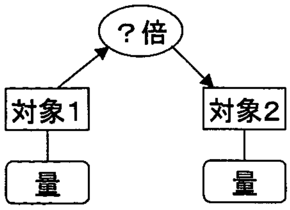
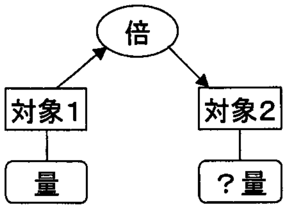
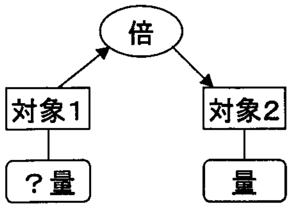
それでは，次に，上述したような１回の演算で解決できないような問題ではなく，1回の演算で解決できる問題に関する問題スキーマのレベルを考える。ここでは，比の３用法を例に挙げ，１回の演算で解決できる問題に関する問題スキーマのレベルについて考察を試みる。次頁に示す表３－４は，比の３用法の問題をその用法と場面の相違に従って分類したものである。

表３－４　比の３用法と問題場面

用法／場面	比の第1用法	比の第2用法	比の第3用法
しき地の面積	「問題①」 学校のしき地は8000㎡でそのうち4800 ㎡が運動場です。運動場の面積は学校のしき地の面積の何倍ですか。	「問題②」 学校のしき地は8000㎡で，しき地全体の0．6倍が運動上だそうです。運動場の面積は何㎡ですか。	「問題③」 運動場の面積は4800 ㎡でこれは運動場全体の0．6倍にあたるそうです。学校全体の面積は何㎡ですか。
畑の面積	「問題④」 畑の面積は3000㎡でそのうち1200 ㎡にじゃがいもが植えてあります。じゃがいもが植えてある面積は畑の面積の何倍ですか。	「問題⑤」 じゃがいもが植えてある場所の面積は1200㎡で，畑全体の0．4倍にじゃがいもが植えてあるそうです。畑全体のの面積は何㎡ですか。	「問題⑥」 じゃがいもが植えてある場所の面積は1200 ㎡でこれは畑全体の0．4倍にあたるそうです。畑全体の面積は何㎡ですか。
値段	「問題⑦」 ある店では定価1500円のぼうしが1200円で売っています。代金は定価の何倍にあたりますか。	「問題⑧」 ある店では定価1500円のぼうしを定価の8割で売っています。代金は何円になりますか。	「問題⑨」 ある店ではぼうしを1200円で売っています。これは，定価の8割にあたるそうです。定価はいくらだったのでしょう。

児童が「問題①④」，「問題②⑤」，「問題③⑥」を同じ問題構造であると認めるならば，同等問題レベルの問題スキーマを構成したことになる。また，児童が「問題①④⑦」，「問題②⑤⑧」，「問題③⑥⑨」は同じ問題構造であると認めるならば，同型問題レベルの問題スキーマを構成したことになる。そして，表３－５は比の３用法に関する同型問題レベルの問題スキーマを言語と図で表現したものである。

表３－５　比の３用法と問題スキーマ（言語的表現と図的表現）

比の第1用法	比の第2用法	比の第3用法
（言語的表現） 一方の量（面積，値段）と他方の量（面積，値段）が分かっていて，一方の量が他方の量の何倍になっているかを求める問題	（言語的表現） 一方の量（面積，値段）と，他方の量（面積，値段）がその何倍になるかが分かっていて，他方の量を求める問題	（言語的表現） 一方の量（面積，値段）と，それが他方の量（面積，値段）の何倍かになっているかが分かっているとき他方の量を求める問題
（図的表現） 	（図的表現） 	（図的表現） 

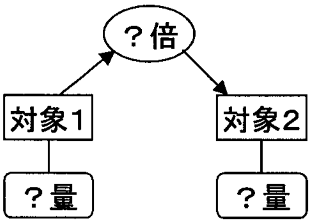
しかしながら，比の３用法それぞれにおける各問題スキーマの違いは未知数の位置だけであり，同種の２量とそれらの割合に関する問題スキーマであることは共通して

いる。ゆえに，このような比の３用法それぞれの問題を学習することによって，それらを統合し，未知数の位置に影響を受けない問題スキーマを構成することができれば，どの用法の問題でも割合の問題であることに気付き，問題表象の生成に貢献すると考えられる。そのため，未知数の位置に影響を受けないようなよりレベルの高い問題スキーマを想定することができる。なお，ここでの未知数の位置に影響を受けない問題スキーマは，表３－６に示すようになる。

表３－６　比の３用法に対する未知数の位置に影響を受けない問題スキーマ

(言語的表現)
同種の2量(一方の面積と他方の面積，一方の値段と他方の値段)とそれらの割合の3つの内，いずれか2つが分かっていて，残りの1つを求める問題

(図的表現)



前章で述べたRileyら（1983）の変化スキーマ（「はじめの量，増減した量，結果の量のいずれか２つが分かっていて，のこりの１つを求める問題」）も，未知数の位置に影響を受けない問題スキーマということができる。そして，このような未知数の位置に影響を受けない問題スキーマを児童が構成することができたならば，先述したDe Corteら(1985)の調査で用いた問題（ボブはクッキーを２まいもらいました。彼は今，クッキーを５まいもっています。ボブは，はじめ何まいのクッキーをもっていましたか？）に対する表象の生成が促進されるであろう。

それでは，未知数の位置に影響を受けない問題スキーマを先に述べた１回の演算で解決することができない問題において想定することができるであろうか。例えば，「あるオイルタンクを満杯にするのに，細いパイプでは６時間，太いパイプでは３時間かかります。両方のパイプを同時に使うと，このオイルタンクを満杯にするのに何時間かかりますか」という「満杯問題」に対し「あるオイルタンクを満杯にするのに，細いパイプと太いパイプを使います。細いパイプだけを使うと６時間，両方のパイプを同時に使うと２時間かかります。太いパイプだけを使うとこのオイルタンクを満杯にするのに何時間かかりますか」という問題は未知数の位置が変わっただけの問題である。これら２題を２つのパイプがタンクを満たすといった基本的な構造は同じである

と認め，未知数の位置に影響を受けない問題スキーマを想定することは可能である。しかし，１回の演算で解決できない複雑な問題に対して，未知数の位置に影響を受けない問題スキーマを児童に構成させることは困難であると考えられる。どのレベルまでの問題スキーマを児童に構成させるのかということについては，学習者の年齢や学習内容によって異なると考えられる。

以上の考察から問題スキーマのレベルや範囲について以下のようにまとめることができる。

- 同等問題レベルの問題スキーマと同型問題レベルの問題スキーマがあり，前者は後者に比べて適用範囲が狭い問題スキーマといえる。
- ある問題スキーマが他の問題スキーマの一部をなしている場合がある。
- 未知数の位置に影響を受けないレベルの高い問題スキーマを想定することができる。

第２節　問題スキーマの構成を促す指導法の検討

前節では，問題表象の生成過程において問題スキーマがどのように関わるのかを情報処理的アプローチにより考察し，問題スキーマのレベルについて述べた。本節では，問題スキーマの構成を促すにはどのような指導法が考えられるのかを検討する。

１．問題間の構造的な類似性の認知

問題スキーマは，表面的な特徴が様々に異なる問題を同じ構造の問題と認める一般的・抽象的知識である。ゆえに，児童が問題スキーマを構成するためには，いくつかの問題の構造的な類似性に気付かなければならない。しかしながら，問題の構造的な類似性を認知することは学習者にとって非常に困難であることが指摘されている。例えば，Gick&Holyork(1980)は，表３－７に示す「将軍問題」の解法を「放射線問題」に適用できるかどうかを調査した。

表３－７　「将軍問題」と「放射線問題」（多鹿，1994 より）

「将軍問題とその解法」 要塞に陣取った独裁者が小さな国を統治していた。その要塞は，国の中央にあって，農場や村に囲まれその間を縫って多くの道がその要塞に通じていた。反乱軍の将軍がその要塞を占領しようとしていた。全軍で攻撃すれば，要塞を占領することができる。そこで，将軍は，１つの道に全軍を集結し，一斉に攻撃しようとした。しかし，それぞれの道沿いには地雷が仕掛けてあった。それぞれの道は，独裁者が要塞から軍隊や人夫を移動させる必要があったため，少数の者ならば，無事に通れるようになっていたが，大軍が通過すると，地雷が爆発するようになっていた。地雷が爆発すると，道だけではなく，近隣の村も被害を受ける。そのため，要塞を占領することは不可能のように思われた。しかし，将軍は簡単な計画を思いついた。軍隊を小グループに分け，それぞれのグループを異なる道の端に送った。そして合図とともに，要塞に近づき，同時に要塞を攻撃し始めた。こうして，将軍は，要塞を占領し，独裁者を倒した。
「放射線問題」 ある医師が胃に悪性の腫瘍をもつ患者を担当した。その患者は，体力が弱っていたため，外科手術を行うことはできなかった。しかし，腫瘍は一刻も早く取り除かなければ，患者は死亡してしまう。そこでその医師は，放射線治療を考えた。放射線を腫瘍にある程度以上の強さで照射すれば，潰瘍は破壊される。ただし，その場合，腫瘍が破壊されるかわりに，その放射線が通過するところにある健康な組織も破壊されてしまう。逆に弱い放射線を用いれば，健康な組織は大丈夫だが，今度は，潰瘍を破壊することができない。では，どうすればよいか？

