

## ハロッドの動学の時間構造と不安定性原理

### The Time Structure of Harrod's Dynamic and Instability Principle

難波 安彦\*

NAMBA Yasuhiko

ハロッドの不安定性原理に関しては様々な研究がなされてきた。最近の研究ではハロッドの不安定性原理は一時点に関係するものとされ、異時点をつなぐ性格を持つモデル分析の対象ではないとされる。ハロッドの著作においても不安定性原理は一時点に関係すると書かれている箇所があり、またそのことと関連してハロッドはラグ分析に拒否感を示している。

本稿ではハロッドの不安定性原理にかかわる時間構造について検討する。そしてハロッドがラグ分析を拒否するために無視した資本蓄積を示す方程式の違いが、ハロッドの動学理論に問題を生じさせることを示して、不安定性原理は時間の順序性を明確にした定差方程式の動学モデルで分析した方が適切であることを明らかにする。さらにハロッドがラグ分析を拒否するために無視した資本蓄積を示す方程式の違いが、定差方程式を用いたモデルでは不安定性原理における不安定性の性格を変えることを明らかにする。

キーワード：不安定性原理、タイムラグ、定差方程式

Key words : instability principle, time lag, difference equation

#### I. 問題の所在

不安定性原理に関する最近の注目すべき研究は中村隆之氏の研究である。中村氏は中村（2008）第4章において、ハロッドは理論を構成する際に二段階のアプローチを取ると述べており、このアプローチとかわらせて不安定性原理について述べている。中村氏によればハロッドの二段階のアプローチとは次のようなものである。

- ① 概念の分類（定義やトートロジーの形で表わされる）、経験的に確実な公理、そして諸概念を結び付けるある程度仮想的な全体像から成る演繹理論。この段階では、確実性と一般性は高いが、質的な関係しか明示しない。
- ② 現実の事態の進行を表す事象の連鎖（sequence of events）の理論。この段階では、経験的なデータを用いて、各主体の認識が時間上で量的にどのように変更されるかを捉えなければならない。確実性と一般性は①よりも劣る推論だが、①よりも前進するために必要である<sup>1</sup>。

中村氏は二段階のアプローチについてさらに次のように述べている。

「ハロッドは、全体の認識と確実な理論のために、分類・トートロジー（①）が有効であり、それは②に論理的に優先することを主張した。②の領域に属するような仮説—人々の行動に関する仮説—を持ちこんで演繹法を積み重ねても、信頼できる成果を生まないとハロッ

ドは考えていた。仮説からの演繹によって得られた結論が重視され、①の生んだ有益な提言が軽視されるのであれば、そうした推論は危険であるとすら述べている」<sup>2</sup>

そして中村氏は二段階のアプローチにかかわり、次のようにハロッドの動学における「厳密な動学理論」と「景気循環論」を区別している。

「一時点に作用する遠心力は、人々の行動のあり方によらず成り立つ①の段階の議論である。ハロッドはこれを『厳密な動学理論』と呼んだ。一方、実際に時間経路上で活動水準がどのような運動をするかは、人々の行動のあり方による②の段階の議論である。ハロッドはこれを『景気循環論』と呼んで『厳密な動学理論』と区別した」<sup>3</sup>

つまり中村氏によれば、「一時点に作用する遠心力は、人々の行動のあり方によらず成り立つ①の段階の議論」なのであり、「一時点に作用する遠心力」をハロッドは「厳密な動学理論」と呼んだのである。ここで重要であるのは「不安定性原理」とは、次の一文からわかるように、「一時点に作用する遠心力」を表すものであり、従って、「厳密な動学理論」なのである。

「現実のどの時点においても、そのある時点における保証成長率（特殊保証成長率）の周囲に遠心力が作用することを示すのである。これが一時点に作用する動学的特性を表わす『不安定性原理』である」<sup>4</sup>

\*兵庫教育大学大学院教育内容・方法開発専攻認識形成系教育コース

平成26年10月31日受理

以上からわかるように中村氏によれば、不安定性原理は「一時点に作用する遠心力」を表すものであり、「経験的に確実な公理、そして諸概念を結び付けるある程度仮想的な全体像から成る演繹理論」である①の段階の議論なのである。

ここで注目しておきたいことは、不安定性原理は「人々の行動のあり方によらず成り立つ①の段階の議論」であるということである。つまり、不安定性原理は「人々の行動のあり方による②の段階の議論」とは明確に区別されているのである。この点について筆者難波（2013）において詳しく検討した。

本稿のテーマとの関わりで重要であるのは、①の段階の議論である不安定性原理は、一時点に作用する動学的特性を表わすものであるが、②の段階の議論は「現実の事態の進行を表す事象の連鎖（sequence of events）の理論」であり、時間の進行を含むものであるという中村氏の主張である。このことから中村氏は次のように述べている。

「不安定性原理は一時点における力の作用の方向を示すという性質から、それだけでは変動全体を表わす complete な体系を形成しないのに対して、サミュエルソン＝ヒックス・モデルは、異時点における変数をそれぞれ確定させることで変動を描写するので、変動全体を表した complete な体系であるということである。後者の方法は、次に起こる事態(B)を確定させてゆくことで、時点  $t_0$  から時点  $t_1$  への変動を表わし、それを繋げることで変動全体を理解するアプローチ（確定化の方法と呼ぼう）である。」<sup>5</sup>

