

新学習指導要領を視座とした算数文章題に関する一考察

A Study of Arithmetic Word Problems on the Perspective of the New Course of Study

加藤 久恵* 多鹿 秀継** 藤谷 智子***
KATO Hisae TAJIKA Hidetsugu FUJITANI Tomoko

本稿では、新学習指導要領で強調されている観点のうちで以下の3つを取り上げ、それらの観点から4種類の算数文章題に焦点化し実態調査を行うことによって、新学習指導要領で目指す学習指導への示唆を得ることを目的とした。

第一は、基礎的・基本的な知識・技能の習得という観点から、小数の除法に関わる算数文章題を取り上げた(問題1)。第二は、中学校の学習への円滑な接続という観点から、方程式につながる算数文章題を取り上げた(問題2, 問題3)。第三は、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて考えたり、説明したり、表現したりする力の育成という観点から、2次元表の読解と作成に関する算数文章題を取り上げた(問題4)。さらに、上記の4種類の算数文章題では、解決ステップの複雑さによって2つのレベル(解決ステップが少なく比較的解決が容易だと考えられるA問題、解決ステップが多く比較的解決が困難だと考えられるB問題)を設け、計8タイプの問題群とした。

4種類の問題ごとでA問題とB問題の正答率の違いを検討した結果、4種類の問題すべてでA問題よりもB問題の難易度が高いことが示唆された。次に、4種類の文章題それぞれのA問題5問の中で正答率に違いがあるのか、B問題5問の中で正答率に違いがあるのか検討した結果、問題4のB問題以外の各文章題のA問題5問とB問題5問はそれぞれ同様の難易度であることが示唆された。問題4・Bについての考察の結果、難易度を考慮したA問題・B問題の設定に関する理論的枠組みが実証されたといえる。今後は、それらの困難性の特徴を踏まえた指導方法の開発が必要であり、特に、自己説明を促すことによる算数文章題解決の促進を実証的に解明することが課題である。

キーワード：算数文章題、学習指導要領

Key words : arithmetic word problem, the course of study

1. 新学習指導要領の特徴から焦点化する算数文章題

一般に文章題とは、日常の現実世界のテーマを文章で記述して解答を求める算数問題であるといえる(中原, 2000; 吉田・多鹿, 1995)。子どもたちは計算問題よりも文章題を苦手としているということは、よく指摘される。たとえば平成13年度に実施された小中学校教育課程実施状況調査・小学校算数(国立教育政策研究所, 2003)においても、問題場面の数量関係を式に表すことに課題がみられる。

一方、平成20年3月に告示された新学習指導要領の算数科における改善の基本方針として安彦(2008)は、「身に付けた算数を生活や学習に活用する」、「知的なコミュニケーションをはかる」、「算数的活動を生かした指導の充実」、「スパイラルによる教育課程の編成」、「小・中の接続・連携」をあげている。これを踏まえて本稿では、新学習指導要領で強調されている観点のうちで以下の3つを取り上げ、それらの観点から4種類の算数文章

題に焦点化し実態調査を行うことによって、新学習指導要領で目指す学習指導への示唆を得ることを目的とした。

第一は、「身に付けた算数を生活や学習に活用する」に関連して、基礎的・基本的な知識・技能の習得という観点である。習得・活用・探求というキー・ワードが注目され、特に新しい視点である活用に関連する文献が多くでてくる(たとえば吉崎, 2008)。しかし算数文章題を考える場合、活用や探求に向けて理解を伴った既有知識に基づく学習の重要性が改めて指摘されている(森, 2008)。これは、活用・探求を目指した習得の重要性といえる。たとえば算数文章題の解決においては、小学校1年の加法・減法から丁寧に演算決定を学習しているが、乗法・除法を学習し、数が小数・分数に拡張されるに従い、演算の意味理解や演算決定が困難になる現状が指摘されている。特に小数の乗法・除法は、小学校5年の内容の中で最も難しい内容の一つであるといわれている(中島・石田, 1991; 國本, 1992)。乗法・除法の指導の問題点としては、意味理解が困難であること、文章題か

*兵庫教育大学自然・生活教育学系

**神戸親和女子大学

***武庫川女子大学短大部

平成21年4月15日受理

ら立式できないこと、計算手続きの意味が形式的理解になっていることなどがあげられる(中村, 1999)。以上のことから本稿では、小数の除法に関わる算数文章題を取り上げることとする(問題1)。