将軍問題の解法が放射線問題を解く際に役立つことを教示されなかった被験者（大学生）は，15 人中 1 人しか将軍問題の解法を放射線問題に適用できなかった。このことから，大学生でも自発的に問題の類似性に気付くことは難しいことが分かる。しかし，将軍問題の解法が放射線問題を解く際に役立つことを教示された被験者は 12 人中 11 人が将軍問題の解法を放射線問題に適用することができたのである。この結果は，問題の構造的な類似性に自発的に気付くことは難しいが，問題同士の関連を促すような教示を与えれば問題間の構造的な類似性に気付くことができることを示している。

また，Reed ら（1985）は，大学生を被験者として表３－８に示す３種類（距離問題，混合問題，仕事問題）の問題を使って調査した。調査では，被験者に練習問題を解法とともに与えた後，練習問題と同型問題であるテスト問題を解かせた。その結果，正答率は，距離問題で 21%，混合問題で 17%，仕事問題で 17%と低かった。

表３－８　Reed ら（1985）の調査で用いられた問題例

	練習問題	テスト問題
距離問題	時速30マイルで走る車がある場所を午前10時に出発しました。午前11時30分にもう1台別の車が時速40マイルで同じ場所から出発しました。2番目の車は何時間後に最初の車を追い越しますか。	ある自動車が時速30マイルで南に向かっています。2時間後，2番目の車が最初の車を追い越すために時速45マイルで同じ道を使って，出発しました。2番目の車は何時間後に最初の車を追い越しますか。
混合問題	看護士は3%のホウ酸2クォートもっています。4%の溶液を作るためには，10%の溶液をどれだけ加えればよいでしょう。	ある野菜ドレッシングには6%の脂肪分が含まれています。別のものには12%含まれています。8%のドレッシングを作るためには，6%のドレッシング3クォートに12%のドレッシングをどれだけ加えればよいでしょう。
仕事問題	アンは10時間で原稿をタイプすることができます。フローレンスは5時間でタイプすることができます。もし，2人が一緒に仕事をしたら何時間でできるでしょう。	サムは20分で芝を刈ることができます。マークは30分で同じ場所の芝を刈ることができます。もし，彼らが一緒に芝刈りをしたら何分でできるでしょう。

やはりこの調査からも問題解決者が自発的に問題構造の類似性を認知し，その解法を適用することは困難であることがうかがえる。そこで，何題かの例題を比較させ，それらの構造的な類似性に気付かせるような指導が必要となる。Ross（1990）も以下のように述べ問題比較が問題スキーマの構成に不可欠であることを述べている。

「多くの心理学の理論において，一般化は実例の比較や共通点の抽象化から生ずるといわれている。問題解決において，問題の比較は問題スキーマの獲得における決定的な段階であると指摘されてきた」（p.51,52）

そこで，次に，問題比較が問題スキーマの構成に寄与するかどうかについて研究した先行研究を概観する。

２．問題比較による問題スキーマの構成

前節で述べた様々な問題を比較させる指導について，Marmeche&Julo(1998)は興味深い調査をしている。この調査は，６年生を対象に表３―９に示した３題の同型問題を使って行われた。

表３－９　Marmeche&Julo(1998)の調査で用いられた問題例

『ひも問題』 ３本のひもがあります。ひもＡ，ひもＢ，ひもＣです。 すべてつなげた長さは１２６ｃｍです。 ひもＡはひもＢの２倍の長さです。 ひもＣはひもＢの４倍の長さです。 ひもＡ，ひもＢ，ひもＣの長さはそれぞれ何ｃｍでしょう。
『年齢問題』 アンとピエールとジュディスの年齢の合計は126歳です。 アンはピエールの2倍の年齢です。 ジュディスはピエールの4倍の年齢です。 アン，ピエール，ジュディスはそれぞれ何歳でしょう。
『数字問題』 ３つの数Ｘ，Ｙ，Ｚの合計は１２６です。 ＸはＹの２倍です。 ＺはＹの４倍です。 Ｘ，Ｙ，Ｚはいくつでしょう。

この調査は２つの群に分けて行われた。１つの群は上述の３題を１題ずつ連続的に提示された群（以下，連続群と呼ぶ）であり，もう１方の群は３題を同時に提示された群（以下，同時群と呼ぶ）である。連続群は問題を解くために各問題 15 分が割り当てられた。同時群は，３題を同時に提示された後，各問題を比較するために３分間問題を読むように指示された。その後，３題の内から１題を各自で選択し，それを 15 分で解き，残りの２題も 30 分を使って各自で選択した順に解いた。なお，いずれの群の被験者も各問題を解き終えた後にその答えや解法が示されたり，何らかの指導を受けたりはしていない。

結果は，算数の習熟度が平均的な被験者，若しくは習熟度が高い被験者は，同時群の方が連続群より正答率，解決プロセスともに好ましい結果であった。解決プロセスとは，解決中に被験者が残したメモを「解答の制約」と「探究手順」という観点で分析したものである。「解答の制約」とは，メモに見られる答えが（20，40，66）（30，40，56）のように和が 126 になっておれば和の制約を満たしており，(20，40，80)（15，

30，60）のように２倍，４倍となっていれば乗法の制約を満たしていると判断し，これら２つの解答の制約が全く考慮されていない被験者は０，どちらか一方の制約を満たすメモが見られた被験者は１，どちらの制約も満たすようなメモが見られた被験者は１＋，両方の制約を同時に満たす正しい解答が得られている被験者には２というように符号化された。なお，この符号化は好ましくないものから順に並べると０，１，１＋，２である。

また，「探究手順」とは，126÷３＝42（42，42，42）というように誤った演算を用いている被験者はO，（21，42，84）というように乗法の制約を満たすようにした後，合計を 126 にするため（21，42，63）というように３つの数の１つだけを変更し，答えを調整しようとしていた被験者はA，（15，30，60）と乗法の制約を満たすようにした後，合計を 126 にするため（16，32，64）というように３つの数の最も小さい数を変更し，答えを調整しようとしていた被験者はＪ，正しい演算を実行した被験者はDというように符号化された。なお，この符号化は好ましくないものから順に並べるとO，A，Ｊ，Dである。

同時群の方が連続群より正答率，解決プロセスともに好ましいという結果についてMarmeche&Julo(1998)は「この進歩は多分，被験者の算数の習熟度と同型問題を比較する活動の両方が結びついたよりよい問題表象が原因であろう」（p. 264）と分析し「同時群は，連続群より好ましい結果であり，問題スキーマの形成を促進した」（p. 253）と述べている。つまり，同型問題を比較することが適切な問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に寄与したのである。

しかし，算数の習熟度が低い被験者は，同時群と連続群で正答率に差はなく，解決プロセスは同時群よりも連続群の方が好ましい結果であった。このことについてMarmeche&Julo(1998)は「異なる意味的文脈をもったいくつかの問題を比較しなければならないことがそこに含まれる認知プロセスを崩壊させたので結果が逆になった」（p. 265）と述べている。つまり，３題の問題を比較させることが習熟度の低い被験者にとって認知的負担を強いることになったのである。

こうした調査結果とその分析は，同型問題をただ単に（連続的に）与えるだけでなく，比較させることが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に寄与する可能性が高いことを示唆している。

しかし，この調査にはいくつかの疑問も残る。まず，この調査で使われた問題の数値が全て同じであることから同型問題であると判断し，深く考えることなく，全ての問題に同じ演算を適用したのではないかということである。本来，数値に依存して演

算を決定したり，数値が同じであるから同じ解法であると考えたりするのは好ましいとは言えない。それでは，「問題の数値を異なるものにしたら，問題を比較することが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に効果的に働くのだろうか」これが１つの疑問である。

今１つの疑問は，３題を比較することが認知的負担を強いることになるのならば「２題にすればよいのではないか」ということである。先では触れなかったが，Marmeche&Julo(1998)の調査では１題目から３題目にかけてどちらの群も正答率や解決プロセスにおいて進歩が見られたが，主に１題目から２題目にかけての進歩が大きい。ゆえに２題の比較でも問題スキーマの構成に対して十分有効であると予想される。

そこで，Marmeche&Julo(1998)の調査をもとに，問題を比較することが問題スキーマの構成に寄与するかどうかを調査することにした。

第　4　章

問題比較に関する調査

本章では，２題の同型問題を比較させることが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に寄与するかどうかを調査をもとに検討する。

本章の構成は，以下の通りである。

第１節　調査の目的と方法

本節では，２題の同型問題を比較させることが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に寄与するかどうかを探るための調査について，その目的と方法を述べる。

１．調査の目的

前章で述べた Marmeche&Julo(1998)の調査結果は，解答前に問題を比較させることが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に寄与する可能性があることを示唆している。しかし，Marmeche&Julo の調査では，問題で使われた数値が全て同じであった。そのことから，被験者は問題構造の類似性に目を向けることなく同じ解法を適用してしまったとも考えられる。そこで，本調査では「問題の数値を異なるものにしたら，問題を比較することが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に効果的に働くかどうか」を調べることにした。

また，Marmeche&Julo の調査では，３題を比較することが習熟度の低い被験者にとって認知的負担を強いることになってしまった。そこで本調査では「比較させる問題を２題にしても問題を比較することが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に効果的に働くかどうか」を調べることにした。