ここで中村氏は、「不安定性原理」は「一時点における力の作用の方向を示すという性質」により、「それだけでは変動全体を表わす complete な体系を形成しない」とするのである。そしてその上で「サミュエルソン＝ヒックス・モデルは、異時点における変数をそれぞれ確定させることで変動を描写するので、変動全体を表した complete な体系」であると述べるのである。さらに、サミュエルソン＝ヒックス・モデルのような方法を、変動全体を理解するアプローチ、つまり、「確定化の方法」と呼ぶのである。このことはラグ分析に基づいた定差方程式体系で経済の変動全体を確定しようとするサミュエルソン＝ヒックス・モデルとハロッドモデルの大きな違いであると中村氏は主張する。そしてこのこととのかかわりで、置塩教授のハロッドモデルについて「ハロッド理論に行動方程式を与えることで complete なモデルとして完成させる試みの最終形態が置塩モデルである」と述べるのである。

本稿では、中村氏の不安定性原理の解釈の検討を中心

にハロッドの不安定性原理にかかわる時間の検討を行い、不安定性原理をどのように考えるのが適切かを検討したい。

## Ⅱ 不安定性原理に関わる時間関係についてのハロッドの見解

不安定性原理に関わる時間に関してまずはハロッド自身の著述を検討したい。不安定性原理が初めて展開された論文である Harrod（1939）においてハロッドは次のように述べている。

「移動均衡、即ち、保証された発展の経路に固有の不安定性についての前述の証明は、と の値が の値から独立であるという仮定に依存している。このことは形式上は正しい。この分析は1時点に関係している（以下を含めて下線は難波）」<sup>6</sup>

つまり、不安定性原理（保証された発展の経路に固有の不安定性）は1時点に関係していると述べている。このことにかかわるが、中村氏は「不安定性原理は一時点における力の作用の方向を示すという性質から、それだけでは変動全体を表わす complete な体系を形成しない」とし、「時点  $t_0$  から時点  $t_1$  への変動を表わす」す「確定化の方法」ではないと述べている。Harrod（1939）にはこのことを示唆する次のような叙述もある。

「以下の『理論』は、事態の経路を詳細に決定するものではなく、静止状態の研究に関して静学理論によって与えられたものに類似させて変化の研究に適応した概念の枠組みを与えるべきものである」<sup>7</sup>

さらに Harrod（1939）には次のような文章もある。

「保証成長率は未知数として現れ、その値は一定の『基礎的条件』—すなわち、貯蓄性向や技術の状態によって決まることに注意すべきである。動学を2時点の交差（cross-reference）として定義する人々はこの方程式を動学とはみなさないであろう。かの特殊な動学の定義はそれ自身の重要性和関連の分野を持っている。私は動学を成長率が未知数として現れる命題に関連するものと定義することを好んでいる。この方程式は調整のラグを表わすものよりも明らかに基本的である。」<sup>8</sup>

ここでハロッドは動学を2時点の交差（cross-reference）として定義するのではなく、成長率が未知数として現れる命題に関連するものと定義している。2時点の交差（cross-reference）の理論とは、中村氏のいう②の段階の議論である「現実の事態の進行を表す事象の

連鎖 (sequence of events) の理論」に関わると考えることができる。そしてハロッドは成長率の方程式を調整のラグを表す「事象の連鎖」の段階の議論よりもより基本的であるとするのである。

上の引用文で重要と思われるのは「事象の連鎖」の段階の議論は調整のラグを表すということである。ハロッドは Harrod (1939) においてラグについて次のように述べている。

「動学理論を構築しようとする試みは最近、他の方向、即ち、一定の調整のラグによって進められてきた。適当な遅れの導入によって振動する体系の傾向を立証することはできる。このような研究については、振動の付け加えられた趨勢の性質についていくらか疑問がある。ラグによっておこる振動を相殺するように抑止的な方策が導入されると仮定すれば、体系は安定的になるのか、あるいは進歩的になるのか？それはどのような率でか？わたしのいう意味での動学理論は、この点をいくらか明らかにすることができよう。

さらに、成長の趨勢そのものが振動をおこす力を生み出すということは可能であり、以下の議論はこのことを立証しようとするものである。このことは、たとえそうであるとしても、ラグの効果を研究することの重要性をそこなうものではない。しかし、ラグを唯一のよりどころとして景気循環を説明しようと試みることは、不必要な力わざ (tour de force) であろう。増加の趨勢を維持する力の作用の研究と、ラグの研究は、一緒に行われるべきである」<sup>9</sup>

ここで注目すべきであるのは、ハロッドは「ラグの効果を研究することの重要性」は認めているということである。但し、「ラグを唯一のよりどころとして景気循環を説明しようと試みることは、不必要な力わざ (tour de force)」であるとしているのである。

ところで「ラグを唯一のよりどころとして景気循環を説明しようと試みることは、不必要な力わざ (tour de force) であろう」というハロッドの考え方は、後で述べるように、置塩教授が指摘した「当時次第に広がりつつあった経済動学をタイム・ラグの導入によって作り上げようとする学会の状況に対するハロッドの過剰な拒否反応」と考えられるが、この拒否反応はハロッドの動学に問題を生じさせた。

ハロッドは Harrod (1939) において必要資本係数  $C$  (Harrod (1939) においては必要資本係数は  $C$  であるが、ハロッドの他の著作、論文においては  $C_r$  である) に関して次のように述べている。

「私は  $C$  が事前量かどうかはわからない。むしろ  $C$

はいかなる期においても生産者達はその期に企てている生産量に理想的に適応しているとみなされる資本財への追加である」<sup>10</sup>

つまり、 $C$ 、従って、ある期の投資は、次期ではなく当該期の生産水準に対応してなされると考えるのである。これは通常のマクロ動学の資本蓄積の考え方と異なるが、このことに関連してハロッドは次のように述べている。

「生産者が第 1 期に適正だと考える資本の増加は、現実の世界では第 1 期における総産出量の増加ではなく、次の時期における予期される増加に関係しているということから、この分析において何か非現実なものがあると感じるかもしれない。この異論は二つの部分に分けられる。(a) 資本支出の多くは長期計画に関係しているという事実ゆえに、基本方程式は加速度原理の短期効果にウエイトを置きすぎていると考えられるかもしれない。この異論は十分に認められるものであり、後述の方程式の修正の際に斟酌される。(b) 加速度原理が適用できる範囲においてさえ、設備（そして在庫？）の供給の増加とそれらが維持することを予定された産出量の流れの増加との間には、いくらかのラグがあるに違いないとしてさらに反対されるかもしれない。このことにはいくらかの論拠があるかもしれない。

しかし、この点は議論のこの部分においてはラグについての全ての問題と一緒に慎重に無視する。それらのラグの研究は疑いもなく重要であるが、分析における分業は不可欠であり、そしてこの場合、この無視は趨勢とその影響そのものを決定する諸力についてのできる限り明かな考えを得るために必要なのである。さらに小見出し (b) で言及されているラグは、恒常的發展 (steady advance)  $G$  が維持される場合には、 $x_1 - x_0$  と  $x_2 - x_1$  の間の差は少量の 2 階差であるからおそらく重要でないであろう。換言すれば、資本の増分を同じ時期の産出量の増加を支えるのに必要と見なすかそれに直ぐ続く期の総産出量の増加を支えるのに必要と見なすかは重要ではないのである。」<sup>11</sup>

つまり、ハロッドは「生産者が第 1 期に適正だと考える資本の増加は、現実の世界では第 1 期における総産出量の増加ではなく、次の時期における予期される増加に関係しているということから、この分析において何か非現実なものがあると感じるかもしれない」と述べ、「加速度原理が適用できる範囲においてさえ、設備（そして在庫？）の供給の増加とそれらが維持することを予定された産出量の流れの増加との間には、いくらかのラグがあるに違いないとしてさらに反対されるかもしれない」と述べつつ、「この点は議論のこの部分においてはラグ



についての全ての問題と一緒に慎重に無視する」とするのである。つまり、ラグの問題を無視するのである。そしてその理由は「恒常的發展 (steady advance)  $G$  が維持される場合には、 $x_1 - x_0$  と  $x_2 - x_1$  の間の差は少量の2階差であるからおそらく重要でないであろう」ということなのである。

ハロッドの同様の考え方は成長率の方程式についての次の叙述にもある。

「 $x_0$  を第0期の産出量、 $x_1$  第1期の産出量とすれば、 $G = \frac{x_1 - x_0}{x_0}$  である。期間を短く仮定するのであるから、分母は  $x_0$  と  $x_1$  のどちらでもよい。 $x_0$  と  $x_1$  は個々の産出量全部の合成されたものである。」<sup>12</sup>

この「期間を短く仮定する」ということから成長率の「分母は  $x_0$  と  $x_1$  のどちらでもよい」という考えは、「恒常的發展 (steady advance)  $G$  が維持される場合には、 $x_1 - x_0$  と  $x_2 - x_1$  の間の差は少量の2階差であるからおそらく重要でないであろう」という考え方同様のものである。

ところでハロッドが「私は  $C$  が事前量かどうかはわからない。むしろ  $C$  はいかなる期においても生産者達がその期に企てている生産量に理想的に適応しているとみなされる資本財への追加である」と述べていることは、ハロッドが資本蓄積の式を、 $K$  を資本ストック、 $I$  を投資水準として、通常のように、

$$K_{t+1} = K_t + I_t \quad (1)$$

ではなく、

$$K_{t+1} = K_t + I_{t+1} \quad (2)$$

と考えていたことを意味している。(2) 式はハロッドとケインズの往復書簡において、ハロッドとケインズの両者が想定していたものであり、このことは既に置塩教授が置塩 (1986) で指摘している<sup>13</sup>。

往復書簡においてハロッドが資本蓄積の式を (2) 式のようにしたことの意味は本稿のテーマにかかわり重要であるので、以下で少し詳しく検討したい。

ハロッドとケインズの往復書簡で注目すべきことは次の二点である。

第一点は保証成長率を次のように定義したことである。

$$G = \frac{100}{MR - 1} \quad (3)$$

ここで  $M$  は投資乗数 (従って、限界貯蓄性向を  $S_m$  として  $M = \frac{1}{S_m}$ )、 $R$  は平均必要資本係数である。100は100%のことである。ここでの議論では保証成長率を恒常成長率、つまり、Harrod (1973) における「正常保証成長率」と考えていると思われるために、平均必要資本係数

と (限界) 必要資本係数 ( $C_r$ )、限界貯蓄性向 ( $s_m$ ) と平均貯蓄性向 ( $s_a$ ) を同一と考えることができる ( $s_m = s_a$  である貯蓄性向を  $s$  とする)。また100%を%表示とせず1とする。そうすると (3) 式は次のようになる。

$$G = \frac{1}{\frac{C_r}{s} - 1} = \left( \frac{s}{C_r - s} \right) \quad (4)$$

それでは何故、保証成長率は (4) 式で表されるのだろうか。置塩 (1986) や中村 (2008) によればこれは次のような計算方法によると考えられる<sup>14</sup>。