2．調査の方法

（1）　被験者

愛知県公立小学校第６学年１校（２学級）４６名

兵庫県公立小学校第６学年３校（各２学級）１７５名の計２２１名

（2）　調査時期

２００６年１１月下旬から１２月上旬

（3）　調査問題

本調査で使用した問題は表４－１に示す３題である。これらの『ひも問題』と『体重問題』は，問題場面は異なるが解法は同じ，同型問題である。また，試行錯誤による解答を避けるため，答えが小数になる問題にした。そして，調査の前に獲得している問題スキーマの影響を排除するために, Marmeche&Julo(1998)の調査と同様に教科書では直接扱われていない発展的な問題を使用することにした。

表４－１　調査で使用した問題

『ひも問題』 ひもA，ひもBをつなげると61cmになります。 また，ひもAはひもBより6cm長いです。 ひもAとひもBはそれぞれ何cmでしょう。
『体重問題（同）』（『ひも問題』と数値が同じ） のぞみさんと弟の体重を合わせると61kgになります。 また，のぞみさんは弟より6kg重いです。 のぞみさんと弟はそれぞれ何kgでしょう。
『体重問題（異）』（『ひも問題』と数値が異なる） 兄とかおるさんの体重を合わせると87kgになります。 また，兄はかおるさんより12kg重いです。 兄とかおるさんはそれぞれ何kgでしょう。

（4）　手順

問題の提示方法，問題の種類，解答順序を表４－２に示すように４群に分けて調査した。

表４－２　各群の提示方法・問題の種類・解答順序

	提示方法	問題の種類	解答順序
第1群	同時提示 （問題比較あり）	ひも問題 体重問題（同）	自己選択[56名]
第2群	同時提示 （問題比較あり）	ひも問題 体重問題（異）	自己選択[57名]
第3群	連続提示 （問題比較なし）	ひも問題 体重問題（同）	ひも→体重（同）[28名] 体重（同）→ひも[28名]
第4群	連続提示 （問題比較なし）	ひも問題 体重問題（異）	ひも→体重（異）[26名] 体重（異）→ひも[26名]

第１群と第２群はどちらも２題を同時に提示（配布）し，問題を比較させた群である。これらの群では，まず５分間で２題を比較させ，気がついたことを記録用紙（以下，比較用紙と呼ぶ）に記録させる。その後，その比較用紙を回収し，２題の内から児童が解きやすいと思った方の問題を選択させ 10 分間でそれを解かせる。その後，最初に解いた問題の用紙（問題と解答欄はともに１枚の紙に書かれている）を回収し，残りの１題を 10 分で解かせた。

第３群と第４群はどちらも２題を１題ずつ連続に提示（配布）した群である。これらの群はいずれも１題目を 10 分で解かせた後にその用紙を回収し，次に２題目を配布し，それを 10 分間で解かせた。第３群と第４群の違いは与えられた体重問題の数値である。また，２題の解答順序による影響をさけるために各群をさらに２つ（同数）に分け，問題の配布順を逆にした。

なお，調査を行った４校（各２学級）の１学級は同時提示（第１群，第２群）とし，他の１学級は連続提示（第３群，第４群）とした。

第２節　調査の結果と考察

本節では，問題比較に関する調査の結果と考察を述べる。まず，各群の正答率を比べ，問題比較を用いた指導法の有効性を検討する。次に，同時提示群で行った比較用紙を分析し，比較する問題における数値の影響について述べる。

１．正答率について

表４－３は各群の解答順序と正答率を示したものである。

表４－３　各群の解答順序と正答率

第１群（同時・同じ数値）　５６人	第２群（同時・異なる数値）　５７人
解答順序（正答率）：人数［％］	解答順序（正答率）：人数［％］
①ひも　→　体重：３３人［５９％］ （４２％）　（４５％）	③ひも　→　体重：３７人［６５％］ （７０％）　（７３％）
②体重　→　ひも：２３人［４１％］ （４８％）　（６１％）	④体重　→　ひも：２０人［３５％］ （４５％）　（５０％）

第３群（連続・同じ数値）　５６人	第４群（連続・異なる数値）　５２人
解答順序（正答率）：人数［％］	解答順序（正答率）：人数［％］
⑤ひも　→　体重：２８人［５０％］ （３６％）　（４３％）	⑦ひも　→　体重：２６人［５０％］ （６２％）　（６９％）
⑥体重　→　ひも：２８人［５０％］ （４６％）　（５４％）	⑧体重　→　ひも：２６人［５０％］ （４２％）　（５０％）

※　説明の便宜上，各群の解答順序別に①から⑧の数字を割り振った。

第１群と第２群の解答順序を見ると，どちらの群も１題目にひも問題を選択する児童が体重問題を選択する児童よりも多い。また，第２群は第１群に比べ，１題目にひも問題を選択する児童の割合が体重問題を選択する児童の割合より高い。ひも問題は，ひもの長さを求める問題であり，それぞれのひもの様子を図に表そうとすれば，その図は線分図と直結している。そのため児童にとって体重問題よりも考えやすかったのではないかと思われる。

問題比較の効果を探るために第１・２群と第３・４群の正答率を比較すると（表中の①と⑤，②と⑥，③と⑦，④と⑧），１題目と２題目はともに同時提示の方が連続提示よりも正答率が高い（ただし④と⑧の２題目の正答率は同じ）。また，表には示していないが，問題の種類を考慮せず，１題目の正答率と２題目の正答率を比較しても同

時提示の方が連続提示よりも高かった。この結果は，前章で述べた Marmeche&Julo（1998）の調査結果と同じであり，２題の比較でも，ある程度の効果は期待できる。しかしながら，統計的な有意差は見られない。このことから，解答前にただ単に問題を比較させるだけでは問題スキーマの構成に十分でないことが分かる。そこで，実際の授業では，問題を比較させる際に似ているところや違うところを考えるよう指示したり，学級で話し合ったりする必要がある。また，本調査では，解答，ヒント，解き方などの指導は全く行っていない。つまり，問題を解く前の比較だけであった。このような問題を解く前の比較だけではなく，各問題の解き方を理解した後に改めて問題を比較し，問題構造の類似性について学級で話し合うなどして問題構造をまとめるといった指導法も考えられる。

２．比較用紙の分析

同時提示の第１群と第２群の児童が行った問題を比較する活動を比較用紙の記述をもとに分析した。分析の観点は，児童が問題の同型性を認知したかどうかである。しかし，第１群においても第２群においても「問題が似ている」「同じような問題」というような記述が多く見られた。

そこで，問題比較が問題スキーマの構成に寄与したかどうかを判断するために，問題タイプの類似性（例えば「２つ（２題）とも２つの量を合わせて，片方がもう１つより大きくて，それぞれの答えを求める問題」）や解法の類似性（例えば「問題の内容は長さを求めるか重さを求めるかの違いがあるだけで，計算の仕方は同じになる」）に関する記述が見られたかどうかを分析の観点とした。ただし，単に「解法が同じ」という記述に関しては，数字や叙述形式などの表面的な類似性から解法が同じであると考えた可能性があるので問題の同型性を認知しているとは見なさなかった。つまり，問題タイプの類似性や解法の類似性に関する記述が見られたものを「構造の類似性に関する記述あり」と捉えた。

表４－４は比較用紙の記述内容と各問題の正答率を示したものである。

表４―４　比較用紙の記述と各問題の正答率

第１群（同時：同じ数値）　５６人	
構造の類似性に関する 記述あり：１６人（２９％）	構造の類似性に関する 記述なし：４０人（７１％）
解答順序（正答率）：人数［％］ ひも　→　体重　：９人[56%] (67%)　(67%) 体重　→　ひも　：７人[44%] (86%)　(86%)	解答順序（正答率）：人数［％］ ひも　→　体重　：24人[60%] (33%)　(38%) 体重　→　ひも　：16人[40%] (31%)　(50%)

第２群（同時：異なる数値）　５７人	
構造の類似性に関する 記述あり：２６人（４６％）	構造の類似性に関する 記述なし：３１人（５４％）
解答順序（正答率）：人数［％］ ひも　→　体重　：20人[78%] (90%)　(95%) 体重　→　ひも　：６人[23%] (67%)　(83%)	解答順序（正答率）：人数［％］ ひも　→　体重　：17人[55%] (47%)　(47%) 体重　→　ひも　：14人[45%] (36%)　(36%)

問題構造の類似性に関する記述は，第１群より第２群の方が多く，統計的に有意な傾向

が見られた（$\chi^2=3.51$，d f＝1，p＜0.1）。さらに，構造の類似性を記述した児童の方が解答順序に関わりなく，いずれの問題でも正答率が高かった。また，表には示していないが，上で述べた問題タイプの類似性に関しては，第1群では 56 人中4人しかその記述が見られなかったが，第2群では57人中14人の児童にその記述が見られ，統計的に有意な差が見られた（$\chi^2=4.11$，d f＝1，p＜0.05）。

このことから，問題を比較させる際には，数値が同じ問題よりも数値が異なる問題の方が問題スキーマの構成に有効であることが分かる。本調査では，問題の解法が同じ同型問題を用い，問題の叙述形式もほぼ同じであることを考慮すれば，この数値が異なる方がよいという結果は，今後どのような問題を比較させることが有効であるかを考える上で大変興味深いものである。どの程度の類似性を有した問題を比較させることが問題スキーマの構成に有効であるかは今後明らかにする必要がある。

第　5　章

SBI(Schema-Based Instruction)による問題スキーマの構成

本章では，SBI（Schema-Based Instruction）を行った先行研究を概観し，問題比較を明示的に扱う指導法の可能性について考察する。そして，逆思考を要する加減文章題の指導場面において，SBIをもとにした指導デザインを提案する。

本章の構成は，以下の通りである。

第１節　SBI の概要

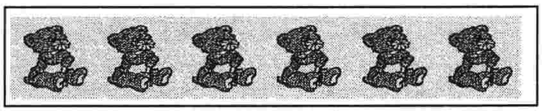
本節では，問題スキーマの構成を目的として，文章題の構造的な類似性を積極的に指導しようと企画された指導法である SBI（Schema-Based Instruction）の概要について述べる。

１．SBI の実際

前章での調査結果とその考察において，児童に問題スキーマを構成させるためには問題を単に比較させるだけでなく，問題構造の類似性や相違性を考えるよう指示したり，学級で話し合ったりするなどの明示的な指導を行う必要があることを述べた。

このことに関連して Fuchs ら（2003，2004）は，小学校３年生を対象にして SBI（Schema-Based Instruction）の効果を確かめる調査を行っている。SBI とは，問題スキーマの構成を目的として，文章題の構造的な類似性を積極的に指導しようと企画された指導法である。この調査で使用された問題の構造は４種類（袋買い問題，半分問題，絵グラフ問題，ショッピングリスト問題）であった。問題の例を表５－１に示す。

表５－１　SBI で使用された問題例（Fuchs ら，2003 より）

「ショッピングリスト問題」 ダニーは科学実験のために材料を買わなければなりません。 2個のバッテリーと3本のワイヤー，4個の磁石が必要です。バッテリーは1個3ドル，ワイヤーは1本3ドル，マグネットは1個2ドルです。 ダニーは科学実験のためにいくら必要ですか。	「袋買い問題」 あなたは，レモンドロップを買おうとしています。 レモンドロップは各袋10個入りで売っています。 32個のレモンドロップを手に入れるためには何袋買えばよいでしょう。
「半分問題」 デイブとトッドはボックス入りの野球カードを買いに行くつもりです。 ボックスには42枚のカードが入っています。 デイブとトッドはカードを半分に分けるつもりです。 彼らはそれぞれ何枚のカードをもらうことができますか。	「絵グラフ問題」  グロリアは，テディーベアーを集めています。 彼女はもっているテディーベアーの数を表すためにグラフをかきました。 それぞれのくまの絵は4匹のテディーベアーを表しています。 誕生日にグロリアは3匹のテディーベアーをもらいました。 今，彼女は何匹のテディーベアーをもっていますか。

なお，これら４種類（袋買い問題，半分問題，絵グラフ問題，ショッピングリスト問題）の問題構造に対する問題スキーマを言語的に表現すると表５－２に示すようになる。

表５－２　SBI で使用された問題構造に対する問題スキーマの言語的表現

「ショッピングリスト問題」 いくつかの品物を買ったとき，それぞれの個数と値段が分かっていて合計金額を求める問題	「袋買い問題」 １袋に何個か入った状態で売っている品物があるとき，必要な個数が分かっていて袋の数を求める問題
「半分問題」 全体の量が分かっているとき，その半分を求める問題	「絵グラフ問題」 絵グラフの１つが何個かの量を示していることが分かっていて，全体の量を求める問題

また，４種類（袋買い問題，半分問題，絵グラフ問題，ショッピングリスト問題）の問題は表５―３に示すように，表面的な特徴を変化させられた（表５―３では袋買い問題について示してある）。

表５－３　「袋買い問題」構造に対する表面的な特徴の変化

【ソース問題】
グレッグは誕生日会のために16個の風船が必要です。風船は1袋10個入りです。グレッグは何袋必要ですか？

【カバーストーリーが異なる問題】
ハリエットは自分のクラブにアイスクリームを買おうと思います。
彼女はそのクラブに12人の友達を招待します。アイスクリームは1袋3個入りです。ハリエットは何袋必要ですか？

【表面的な特徴の異なる問題】

「形式の違い」 スーパーマーケットでの広告を読みます： ！いらっしゃい，買った，買った！ 1袋4枚入りのピザが安いですよ！ あなたは，広告を見て次のディナーパーティーでピザを出そうと決めました。あなたは10枚のピザが必要だと考えました。あなたは何袋必要ですか （答えを1つ選びましょう）？ __2　__3　__4　__5	「質問の違い」 ジョセはアイスホッケーチームにアイスホッケーのパックを買うために25ドルもっています。彼は7つのパックが必要です。パックは1袋3個入りで売られていて，1袋8ドルです。パックを買い終わったときジョセは何ドルもっていますか。
「言葉の違い」 フランシスはディナーパーティーのために卵を買っています。彼女がつくる料理には26個の卵が必要です。卵はダースで売られています。フランシスは何ダース必要ですか？	「問題の範囲」 フリエダは文房具屋さんに向かっています。彼女は15本のえんぴつと2つの鉛筆削りと4冊のノートが必要です。鉛筆は7本ずつバッグに入っており，1つのバッグは3ドルです。鉛筆削りはそれぞれ10ドル，ノートはそれぞれ3ドルです。彼女は何ドル使いましたか？

「カバーストーリーが異なる問題」とは「ソース問題」の同等問題や同型問題である。また，「表面的な特徴の異なる問題」は，「形式の違い」「言葉の違い」「質問の違い」「問題の範囲」といった４通りが設定されている。「形式の違い」とは，文章の一部が現実世界に近い広告の形式をしていたり，解答の仕方が多肢選択方式になっていたりする問題である。「言葉の違い」とは，「何袋」という言葉が「何ダース」という言葉に置き換わっているように，問題のキーワードが異なる問題である。「質問の違い」とは，「何袋必要ですか」と「何ドルもっていますか」の違いのように，問われる内容の違いである。「問題の範囲」とは，広い問題文脈の中に「ソース問題」の構造が内包されている問題である。

４種類（袋買い問題，半分問題，絵グラフ問題，ショッピングリスト問題）の各問題はそれぞれ６時間かけて指導された。第１時（約 40 分）はソース問題を，第２・３・４時（各 25 分～30 分）はカバーストーリーが異なる問題を数題指導した。ここまでは，従来の学習（もとになる問題（ソース問題）を学習し，その同等問題や同型問題を適用題として解く）と大きな違いはなく，問題を比較する活動を行ってはいない。しかし，第５時の学習活動は従来の指導法と大きく異なり，SBI の特徴をなすものである。第５時（約 40 分）では，まず児童に「転移」の意味を「学習したことが他の場面でも活用できること」として，様々な例（例えば，現在学習している内容は転校しても次の学習に生きることや赤ちゃんが様々な容器を使って飲むことができるようになること）を示しながら指導した。そして次に，問題の基本的な構造を保ちながら問題を変化させる方法として，４つの表面的な特徴（形式の違い，言葉の違い，質問の違い，問題の範囲）があることを示した。そして，第２時から第４時までで指導されてきたカバーストーリーが異なる問題に加え，表面的な特徴が変えられた問題を示し，第１時から第４時までで学習した問題と比較し，表面的な特徴が異なっていることを説明した。その後，第５時の残りの時間と第６時（25 分～30 分）では，表面的な特徴が異なる４つの問題の解法について学習した。

こうした 26 時間（４種類（袋買い問題，半分問題，絵グラフ問題，ショッピングリスト問題）の各問題のそれぞれ６時間に加え，事後指導を２時間行っている）の一連の指導を受けた SBI 群は，標準的な指導で同じ問題を扱った群（対比群）に比べ，事後の問題解決テストにおいて好ましい結果であった。この事後テストはカバーストーリーが異なる問題だけでなく，表面的な特徴が異なる問題をも組み込まれており，どちらの問題でも SBI 群の方が対比群に比べ有意に上回った。この結果は，SBI のように問題を比較し，問題構造の類似性や相違性について明示的に指導すれば，問題スキ

ーマの構成に効果的であることを示している。そして，SBI を経験し，問題の類似性や相違性という観点から問題を見るといった学習態度が身に付けば，前章で行った調査のように，問題を解く前の比較だけでも問題スキーマの構成に効果が見られるかもしれない。

そこで，次節では，この SBI を参考にして問題スキーマの構成を促す指導デザインを提案することを試みる。

2．SBI の特徴

次節では,SBI を参考にして問題スキーマの構成を促す指導デザインを提案したい。そこで，ここでは，SBI の特徴を再考し，指導デザインにおけるポイントを明確にする。

Fuchs ら（2004）の行った SBI では，第５時にソース問題の同型問題と表面的な特徴が異なる問題とを比較し，それらがどのような点で構造的に類似し，どのような点で表面的に異なっているのかを明示的に指導した。このような問題比較の明示的な指導は，問題スキーマの構成に寄与したと考えられる。しかしながら，第１時から第４時までの指導において，ソース問題とその同型問題の比較は行っていない。第３章で述べたように同型問題であっても問題解決者はその類似性を認知することが難しいといわれている。そこで，本研究で提案する指導デザインにおいては，ソース問題とその同型問題の比較も明示的に指導することにする。また，第１時に学習するソース問題を指導する場面において，ソース問題は，児童にとっては新奇な問題であり，ターゲット問題といえる。ゆえに，教師は以前に学習した問題をそのソースとして供給しなければならない。そこで，本研究で提案する指導デザインにおいては，第１時に以前に学習した問題を取り上げて，これから学習する問題と比較する場面も指導の中に取り入れていくことにする。