総生産を  $Y$  で表すと、保証成長率は次の二式が成立する成長率である。

$$sY_t = I_t \quad (5)$$

$$C_r Y_t = K_t \quad (6)$$

従って、(2) 式を前提にすると (6) 式より、

$$C_r (Y_{t+1} - Y_t) = I_{t+1} \quad (7)$$

となり、(5) 式と (7) 式より、

$$C_r (Y_{t+1} - Y_t) = sY_{t+1} \quad (8)$$

であるから、

$$C_r \left( \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_{t+1}} \right) = s \quad (9)$$

である。従って、恒常成長率である保証成長率を  $G$  と

して、 $G = \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t}$  とすると、

$$C_r \left( \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} \cdot \frac{Y_t}{Y_{t+1}} \right) = C_r \left( \frac{G}{1 + G} \right) = s$$

である。上式から (4) 式が導かれる。

ハロッドとケインズの往復書簡で注目すべきことの第二点は、置塩教授も言われているようにケインズが「 $C_r > s$  でなければ、企業の望む  $C_r$  をもたらす産出高の成長率  $G_w$  (保証成長率) は存在しないし、ハロッドのいう不安定性も生じないとし、ハロッドの議論は  $C_r > s$  を前提にしていると批判した」<sup>15</sup> ことである。次にこの点について検討したい。

「 $C_r > s$  でなければ、企業の望む  $C_r$  をもたらす産出高の成長率  $G_w$  (保証成長率) は存在しない」という点に関しては、置塩教授も指摘されているが、(8) より、

$$(C_r - s)Y_{t+1} = C_r Y_t \quad (10)$$

であるから、 $C_r < s$  であるとする、 $Y_t > 0$  の時、 $Y_{t+1} < 0$  となることから明らかであろう。

次に「 $C_r > s$  でなければ、ハロッドのいう不安定性も生じない」という点に関して言えば、次のように考えられる。まず保証成長率は、

$$\frac{\Delta Y_w}{Y} = \frac{s}{C_r} \quad (11)$$

であるから、

$$C_r \Delta Y_w = sY \quad (12)$$

であるが、置塩教授が指摘されているようにケインズは「産出高が  $x(>0)$  だけ保証産出高を超過したとすると、企業が望む資本増加額は  $C_r(\Delta Y_w + x)$  となり、新投資量は  $s(Y+x)$  となる」と考えていたようである。そしてこのことから不安定性原理が成立するためには「産出高が  $x(>0)$  だけ保証産出高を超過したとすると」、その結果として「企業にとって資本過小となるためには」<sup>16</sup> 次式が成立しなければならないと考えていたようである。

$$C_r(\Delta Y_w + x) > s(Y+x) \quad (13)$$

従って、(12)、(13) から、ケインズは不安定性原理が成立するために、産出高が保証産出高を超過した時に資本過小となるためには、 $C_r > s$  でなければならないと考えたと思われるのである。

しかしここで問題は「産出高が  $x(>0)$  だけ保証産出高を超過したとすると、企業が望む資本増加額は  $C_r(\Delta Y_w + x)$  となり、新投資量は  $s(Y+x)$  となる」という考え方である。ある時点の産出高が「 $x(>0)$  だけ保証産出高を超過した」時、確かに、「企業が望む資本増加額は  $C_r(\Delta Y_w + x)$ 」となるが、従来の考え方では新投資額は  $s(Y+x)$  ではなく  $sY$  である。何故ならば、「生産者が第1期に適正だと考える資本の増加は、現実の世界では第1期における総産出量の増加ではなく、次の時期における予期される増加に関係している」から、つまり、通常の間接法では投資は次期の（予想）生産水準に対応して決まり、当該期の生産（それはその期の投資に規定されるその期の有効需要によって決まる）に対応しないからである。「産出高が  $x(>0)$  だけ保証産出高を超過したとすると」、その結果として「企業にとって資本過小となる」ために (13) 式が成立しなければならないのは、ある期の投資がその期の生産に対応していると考えられる場合だけである。つまり資本蓄積を示す方程式を (2) 式と考える場合だけである。

以上からわかるように、保証成長率が (4) 式で表されることも、「 $C_r > s$  でなければ保証成長率も存在しないし、不安定性も生じない」ということも、資本蓄積の式が (2) 式で表されることに関わっている。しかし、資本蓄積率の式を (2) 式とすることは明らかに不合理である。先に見たように、この場合、(10) 式より、 $C_r > s$  の場合に  $Y_t > 0$  の時、 $Y_{t+1} < 0$  となるからである。

それでは何故、ハロッドは「生産者が第1期に適正だと考える資本の増加は、現実の世界では第1期における総産出量の増加ではなく、次の時期における予期される

増加に関係しているということから、この分析において何か非現実なものがあると感じるかもしれない」と述べつつ、資本蓄積を示す方程式を (2) 式のように考えたのであろうか。

これに関しては置塩教授の置塩 (1986) における次の主張が重要である。置塩教授はハロッドがケインズの「ハロッドの議論は  $C_r > s$  を前提にしている」という批判に明白に反論できなかった理由について次のように述べている。

「当時次第に広がりつつあった経済動学をタイム・ラグの導入によって作り上げようとする学会の状況に対するハロッドの過剰な拒否反応にあると考えられる。その結果、彼は時間を通じての変化を微分方程式で考えるということを好んだ。微分方程式で考えると (7) も (12) も、

$$\dot{K}(t) = I(t)$$

と書かれ、 $I(t)$  が  $K(t+1)$  を増加させるのか、 $K(t)$  を増加させるのかの相違はきえてしまう。また、成長率を (10) で考えるのか (11) で考えるのかは、いずれも

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{s_a}{R}$$

と書かれ、われわれがケインズの批判との関係で考えている相違点は見えなくなってしまう。」<sup>17</sup>

引用文に書かれている (7) 式と (12) 式は、それぞれ本稿における (2) 式と (1) 式に対応する。さらに引用文における (10) 式と (11) 式は、各々以下の (14) 式、(15) 式に対応する。

$$\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = \frac{s_a}{R} \quad (14)$$

$$\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_{t+1}} = \frac{s_a}{R} \quad (15)$$

結局、ハロッドは「期間を短く仮定する」ことから、いわば「微分方程式的」に考えて (1) 式と (2) 式の違い及び (14) 式と (15) 式の違いを無視したと思われるのである。しかし、このことは総生産水準がマイナスになる等の経済的に大きな問題を生じさせる。

置塩教授の言う「当時次第に広がりつつあった経済動学をタイム・ラグの導入によって作り上げようとする学会の状況に対するハロッドの過剰な拒否反応にかかわり Harrod (1956) には次のような一文がある。

「私の理論は、十分な仮定を与えておらず、事実上、『不完全なモデル』であるという理由で批判されてきた。ヒックス氏は『計量経済学者の理論からハロッドの理論まで到達した者は誰でも、後者が一見してより脆弱で、

便利さに欠けるマクロ動学モデルの一解釈にすぎないように見えるとしている。・・・ハロッド理論は計量経済学者のモデルの長所のいくつかが不足しており、この不足により大きく損なわれている。』と書いている。私は特殊な仮定を与えてモデルを完全なものにすることをあえて省略した。一旦、モデルが完全になると、振動は仮定されたラグによって起こる。・・・従って、モデルを完全にすると、よりエレガントな体裁になるが、救いようがない混乱の要素を持ち込むことになる。』<sup>18</sup>

ここで「一旦、モデルが完全になると、振動は仮定されたラグによって起こる」という叙述は、先に見た Harrod (1939) における「ラグを唯一のよりどころとして景気循環を説明しようと試みる」ことにかかわっていると思われる。またここでハロッドは、中村氏のいうように、不安定性原理はそれだけでは変動全体を表わす complete な体系を形成しないと述べていると考えられる。

ハロッドがモデルを完全にすると「振動は仮定されたラグによって起こる」と指摘するのはサミュエルソンの理論に対してである。ハロッドは「サミュエルソンの振動の原因は仮定されたラグにある。床や天井は何の役割も果たさない」<sup>19</sup> と述べている。そして「サミュエルソン教授は、通常のラグ分析で、乗数分析と加速度原理の相互作用にかかわる四つの可能な結果を示した（ここで四つの結果とは一様収束、循環収束、循環発散、一様発散のことであると思われる一難波）。これらは係数の値に依存している」<sup>20</sup> と述べる一方で、「自分の動学システムで無限に発散する運動（不安定性原理のことであろう一難波）はこれらの係数がいかなる値をとっても生じる」と述べている。

確かに、サミュエルソンモデルは経済成長を有効需要の側面のみから見ていることや、加速度原理が常に実現する事等、ハロッドの動学とは異質のものである。その意味でハロッドが自らの動学とサミュエルソンの動学を差別化しようとすることは理解できる。

従って、ハロッドが「ラグを唯一のよりどころとして景気循環を説明しよう」とする議論に反発することは理解できるとしても、そのことから「時間を通じての変化」を定差方程式ではなく「微分方程式で考えるということ」を好んだ」ため（１）式と（２）式の違い及び（１４）式と（１５）式の違い無視したことは大きな問題である。繰り返すが、この場合、総生産水準がマイナスになる等の大きな問題が生じるからである。ラグを導入して定差方程式で考えるということは、ラグのみによって景気循環や経済成長を導出できるモデルを構築するためではなく、置塩教授が置塩（１９８２）等で強調されているように、離散的な時間関係により時間の順序性を明確にし、そのことによって変数間の影響関係を明確にするためなのであ

る。

確かに、本節の冒頭に見たようにハロッドは、「保証された発展の経路に固有の不安定性」、つまり不安定性原理の分析は「１時点に関係している」と述べている。しかし、具体的に経済が不安定になる仕組みについて言及している次の箇所においては、経済の不安定性が時間の経過を要することを示しているように書かれている。

「かくして、 $G$  が  $G_w$  を越えるならば、方程式の右辺は  $s/C$  を越えるにちがいない。この効果の全てを  $C_p$  に見出そうとするならば、 $C_p$  は  $C$  よりも小さいであろうし、そしてこのことは拡大の刺激となる。企業が在庫や設備の不足に気づくならば、彼らの注文を増やすであろう。」<sup>21</sup>

つまり、ハロッドは  $G > G_w$ 、従って、 $C_p < C$  となった時に、企業は在庫や設備の不足に気づき注文を増やすと述べるが、企業が在庫や設備の不足に気づいて注文を増やすという過程で時間が経過しているはずである。