また，Fuchs ら（2004）の行った SBI では，まずソース問題を扱い，次に，同等問題や同型問題を扱った。その後，表面的な特徴の異なる問題を扱った。問題スキーマのレベルという観点からすれば,「同等問題レベルのスキーマ→同型問題レベルのスキーマ→問題スキーマが他の問題スキーマの一部をなす（「表面的な特徴が異なる問題」における「問題の範囲」)」というように，問題スキーマのレベルや範囲を段階的に高めていっている。このような段階的な指導を行うことは，問題スキーマの構成にとって効果的であると考えられる。Chen(1999)も様々な表面的な特徴（問題の文脈や解法手順）をもった効果的な問題例を供給することが柔軟な応用を認めるより一般的なスキーマの構成を促進することを指摘している（p. 713)。そこで，次節で提案する指導デザインでもこのように段階的な指導を行うことにする。

以上の考察から SBI をもとにした指導デザインの基本原理は以下の２点であると考えた。

SBI をもとにした指導デザインの基本原理

- 問題比較を明示的に扱うこと
- 問題スキーマの範囲やレベルを段階的に上げていくこと

第2節　SBI をもとにした指導デザイン

本節では，前節で考察した SBI をもとにして問題スキーマの構成を促す指導デザインを提案する。なお，本研究では，逆思考を要する加減文章題を取り上げる。

1．逆思考を要する加減文章題について

（1）逆思考を要する加減文章題の困難さと指導のねらい

逆思考を要する加減文章題とは「あめを５こ食べたので，のこりは１３こになりました。はじめなんこありましたか」というような問題であり，長年に渡り，第２学年で指導されてきた。ところで，加減文章題は，問題構造の違いによってその難易度が異なることが指摘されている（Riley ら，1983；福島 1997）。Bebout(1990)による加減文章題の構造的な違いを表５－４に示す。この分類の中で変化問題や結合問題は比較問題より易しいといわれている。

表５－４　加減文章題の構造的な違い（Bebout, 1990 より）

文章題のタイプ		□を使った式
変化１	ポリーはクッキーを３枚もっています。 お兄さんは彼女に５枚クッキーをあげました。 ポリーはクッキーを何枚もっているでしょう。	３＋５＝□
変化２	ジョーはおもちゃの車を 10 台もっています。 彼はそのうち４台を友達のルースにあげました。 ジョーは何台車をもっているでしょう。	10－４＝□
変化３	サムはステッカーを５枚もっています。 お母さんは彼にさらに何枚かのステッカーをあげました。 それで，サムはステッカーを９枚もちました。 お母さんは彼に何枚のステッカーをあげたのでしょう。	５＋□＝９
変化４	ルイスは７この風船をもっています。 そのうちのいくつかが割れてしまいました。 それでルイスは今３つの風船をもっています。 風船はいくつ割れたのでしょう。	７－□＝３
変化５	何人かの子どもは歩いて学校に通います。 ３人の子どもが彼らに加わりました。 そのため子どもは９人になりました。 はじめに歩いて学校に通っていた子どもは何人でしょう。	□＋３＝９
変化６	アンジェラはポケットに何枚かのペニー硬貨をもっています。 彼女はそのうちの７枚をなくしてしまいました。 それで彼女は今ポケットに３ペニーもっています。 アンジェラは始め何枚のペニー硬貨をもっていたのでしょう。	□－７＝３
結合１	マリールーは青いビー玉を５個もっています。 ジャックは赤いビー玉を４個もっています。 かれらは合わせて何個のビー玉をもっていますか。	５＋４＝□
結合２	親猫には８匹の子猫がいます。 それらのうち３匹は茶で残りは白です。 白の子猫は何匹いますか。	８－３＝□
比較	ビルは９ペニー見つけました。 ローズマリーは６ペニー見つけました。 ビルはローズマリーより何ペニー多く見つけましたか。	９－６＝□
平均化	スージーとジョンは蛍を捕まえています。 スージーは 10 匹ジョンは７匹捕まえました。 ジョンがスージーと同じ数になるには，後何匹必要ですか。	10－７＝□

しかし，未知数の位置を考慮すれば，そのような難易度は必ずしも正しいとはいえない。つまり，未知数が左辺に表れるような逆思考の問題（例えば，表５－４に示した変化５，６問題）は，変化問題でも難易度が高いといわれており，その原因として，問題文中のキーワードを演算と結びつけてしまうために誤答してしまうことが指摘されている（Hegarty，1995）（例えば，先述した「あめを５こ食べたので，のこりは１３こになりました。はじめなんこありましたか」という問題では，“のこりは”というキーワードをひき算と結びつけ 13－5 と誤った立式をしてしまうこと）。

それでは，このような難しい問題を指導するねらいは何であろう。中島(1990)は，逆思考を要する加減文章題を課すねらいとして以下の３点を指摘している。

① 形式的な判断を避け，場面の構造と計算の意味がよく理解されているかどうかを評価し指導する上で意義をもつ。
② 加法と減法の相互関係を明確にする上でよい機会となる。
③ □－８＝６のような，答えを求めるためではなく，相等関係を表現するという式の役割を知り，活用していけるようにすることが望まれる。

①は，上述したキーワードに依存した演算決定を行わないように指導することである。②は，1 年生で別々に学習した加法と減法を関連付けることである。③は，□を使った式を導入することで答えを求めるという式の役割だけでなく，左辺と右辺が等しいという関係を示すという式の今一つの役割を知ることである。しかし，中島自身も述べていることだが，□を用いる指導は 2 学年では行われていない。現行の小学校学習指導要領によれば「必要な場合には，(　) や□などを用いることができる」とされており，□を使った式を積極的に取り扱うという記述ではない。教科書では，1 社のみが□を使った式をこの単元で導入している。

しかしながら，本研究では，問題比較を明示的に扱うことによって問題スキーマの構成を促すという立場から□を使った式の導入を提案する。その理由として，□を使った式を導入すると逆思考の問題を順思考で考えることができるので，以前に学習した増加の問題や求残の問題と本単元で学習する逆思考の問題とを関連付けて指導できると考えられるからである。実際の指導では，ソース問題として以前に学習した増加の問題や求残の問題を取り上げ，本単元で学習する逆思考の問題と比較をさせることによって逆思考の問題に対する問題スキーマの構成を促すようにする。

（2）□を使った式の導入について

先述したように現行の指導要領では□を用いる指導は２学年では行われていない。しかし，□を使った式を１・２年生の低学年で導入することが可能であることを支持する研究も見られる。そこで，ここでは２学年の逆思考を要する加減文章題において□を使った式を導入することが可能であることを支持する先行研究をレビューする。Carpenter ら(1988)は，１年生と２年生を対象に□を使った式の表現が指導可能かどうかを調査した。この調査の対象となった１・２年生は，表５－４の変化１問題や変化２問題の学習はしていたが，□が左辺に表れるような逆思考の問題は学習していなかった。Carpenter らの調査では，変化１～３問題を対象にして，□を使った式（a＋□＝ｂ）を指導されたグループと従来型の数式（a+b=ｃ）のみを指導されたグループが他の変化問題をどのように式表示するかを調べた。指導は 30 分の授業を２回行った。□を使った式を指導されたグループでは，第１時に，□を使った式の全てのタイプ（a+b=□，a－b=□，a+□=b，a－□=b，□+a=b，□－a=b）が紹介された。そして，それらの式をどのように解釈するか指導された。例えば，６＋□＝８は，「６たす何が８かな」とか「６にいくつを加えたら８になるかな」と読まれ，次に□に当てはまる数値を計算した。第２時では，変化１～３問題を□を使った式で表現するよう指導された。事後調査の結果は，１年生では，□を使った式を指導されたグループの多くの児童が変化５や６の問題でも□を使った式で問題を表現しようとした。２年生は，□を使った式で直接問題を表現したり，逆思考を用いた従来型の式に変形したりすることができた。この結果は低学年の児童でも□を使った式を指導することが可能であることを示唆している。

また，Bebout(1990)は１年生を対象にして□を使った式を指導することが可能であるかどうかを調べた。この調査では 45 分授業を 14 回行った。指導された問題は変化１～６問題と結合１，２問題であった。指導方法としては，４つの段階がとられた。第１段階では，文章題の内容を具体物を用いた表現に置き換え，問題が解かれた。第２段階では，具体物を用いた表現を数式に対応させた。第３段階では，具体物を用いた表現を離れ，文章題から□を用いた数式だけが書かれた。第４段階では，□を使った数式から問題作りがされた。事後調査の結果は，多くの児童が□を使った式で加減文章題を表現することができた。特に注目に値するのは未知数が左辺にくるような逆思考の変化５，６問題に対して多くの児童が□を使った式で解けるようになったことである。このことは，□を使った式を導入することが逆思考の文章題を解く際に有効に働くことを示している。また，この調査における指導の特徴は，具体物を用いた表