実際、ハロッドは「資本財の不適正な増加や減少が注文の流れに影響を及ぼすのに必要な時間」として、「６ヶ月」という例を上げているのである<sup>22</sup>。またそもそも不安定性原理においては、 $G > G_w$ 、従って、 $C_p < C$  となった時に、企業が在庫や設備の不足に気づいて注文を増やして  $G$  が拡大するが、そのことによってさらに  $G$  が  $G_w$  から乖離することとなり、さらに  $C_p$  が  $C$  から乖離して在庫や設備の不足が深刻になるという過程が進行する。

つまり、ある時点で「 $G > G_w$ 、従って、 $C_p < C$ 」となることのみならず、そのことから次期以降さらに  $G$  と  $G_w$ 、 $C_p$  と  $C$  の乖離が広がることが論じられている。従って、不安定性原理は「一時点における力の作用の方向を示す」というよりも一定の持続的な発散運動を示していると思われる。そして不安定性原理を持続的な発散運動であると認識して、置塩モデルを代表とする数多くのハロッド動学モデルが考案されてきたのである。

不安定性原理が持続的な運動であるのであれば、complete な体系としての動学モデルで分析するのが適切である。そしてこの場合、「時間を通じての変化を微分方程式で考えるということ」を好んだ」ために（１）式と（２）式が同一視され、総生産水準がマイナスになる等の大きな問題が生じないようにするためには、時間の順序性を明確にした定差方程式を用いたモデルで分析することが適切である。次節では、時間の順序性を明確にした定差方程式を用いたモデルで不安定性原理を再検討するが、微分方程式で考えた時には同一視される（１）式と（２）式の違いが、時間の順序性を明確にした定差方程式を用いたモデルでは不安定性原理における不安定性の性格を変えることを示したい。

## II 資本蓄積の式と不安定性原理

本節では、前節末で述べたように、微分で考えた時には同一視される（１）式と（２）式の違いが、時間の順序性を明確にした定差方程式を用いたモデルでは不安定性原理における不安定性の性格を変えることを示したい。

まず、資本蓄積を示す方程式を通常のように（１）式で考えることとする。再確認すると、ハロッドにおいて不安定性原理は次のようなものであった。

「かくして、 $G$ が $G_w$ を越えるならば、方程式の右辺は $s/C$ を越えるにちがいない。この効果の全てを $C_p$ に見出そうとするならば、 $C_p$ は $C$ よりも小さいであろうし、そしてこのことは拡大の刺激となる。企業が在庫や設備の不足に気づくならば、彼らの注文を増やすであろう。」

先に述べたように必要資本係数は Harrod (1939) においては $C_r$ であるが、ハロッドの他の著作、論文においては $C_r$ であるから以下では $C_r$ とする。またハロッドは不安定性原理を証明する際は、恒常成長率であることを仮定していると考えられるから、 $s$ と $C_r$ は一定であるものとする。基準時点を $t$ 期首とすると、「企業が在庫や設備の不足に気づく」とする場合、この在庫や設備の不足は $t-1$ 期のものである。この時、 $\frac{K_{t-1}-K_{t-2}}{Y_{t-1}-Y_{t-2}}$ は $C_r$ より

小さくなる。また直近の過去の成長率は $G_{t-2} = \frac{Y_{t-1}-Y_{t-2}}{Y_{t-2}}$

であるから、注文を増やして引き上げる成長率は

$G_{t-1} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$  となる。従って、動学モデルは次のようになる。

$$G_{t-1} - G_{t-2} = \beta \left( \frac{Y_{t-1} - Y_{t-2}}{K_{t-1} - K_{t-2}} - \frac{1}{C_r} \right) \quad (16)$$

ここで資本蓄積の式が（１）式であれば、 $K_{t-1} - K_{t-2} = I_{t-2}$ であるから、

$$G_{t-1} - G_{t-2} = \beta \left( \frac{Y_{t-1} - Y_{t-2}}{I_{t-2}} - \frac{1}{C_r} \right) \quad (17)$$

である。ここで、 $I_{t-2} = sY_{t-2}$ であるから、

$$G_{t-1} = G_{t-2} + \frac{\beta}{s} \left( G_{t-2} - \frac{s}{C_r} \right) \quad (18)$$

である。この場合、 $G_{t-1} = G_{t-2} = G$ の時、 $G = \frac{s}{C_r}$ である。つまり保証成長率は $\frac{s}{C_r}$ である。また、

$$\frac{dG_{t-1}}{dG_{t-2}} = 1 + \frac{\beta}{s} > 1 \quad (19)$$

であり、 $G_{t-2} = 0$ の時、 $G_{t-1} = -\frac{\beta}{C_r}$ であるから、位相図は次のようになる。

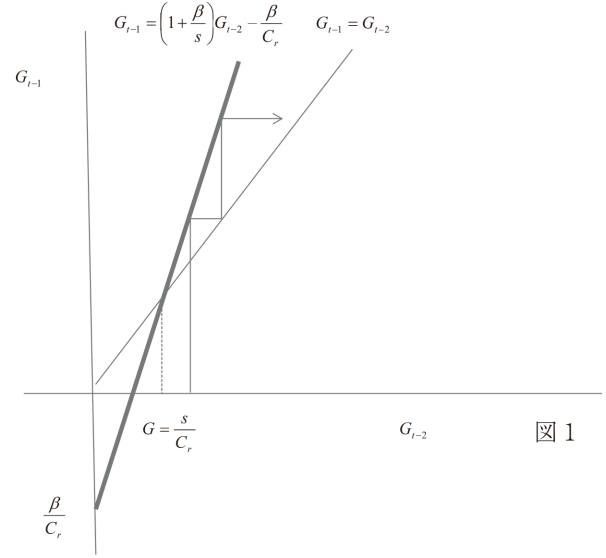


図 1

位相図より、確かに経済は保証成長率 $\frac{s}{C_r}$ に対して不安定となる。ところで（18）式より、

$$\Delta G_{t-2} = \frac{\beta G_{t-2}}{s} - \frac{\beta}{C_r} \quad (20)$$

である。従って、

$$\Delta G_{t-2} > 0 \Leftrightarrow G_{t-2} > \frac{s}{C_r} \quad \Delta G_{t-2} < 0 \Leftrightarrow G_{t-2} < \frac{s}{C_r}$$