現と□を用いた数式を結びつけることであった。

石田(1996)は，２年生を対象にわが国でも□を使った式が指導可能かどうかを調査した。指導期間は４時間で，指導に用いられた問題は変化３，４，６と結合２の問題であった。この調査の特徴は，□を使った式をテープ図と関連づけたことであった。指導方法は，第１時に「８にある数をたすと 12 になります。これを式に表してみましょう」というように□を用いた式で未知数が左辺に表れるような式を導入し，８＋□＝12 の式をテープ図に表すよう指導された。第２時は，結合２の問題を□を使った式で表し，テープ図から答えを求めることが指導された。第３時は，変化３，４，６問題を使用し，第２時と同じ学習展開であった。第４時はテープ図からの問題作りが指導された。その結果，□を使った式の指導を受けた児童は，事後テストにおいて直接的には指導されてはいない変化５問題でも正しく□を使った式を書き，問題を解くことができた。この結果は２年生でも□を使った式を指導することができることを示唆するものである。

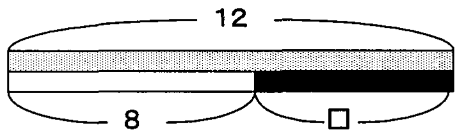
このように先行研究の結果は，２年生でも□を使った式で問題場面を表したり，□に当てはまる数を求めたりすることが可能であることを示唆している。そこで，本研究では，□を使った式を２年生の逆思考を要する加減文章題の単元で導入し，逆思考の問題に対する問題スキーマの構成を促すような SBI をもとにした指導デザインを次節で提案する。

2．指導デザインの提案

（1）準備

逆思考を要する加減文章題を題材にして，SBI をもとにした指導デザインを提案するにあたり，□を使った式を導入することによって，以前に学習した増加の問題や求残の問題（順思考の問題）を取り上げ，比較させることを先に述べた。そのため，学習の準備として□を使った式を導入しておく必要がある。そこで，先述した先行研究（Carpenter ら，1988；Bebout，1990；石田，1996）を参考にして，表５－５のような流れで□を使った式を学習の準備として指導することとする。

表５－５　□を使った式の指導の流れ

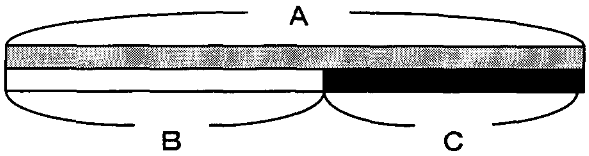
時数	表現の流れ	指導の内容
第1時	言葉 ↓ 式	「8にある数をたすと12になります。これを式に表してみましょう」という問題を提示して8＋□＝12のように左辺に□が表れる式表示について指導する。 その後 「7にある数をたすと14になります。これを式に表してみましょう」 「ある数に6をたすと15になります。これを式に表してみましょう」 などの適用題を解かせ，□が左辺に表れる式表示ができるか確認する。
第2時	式 ↓ テープ図	□が左辺に表れる式（8＋□＝12）を下記のようなテープ図に表現する方法について指導する。  □の求め方（12－8＝□）を指導し，加減の相互関係を理解させる。

（2）指導の留意点

本研究で提案する指導デザインの単元構成では，第３時「a＋□＝ｂ」第４時「□＋a＝ｂ」第５時「a－□＝ｂ」第６時「□－a＝ｂ」という順序で指導することにする。なぜならば，未知数がはじめに表れる問題（「□＋a＝ｂ」，「□－a＝ｂ」）は，未知数が２番目に表れる問題（「a＋□＝ｂ」，「a－□＝ｂ」）に比べ難易度が高いといわれている（Riley ら，1983）ので，未知数がはじめに表れる問題よりも先に，未知数が２番目に表れる問題を扱うことにした方が児童に抵抗感がないと考えたからである。

また，第３時と第４時で増加の問題，第５時と第６時で求残の問題を取り上げるようにしたのは，式からテープ図へ表すときの操作の仕方の一貫性に配慮したためである。具体的には，第３時と第４時で取り上げる増加の問題においてはじめに表れる数はテープ図（次頁）のＢの部分を示しているが，第５時と第６時で取り上げる求残の

問題においてはじめに表れる数はテープ図のAの部分を示しているので，増加と減少の問題を分けて指導することにより，□を使った式からテープ図に表す際の操作を分かりやすく指導しようと考えたからである。



（3）SBI をもとにした指導デザイン

① 第3時

第3時では「はじめの量と結果の量が分かっていて，増加した量を求める問題」という問題スキーマを構成させることが目標である。そのため，以前に学習した増加の問題（a＋b＝□）をソース問題として，本時で学習する逆思考の問題（a＋□＝b）と比較させる。そして，本時で学習する問題は，増加の問題ではあるが，未知数の位置が異なる問題であることを認識させる。実際の指導では，まず，復習として以前に学習した増加の問題（a＋b＝□）を解かせる。次に，本時で学習する逆思考の問題（a＋□＝b）を提示し，2題を比較させ，どちらも，量が増加する問題であるが，本時は，増加した量が分からない問題であることに気付かせる。その後，本時の問題を□を使った式を用いて表現し，テープ図から解を導くようにする。なお，本時で比較させる問題とそれらの問題スキーマを表5－6に示す。

表5－6　第3時で比較させる問題とそれらの問題スキーマ

比較させる問題	「以前に学習した増加の問題」 みらいさんはシールを5まいもっています。 8まいもらうとなんまいになりますか。	「本時で学習する問題」 つばささんはえんぴつを7本もっていました。 何本かもらったので15本になりました。 何本もらったのでしょう。
□を使った式	a＋b＝□	a＋□＝b
問題スキーマ	「はじめにもっていた量と増加した量が分かっていて，結果の量を求める問題」	「はじめにもっていた量と結果の量が分かっていて，増加した量を求める問題」

次に，本時で学習する問題の同型問題を適用題として提示し，比較させる。ここでは「何かをもらう」といった問題場面を捨象した同型問題レベルの問題スキーマを構成させることがねらいである。なお，その際に比較させる問題とそれらの問題スキーマを表5－7（次頁）に示す。

表５－７　第３時の後半で比較させる問題とそれらの問題スキーマ

比較させる問題	「本時で学習する問題」 つばささんはえんぴつを7本もっていました。何本かもらったので15本になりました。何本もらったのでしょう。	「本時で学習する問題の同型問題」 ちゅう車じょうに車が8台とまっていました。何台か入ってきたので14台になりました。何台入ってきたのでしょう。
□を使った式	a＋□＝b	a＋□＝b
問題スキーマ	「はじめにもっていた量と結果の量が分かっていて，増加した量を求める問題」	「はじめの量と結果の量が分かっていて，増加した量を求める問題」

② 第４時

第４時では，「増加した量と結果の量が分かっていて，はじめの量を求める問題」という問題スキーマを構成させることが目標である。そのため，前時に学習した問題（a＋□＝b）をソース問題として本時で学習する問題（□＋a＝b）と比較させる。そして，本時で学習する問題は，前時で学習した問題と未知数の位置が異なる問題であることを認識させる。実際の指導では，まず，復習として以前に学習した問題（a＋□＝b）を解かせる。次に，本時で学習する問題（□＋a＝b）を提示し，２題を比較させ，どちらも，量が増加する問題であるが，本時は，始めの量が分からない問題であることに気付かせる。その後，本時の問題を□を使った式を用いて表現し，テープ図から解を導くようにする。なお，本時で比較させる問題とそれらの問題スキーマを表５－８に示す。

表５－８　第４時で比較させる問題とそれらの問題スキーマ

比較させる問題	「前時に学習した問題」 つばささんはえんぴつを7本もっていました。何本かもらったので15本になりました。何本もらったのでしょう。	「本時で学習する問題」 みらいさんはあめを何こかもっていました。6こかもらったので13こになりました。何こもらったのでしょう。
□を使った式	a＋□＝b	□＋a＝b
問題スキーマ	「はじめにもっていた量と結果の量が分かっていて，増加した量を求める問題」	「増加した量と結果の量が分かっていて，はじめにもっていた量を求める問題」

次に，第３時と同様に，本時で学習する問題の同型問題を適用題として提示し，それを本時で学習した問題と比較させ，問題場面を捨象した同型問題レベルの問題スキーマを構成させる。

③ 第５時・第６時の流れ

第５時では a－□＝b，第４時では□－a＝b の問題を第３時，第４時の学習の流れと同様に扱う。第５時では，まず，以前に学習した求残の問題（a－b＝□）と本時で

学習する逆思考の問題（a－□＝b）を比較させる。そして，本時で学習する問題は，求残の問題ではあるが，未知数の位置が異なる問題であることを認識させる。その後，本時で学習する問題とその同型問題の比較をさせる。

第6時では，第5時で学習した問題（a－□＝b）と第6時で学習する問題（□－a＝b）を比較させ，その後，本時で学習する問題とその同型問題の比較をさせる。

④ 第7時の流れ

第7時は，様々な逆思考を要する加減文章題を示し，本単元で学習したどの問題と構造が同じであるかを見極めさせることが目標である。実際の指導では，様々な逆思考を要する加減文章題を示し，問題構造にもとづいて分類させる。本論文では触れていないが，Fuchs ら（2004）の行った SBI では，このような問題の分類活動も行っている。Fuchs らの研究では，SBI に加えて分類活動を行った群は，SBI のみを行った群と比べて後の問題解決においてそれほど大きな効果は得られていない。しかし，Fuchs らの研究で分類活動に使用された問題は，前節で示した4種類（袋買い問題，半分問題，絵グラフ問題，ショッピングリスト問題）の問題であり，問題構造を見抜かなくても，問題文中のキーワード（例えば何袋，グラフ，半分など）に着目すれば分類できてしまう。ゆえに，分類活動が問題構造を見抜く学習活動として適切ではないと思われる。本研究で提案した逆思考を要する加減文章題の指導場面では，問題の構造を把握しなければ適切に分類することができないので，分類活動をする効果が期待できるのではないかと考える。

第　6　章

本研究のまとめと今後の課題

本章では，第１章，第２節で述べた本研究の目的を踏まえて，まず各章のまとめおよび全体的なまとめをする。次に，それらを踏まえて今後の課題を述べる。

本章の構成は，以下の通りである。

第１節　本研究のまとめ
　　１．各章のまとめ
　　２．全体的なまとめ

第２節　今後の課題
　　１．問題比較に用いる問題に関して
　　２．問題スキーマの評価について

第１節　本研究のまとめ

第１章，第２節でも述べたように「計算のやり方や算数の内容に関する概念を学習し，以前に解いた経験があるにもかかわらず，なぜ文章題が解けないのかを分析し，有効な指導法を探ること」が本研究の目的であった。

これを踏まえて，本節では，まず，第２章から第５章の各内容をまとめ，次に全体的なまとめをする。

１．各章のまとめ

第２章では，文章題の解決過程を考察し，その解決過程における困難性の所在を明らかにした。

第１節では，文章題の解決過程を分析した Riley ら（1983）と Mayer（1992）の先行研究を概観し，文章題を解決する過程は，問題表象の生成過程とその表象にもとづき解決を実行する過程に大別できることを見出し，それらの過程で関わる知識について述べた。

第２節では，第１節で見出した文章題の解決過程の内で，問題表象を生成する過程が児童にとって困難であることを先行研究の調査結果から見出し，問題表象の生成過程で関わる知識である問題スキーマを児童に構成させることが重要であることを主張した。

第３章では，問題表象の生成過程を情報処理的アプローチによって考察した。

第１節では，問題解決の情報処理モデルを分析し，問題表象の生成過程における問題スキーマの役割を以下のように述べた。

- 問題スキーマを構成することができている児童は，問題スキーマを長期記憶に貯えており，その情報を活用することによって問題表象の生成が促進される。
- 問題スキーマは以前に学習した様々な知識を想起させる発火材となる。

そして，問題表象を生成するプロセスには，問題文の情報をもとに表象を生成していくボトムアッププロセス（データ駆動型プロセス）と問題解決者（児童）が有する問題スキーマをもとに表象を生成していくトップダウンプロセス（概念駆動型プロセス）があることを述べた。また，問題スキーマのレベルや範囲について以下のように考察した。

- 同等問題レベルの問題スキーマと同型問題レベルの問題スキーマがあり，前者は後者に比べて適用範囲が狭い問題スキーマといえる。

・　ある問題スキーマが他の問題スキーマの一部をなしている場合がある。

・　未知数の位置に影響を受けないレベルの高い問題スキーマを想定することができる。

第２節では，問題解決者が問題の構造的な類似性を自発的に認知し，以前に学習した解法を現在解こうとしている問題に適用することが困難であることを先行研究から見出した。そして，問題スキーマを構成させるためには，問題を比較させる活動が有効であることを主張した。

第４章では，２題の同型問題を比較させることが問題表象の生成を促進し，問題スキーマの構成に寄与するかどうかを調査をもとに検討した。

第１節では，調査の目的と方法を述べた。

第２節では，調査の結果と考察を述べ，以下の２点を導出した。

・　児童に問題スキーマを構成させるためには問題を単に比較させるだけでなく，問題構造の類似性や相違性を考えるよう指示したり，学級で話し合ったりするなどの明示的な指導を行う必要があること

・　問題を比較させる際には，数値が同じ問題よりも数値が異なる問題の方が問題スキーマの構成に有効であること

第５章では，問題スキーマの構成を目的として，文章題の構造的な類似性を積極的に指導しようと企画された SBI（Schema-Based Instruction）について述べた。

第１節では，Fuchs ら（2003，2004）の行った SBI の概要と特徴を考察し，SBI をもとにした指導デザインの原理として以下の２点が考えられることを述べた。

・　問題比較を明示的に扱うこと

・　問題スキーマの範囲やレベルを段階的に上げていくこと

第２節では，逆思考を要する加減文章題を取り上げ，SBI をもとにした指導デザインを提案した。

2．全体的なまとめ

先に述べた研究の目的「計算のやり方や算数の内容に関する概念を学習し，以前に解いた経験があるにもかかわらず，なぜ文章題が解けないのかを分析し，有効な指導法を探ること」に対して，本研究を通して筆者は以下のような見解を得た。

文章題の解決における困難性として，問題表象を適切に生成することができないことが一因であることを文章題の解決過程を考察する中で導出した。そして，問題表象の生成を促進するためには，児童に問題スキーマを構成させる必要があることを，その役割を考察する中で見出し，そのためには問題を比較させる指導法が有効ではないかとの見通しを得た。

第２節　今後の課題

本節では，前節のまとめを踏まえて，「問題比較に用いる問題について」，「問題スキーマの評価について」という２つの視点から今後の課題を述べる。

１．問題比較に用いる問題について

４章「問題比較に関する調査」において，問題を比較させる際には，数値が同じ同型問題よりも数値が異なる同型問題の方が問題スキーマの構成に有効であることを導出した。しかし，本研究で使用した調査問題は，問題の叙述形式がほぼ同じであった。

一方，Fuchs ら（2003，2004）の行った SBI では，問題の表面的な特徴を「形式の違い」「言葉の違い」「質問の違い」「問題の範囲」といった４通りに変化させ，それらの構造的な類似性に気付かせる指導を行っている。

本文では触れていないが，植田（1991）は，熟達者と初心者における文章題の類似性判断の差異を検討する尺度として「数学的構造」「場面」「質問形式」「擬構造」の４側面を挙げている。「数学的構造」とは，「最小公倍数を求める問題である」というように，本研究でいう構造的な類似性に関する側面である。「場面」とは，本研究でいう問題場面と同様，「買い物の場面」「年齢を比較する場面」といった側面である。「質問形式」とは，「～することができますか」「何～ですか」というように質問の仕方の問題であり，本研究では触れていない。「擬構造」とは，「ある数を求めよ」「何分後ですか」といったように Fuchs らの行った SBI における「質問の違い」に相当する側面である。また，植田（1991）は情報過剰，情報不足の問題も提示して類似性判断を行わせている。

今後は，指導を通して児童に構成させる問題スキーマのレベルを学習者の年齢や問題の難易度に鑑みて検討し，どの程度の類似性を有した問題を比較させることが問題スキーマの構成に有効であるかを「構造」「場面」「質問形式」「擬構造」「言葉の違い」など様々な観点から考察し，明らかにする必要がある。

２．問題スキーマの評価について

本研究では，問題スキーマが問題表象の生成に貢献することを情報処理的アプローチによって見出した。そこで，児童が学習を通して，どのような問題スキーマを構成したかを評価し，後の指導に生かすことは児童の文章題解決能力を促進させるために重要であると考えられる。

しかし，本論でも触れたように問題スキーマは児童が内的に構成する知識であるため，その様子を指導者は直接観察することができない。ゆえに，そのような直接観察不可能な問題スキーマをどのようにすれば評価することができるかといった評価方法を開発することが大切である。例えば，計算技能の習得を評価しようと指導者が試みるならば，様々な問題を児童に解かせ，どのような一連のエラーが見られるかを評価し，そのエラーに対して指導法を考えることができる。

問題スキーマも様々な文章題を児童に解かせることである程度評価することができると考えられる。しかし，この方法では，文章題が解けない様々な要因を考慮せず，解けない理由を全て問題スキーマが構成できていないことに起因するものと誤解し，その後の指導が適切に行われなくなる可能性も考えられる。

また，５章でも触れたが様々な文章題を構造的な類似性によって分類する活動も児童の構成した問題スキーマを評価する方法として考えられる。しかし，この方法では，どのような問題を分類させるのかといった課題，分類した後それらの問題をどのように授業で扱うのか（例えば，児童各自の分類の仕方を話し合う，分類した問題を解くなど）といった課題なども同時に考えなければならない。

今後は，児童が内的に構成した問題スキーマを適切に評価し，その評価を生かした指導の在り方を検討していく必要がある。

おわりに

本研究では，文章題を解決する過程の中でも，特に，問題表象の生成過程に焦点を当て，その過程で関わる問題スキーマの役割を考察し，問題スキーマの構成を促す指導法を検討した。その結果，問題スキーマを構成させるためには，問題を比較させる指導法が有効ではないかとの見通しを得た。そして，SBI にもとづく指導デザインを提案した。

今後は，本研究の知見をもとに学校現場での実践的な研究を通し，指導デザインの修正や改良をしていかなければならない。そのための具体的な視点として，問題比較に用いる問題の妥当性，比較における児童の認知的負担などを検討する必要がある。

最後になりましたが，本研究を進めるにあたり，適切な教示並びに示唆，そして懇切丁寧なご指導をしてくださいました﨑谷眞也先生に心からお礼申し上げます。また，さまざまな機会を通して適切な示唆を与えてくださいました國岡髙宏先生，加藤久恵先生をはじめ数学教室の先生方に深く感謝申し上げます。

また，この大学院に派遣していただきました愛知県教育委員会，名古屋市教育委員会に深く感謝申し上げます。加えて，名古屋市立野跡小学校の校長先生はじめ教職員の方々，調査に協力してくださいました先生方や児童のみなさんに心から感謝申し上げます。