であるから、縦軸を $\Delta G$ 、横軸を $G$ とすると、次のような図が書ける。つまり $G_{t-2} > \frac{s}{C_r}$ の場合、 $\Delta G$ は無制限に増大する。

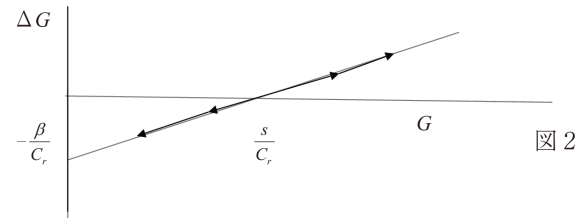


図 2

次に資本蓄積の式が（２）式の場合を考える。この場合、 $K_{t-1} - K_{t-2} = I_{t-1}$ であるから、（16）式より、

$$G_{t-1} - G_{t-2} = \beta \left( \frac{Y_{t-1} - Y_{t-2}}{I_{t-1}} - \frac{1}{C_r} \right) \quad (21)$$

である。従って、

$$G_{t-1} = G_{t-2} + \beta \left( \frac{G_{t-2}}{s(1+G_{t-2})} - \frac{1}{C_r} \right) \quad (22)$$

となる。

$G_{t-1} = G_{t-2} = G$ の時、 $\frac{G}{s(1+G)} = \frac{1}{C_r}$ から、 $G = \frac{s}{C_r - s}$ となる。

つまり、この場合の保証成長率は $G = \frac{s}{C_r - s}$ となる。また、



$$\frac{dG_{t-1}}{dG_{t-2}} = 1 + \frac{\beta}{s(1+G_{t-2})^2} > 1$$

$$\frac{d^2(G_{t-1})}{d(G_{t-2})^2} = -\frac{2\beta}{s(1+G_{t-2})^3} < 0$$

であり、 $G_{t-2} = 0$  の時、 $G_{t-1} = -\frac{\beta}{C_r}$  であるから、位相図は次のようになる。

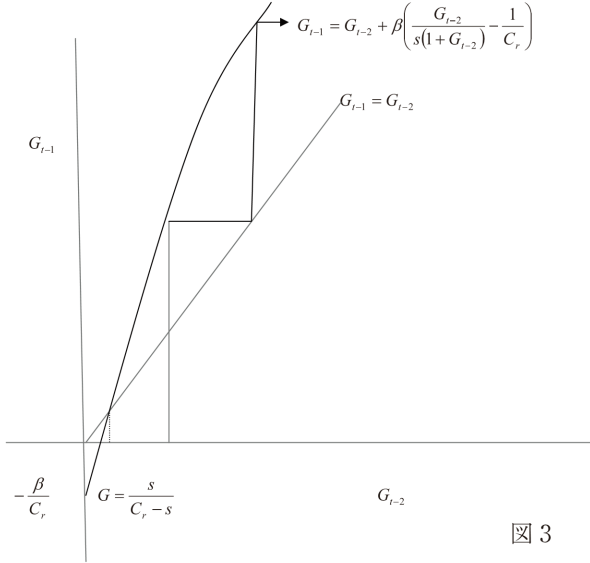


図 3

位相図より、この場合も経済は保証成長率  $\frac{s}{C_r - s}$  に対して不安定となっている。問題はその不安定性の性格である。

$$\frac{dG_{t-1}}{dG_{t-2}} = 1 + \frac{\beta}{s(1+G_{t-2})^2} \text{ であるから、} G_{t-2} \rightarrow \infty \text{ の時、}$$

$$\frac{dG_{t-1}}{dG_{t-2}} = 1 \text{ である。}$$

つまり、通常の不安定性原理では成長率の上昇に伴って  $G_{t-2}$  と  $G_{t-1}$  の乖離は大きくなるが、本モデルでは  $G_{t-2}$  の増加による  $G_{t-1}$  の増加は一定になるのである。このことは次のようにして確かめられる。

(22) 式より、

$$\Delta G_{t-2} = \frac{\beta G_{t-2}}{s(1+G_{t-2})} - \frac{\beta}{C_r} = \frac{\beta}{s \left( \frac{1}{G_{t-2}} + 1 \right)} - \frac{\beta}{C_r} \quad (23)$$

である。従って、 $t \rightarrow \infty$  の時  $\Delta G_{t-2} = \frac{\beta}{s} - \frac{\beta}{C_r} = \frac{\beta(C_r - s)}{sC_r}$  である。また、

$$\Delta G_{t-2} > 0 \Leftrightarrow G_{t-2} > \frac{s}{C_r - s} \quad \Delta G_{t-2} < 0 \Leftrightarrow G_{t-2} < \frac{s}{C_r - s}$$

$$\frac{d(\Delta G_{t-2})}{dG_{t-2}} = \frac{\beta}{s(1+G_{t-2})^2} > 0 \quad \frac{d^2(\Delta G_{t-2})}{d(G_{t-2})^2} = -\frac{\beta}{s(1+G_{t-2})^3} < 0$$