２００６年１２月２０日

《引用・参考文献》

【欧文】

Bebout, H.C.(1990) "Children's symbolic representation of addition and subtraction word problems" *Journal for Research in Mathematics Education,* 21, No.2, pp.123-131

Carpenter, T.P., Moser, J.M, &Bebout, H.C.(1988) " Representation of addition and subtraction word problems" *Journal for Research in Mathematics Education,* 19, No.4, pp.345-457

Chen,Z.(1999) "Schema induction in children's analogical problem solving" *Journal of Educational Psychology,* Vol.91, No. 4 , pp.703-715

De Corte, E., Verschaffel, L., &De Win, L.(1985) "Influence of rewording verbal problems on children's problem representation and solutions" *Journal of Educational Psychology,* Vol.77, No.4, pp.460-470

English,Lyn D.(1996) "Children's construction of mathematical knowledge in solving novel isomorphic problems in concrete and written form" *Journal of Mathematical Behavior,* 15, pp.81-112

Fuchs,L.S.,Fuchs,D.,Karns,K.,Hamlett,C.L.,&Katzaroff,M.(2003) "Explicitly teaching for transfer : Effect on third-grade students' mathematical problem solving" *Journal of Educational Psychology,* Vol.95, No.2, pp.293-305

Fuchs,L.S.,Fuchs,D.,Karns,K.,Hamlett,C.L.,&Katzaroff,M.(2004) "Enhancing mathematical problem solving among third grade students with schema-based instruction" *Journal of Educational Psychology,* Vol.96, No 4 , pp.635-647

Gick,M.L.&Holyoak,K,J(1980) "Anolgical problem solving" *Cognitive Psychlogy,* 12 pp.306-355

Hegarty, M., Mayer, R.E., &Monk, C.A.(1995) "Comprehension of arithmetic word problems : a comparison of successful and unsuccessful problem solvers" *Journal of Educational Psychology,* Vol.87, No.1, pp.18-32

Kintch,W.&Greeno,J.G.(1985) " Understanding and solveing written arithmetic problems" *Psychological Review,*Vol.92,No.1,pp.109-129

Marmeche&Julo(1998) "Studies of micro-genetic learning brought about by the comparison and solving of isomorphic arithmetic problems" *Learning and Instruction,* Vol.8, No.3, pp.253－269

Mayer,R.E.(1992) "Mathematical problem solving" Mayer,R.E(Ed) *Thinking,problem solving,cognition.*Secondedition.NewYork:W.H.Freeman, pp.455－489

Novick,L.R.,&Holyoak,K.J.(1991) “Mathematical solving by analogy” *Journal of Experimental Psychology:Learning,Memory,and Cognition,* Vol.17, No.3, pp.398-415

Reed,S.K.(1985) “ Usefulness of analogous solution for solving algibra word problems” *Journal of Experimental Psychology:Learning,Memory,and Cognition,* Vol.11, No.1, pp.106-125

Reed,S.K.(1987) “A structure-mapping model for word problems” *Journal of Experimental Psychology:Learning,Memory,and Cognition,* Vol.13, No.1, pp.124-139

Riley,M.S&Greeno,J.G&Heller,J.I.(1983) “ Development of children's problem solving ability in arithmetic” H.P.Ginsburg(Ed) *The development of mathematical thinking.*New York:Academic Press., pp.153－196

Ross,B.H.(1990) “Generalization from the use of earlier examples in problem solving” *Journal of Experimental Psychology:Learning,Memory,and Cognition,* Vol.16, No.1, pp.42-55

Silver,E.A.(1987) “Foundation of cognitive theory and reseach for mathematics problem solving instruction” In A.H.Schoenfeld(Ed.),*Cognitive Science and Mathematics Education,* pp.33-60.Lawrence Erlbaum Associates.

【和文】

安西祐一郎(1985)『問題解決の心理学―人間の時代への発想―』中央新書

石田淳一・多鹿秀次（1993）「算数文章題解決における下位過程の分析」,『科学教育研究』17, pp.18－25

石田淳一(1996)「加減文章題の意味構造に基づく式表示の指導」,『日本教科教育学会誌』第19巻, 第2号 pp.111-115

伊藤毅志・大西昇・杉江昇(1994)「作図するとなぜ解きやすくなるのか」, 情報処理学会論文誌, Vol.35, No.7, pp.1501-1505

伊藤毅志・安西祐一郎(1996)「問題解決の過程」, 市川伸一(編)『認知心理学４思考』東京大学出版, pp.107-131

市川伸一(1995)『学習と教育の心理学』岩波書店

岩崎秀樹(1992)「問題解決過程の表記論的分析―算数から数学への展開―」岩合一男先生退官記念出版会(編)『数学教育学の新展開』聖文社, pp.200-211

植田敦三（1991）「文章題の類似性判断から見た内的表象間の関係の変容」,『数学教育学研究紀要』, 西日本数学教育学会, 第17号, pp.9-20

菊池光司（1996）「算数の問題解決における図的表現の働きに関する研究」,『日本数学教育学会誌』, 第78巻, 12号, pp.334-339

國岡髙宏(1991)「数学的問題解決における理解の認知的研究　文章題の理解と「表象」」，『広島大学教育学部紀要』第2部，第39号，pp.77～85
國岡髙宏(1992)「□の式，文字式の解釈と理解」，『兵庫教育大学研究紀要』第3分冊，自然系教育，生活・健康系教育 pp.47～58
國岡髙宏（1993)「数学的問題解決における「理解」の認知的研究（II)」，『数学教育学研究紀要』西日本数学教育学会，第19号，pp.61-67
坂本美紀(1993)「算数文章題における誤りの研究」『発達心理学研究』第4巻，第2号，pp.117-125
崎谷真也(1996)『数学的問題解決スキーマとその構成に関する研究』広島大学学位論文
数学教育学研究会(編)(2001)『数学教育の理論と実際』聖文新社
鈴木宏昭(1989)「算数・数学の理解」『教科理解の認知心理学』新曜社 pp.49－98
鈴木宏昭(1996)『認知科学モノグラフ①　類似と思考』共立出版
多鹿秀次(1994)『認知と思考』サイエンス社
多鹿秀次(1999)「算数・数学の授業過程の理解」『認知心理学者からみた授業過程の理解』北大路書房，pp77－100
チャールズ，R.・レスター，F.中島健三訳(1983)『算数の問題解決の指導』金子書房(原著1982)
デイビス，R.B.佐伯胖監訳(1987)『数学理解の認知科学』国土社(原著1984)
寺尾敦・楠見孝（1998)「数学的問題解決における転移を促進する知識の獲得について」『教育心理学研究』第46巻，第4号，pp.461-472
中谷誠（2000)『算数学習におけるかけ算・わり算文章題の演算決定に関する研究』，兵庫教育大学大学院学位論文
中島健三(1990)「演算の意味の指導―その本質をとらえた指導のために―」『新しい算数科・教材とその究明―社会の情報化に対応できる基礎的な能力の育成―』東洋館出版社，pp.22-31
中島義明(2006)『情報処理心理学』サイエンス社
中原忠男・小島宏(編)(1999)『小学校新学習指導要領Q＆A　算数編』教育出版
バーシャッフェル・石田淳一・加藤竜吾（2006)「現実世界の知識と学校文章題のモデル化」，日本数学教育学会（編)『海外の数学教育から何を学ぶか―ICME 9を通して―』日数教 YEARBOOK,pp.79-95
平林一榮(1985)「問題解決―諸外国の動向」，中島健三(編)『数学的な考え方と問題解決研究理論編』金子書房,pp.97-109
平林一榮(1990)「情報化社会に応ずる算数教育」『新しい算数科・教材とその究明―社会の情報化に対応できる基礎的な能力の育成―』東洋館出版社，pp.151-159
福島美由紀（1997)『小学校算数における加減文章題の難易レベルに関する研究』，兵庫教

育大学大学院学位論文
前田雅利（1999）『小学校算数におけるかけ算･わり算文章題の難易レベルに関する研究』，兵庫教育大学大学院学位論文
向山宣義(2006)「除法の意味理解の指導の課題と改善―小数，分数の除法を中心に―」『日本数学教育学会誌』，第 88 巻，第 6 号，pp.2-9
森敏昭・中條和光(2005)『認知心理学キーワード』有斐閣双書
文部省(1999)『小学校学習指導要領解説　算数編』東洋館出版社
文部省初等中等教育局（1998)『教育課程実施状況に関する総合調査研究　調査報告書―小学校―　算数』東洋館出版社
山田浩貴（2006a)「同型問題の比較による文章題の解決－問題表象に焦点を当てて－」，第 23 回全国数学教育学会発表資料
山田浩貴（2006b)「加減逆思考の文章題における□を使った式の導入について」，第 24 回全国数学教育学会発表資料
山田浩貴（2006c)「問題比較による問題スキーマの構成」『第 39 回数学教育論文発表会論文集』pp.240-245
山本正明（1995)「問題解決における数直線や線分図等の図の効果」，『日本数学教育学会誌』，第 77 号，第 8 号，pp.2-9
吉田甫・多鹿秀次(1995)『認知心理学者からみた数の理解』北大路書房
和田信哉（2000)「算数・数学教育における類比的推論の基礎的考察(Ⅰ)―類比的推論の捉え方について―」『広島大学大学院教育学研究科紀要』第二部，第 49 号，pp.33-42