であるから、縦軸を  $\Delta G$ 、横軸を  $G$  とすると、次のような図が書ける。

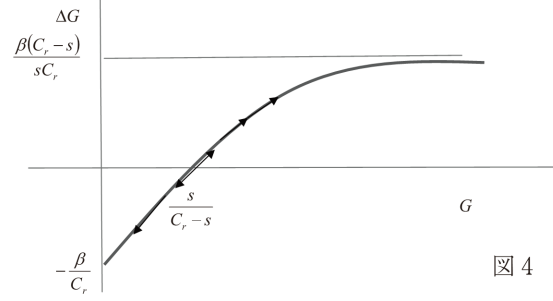


図 4

特に重要であるのは、 $t \rightarrow \infty$  の時  $\Delta G_{t-2} = \frac{\beta(C_r - s)}{sC_r}$  であることから、 $\Delta G$  はある水準  $\left( \frac{\beta(C_r - s)}{sC_r} \right)$  に漸近するということであり、従って、上限があるということである。

以上により、資本蓄積の式が (1) 式の場合のモデルと (2) 式の場合のモデルを比較すると、次のような違いがあることがわかる。

- ① 資本蓄積の式が (1) 式の場合のモデルでは保証成長率は  $\frac{s}{C_r}$  であるが、資本蓄積の式が (2) 式の場合のモデルでは保証成長率は  $G = \frac{s}{C_r - s}$  である。
- ② 資本蓄積の式が (1) 式の場合でも (2) 式の場合でも体系は不安定であるが、資本蓄積の式が (1) 式の場合は、経済成長率の上昇幅、つまり  $\Delta G$  は無制限に増加するが、資本蓄積の式が (2) 式の場合は  $\Delta G$  はある水準に漸近し、上限がある。

### III おわりに

本稿では、不安定性原理に関する最近の注目すべき研究である中村氏の不安定性原理の解釈の検討を中心にハロッドの不安定性原理の再検討を行い、不安定性原理の時間構造をどのように考えるのが適切かを考察した。

中村氏はハロッドの不安定性原理はある一時点に関係するものとされ、異時点間をつなぐモデル分析の対象ではないとされる。確かにハロッドの著作においても不安定性原理は一時点に関係すると叙述している箇所がある。またそのことに関連してハロッドはラグ分析に拒否感を示している。しかしハロッドがラグ分析を拒否して微分的に考えたことから無視した資本蓄積を示す方程式の違いは総生産水準がマイナスになるという経済学的に大きな問題を生じさせる。また不安定性原理は、ある時点で  $G > G_w$ 、従って、 $C_p < C$  となることのみならず、そのことから次期以降、 $G$  と  $G_w$ 、 $C_p$  と  $C$  の乖離がさらに広がるということが論じられている。従って、不安定性原理は一時点に関係するものというよりも持続的な発散運動を示していると思われる。

以上のことから本稿では、不安定性原理は時間の順序性を明確にした定差方程式の動学モデルで分析した方が適切であることを示した。さらにハロッドがラグ分析を拒否したことにかかわらず無視した資本の増分を同じ時期



の産出量の増加を支えるのに必要と見なすかそれに直ぐ続く期の総産出量の増加を支えるのに必要と見なすかによる資本蓄積の式の違いは、定差方程式を用いたモデルでは、不安定性原理における不安定性の性格を変えることを明らかにした。

*Economic Journal*.

Harrod, R.F. (1973) *Economic Dynamics*, London : Macmillan.

## 注

- 1 中村 (2008) 95頁.
- 2 中村 (2008) 96頁.
- 3 中村 (2008) 98—9頁.
- 4 中村 (2008) 98頁.
- 5 中村 (2008) 101頁.
- 6 Harrod (1939) p.24
- 7 Harrod (1939) p.14.
- 8 Harrod (1939) p.17.
- 9 Harrod (1939) 14-15頁
- 10 Harrod (1939) p.19.
- 11 Harrod (1939) pp.19-20.
- 12 Harrod (1939) p.16.
- 13 置塩 (1986) 41頁
- 14 置塩 (1986) 41頁、中村 (2008) 114頁
- 15 置塩 (1984) 2 頁.
- 16 置塩 (1984) 2 頁
- 17 置塩 (1986) p.46
- 18 Harrod (1951) p.263.
- 19 Harrod (1951) p.263.
- 20 Harrod (1951) p.264.
- 21 Harrod (1939) p.21
- 22 Harrod (1939) p.25-26.

## 引用文献

(邦文)

- 中村隆之 (2008) 『ハロッドの思想と動態経済学』日本評論社.
- 難波安彦 (2013) 「ハロッドの動学分析の方法について—中村隆之氏の置塩信雄批判について—」 『兵庫教育大学 研究紀要』第43巻.
- 置塩信雄 (1982) 「経済分析における微分方程式と定差方程式の援用について」『神戸大学経済学研究年報』第29号.
- 置塩信雄 (1984) 「ハロッド動学再考」『国民経済雑誌』第150巻 6 号.
- 置塩信雄 (1986) 「保証成長率について—ケインズとハロッド」『国民経済雑誌』第153巻 2 号.

(英文)

- Harrod, R.F. (1939) “An Essay in Dynamic Theory,” *Economic Journal*.
- Harrod, R.F. (1951) “Note on Trade Cycle Theory,”