第二は、「小・中の接続・連携」に関連して、中学校の学習への円滑な接続という観点である。中学校の学習への円滑な接続にかかわって、文字を用いた指導の充実があげられている。小学校における算数文章題による学習では、中学校における文字式とそれに関わる方程式の学習につながるものがある。中学校での形式的な文字操作の前段階として、小学校では問題の数量関係を図的表現などを用いて把握する力を身につけることを目指している。しかし、ここでも文章題の数量関係を図的表現などを用いて把握することが難しいといわれている。そこで本稿では、方程式につながる算数文章題を取り上げることとする(問題2, 問題3)。

第三は、「知的なコミュニケーションをはかる」に関連して、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて考えたり、説明したり、表現したりする力の育成という観点である。このなかでも、先の2つの観点にない「表を用いて考える力」に注目する。新学習指導要領で表にかかわる学習内容は、小学校第2学年と第3学年での1次元表の学習、第4学年での2次元表の学習である。先に述べたように、活用・探求を目指した習得に力点を置くならば、実生活の複雑な状況を分類・整理することのできる2次元表に関する文章題を取り上げることが有効である。したがって本稿では、2次元表の読解と作成に関する算数文章題を取り上げることとする(問題4)。

さらに、本稿で取り上げる4種類の算数文章題では、解決ステップの複雑さによって2つのレベル(解決ステップが少なく比較的解決が容易だと考えられるA問題、解決ステップが多く比較的解決が困難だと考えられるB問題)を設け、計8タイプの問題群とする。そして、それぞれの問題群で5問ずつ算数文章題(合計40問)を作成し、それらを用いた実態調査の結果を分析することによって、作成した算数文章題の特徴を考察し、新学習指導要領で目指す学習指導への示唆を得ることが本稿の目的である。

2. 各文章題におけるA問題・B問題の設定意図

(1) 小数の除法に関する文章題

一般的に除数が小数の場合、文部科学省(2008)は次のように述べ、除法の意味の拡張と関連づけて、等分除の拡張である比の第三用法の問題は、包含除の拡張である比の第一用法の問題よりも難しいことを示唆している。

《除法の意味としては、乗法の逆として割合を求める場合と、基準にする大きさを求める場合とがある。

Bを「基準にする大きさ」、Pを「割合」、Aを「割

合に当たる大きさ」とすると、次のような二つの場合である。

① $P=A \div B$ (中略) 例えば、「9メートルの赤いリボンは、1.8メートルの青いリボンの何倍になるか」という場合である。(中略)

② $B=A \div P$ (中略) 例えば、「2.5メートルで200円の布は、1メートルではいくらになるか」という場合である。(中略)

これらの式は、BやPが整数の場合だけでなく、小数の場合にもそのまま当てはまると考えていくことが大切である。このとき、多くの児童にとっては、①の場合に比べ、②の方がとらえにくい。》(文部科学省, 2008, 144)

一方で前田・西尾(2000)は、乗法・除法の文章題の難易度調査を詳細に行い、除数が1より小さい小数(純小数)の場合は比の第一用法の問題が比の第三用法の問題よりも難しいことを指摘している。両者の指摘を総合すると、除数の意味の拡張が子どもにとって困難であることは明らかであるが、除数が1より大きい小数(帯小数)の場合は、比の第三用法の問題は比の第一用法の問題よりも難しい可能性が示唆される。この点については、今後さらなる実証的研究を行う計画である。

そこで本稿では、A問題とB問題に難易度の差が出ることを意図して、次のような問題構成とした。まずA問題は、除数が純小数ではあるが、包含除の意味の拡張を必要としない比の第一用法の文章題を用いた。そしてB問題は、除数に帯小数を用いて、等分除の意味の拡張を必要とする比の第三用法の文章題を用いた。加えて、B問題では、1あたり量を求めるのではなく、整数倍にあたる量を求める問題とすることで、解決ステップを増加させた。たとえば、下記のような問題を作成した。

問題1 A問題

(1) よしさんは工作に使うために、3.6mのゴムひもを0.4mずつに切って、ゴム輪をつくります。ゴム輪はいくつできるでしょうか。

問題1 B問題

(2) どう線が1.5mあります。重さをはかったら、3.6kgありました。このどう線2mの重さは何kgですか。

(2) 連立方程式につながる文章題

方程式を用いた問題解決の特徴は、複雑な問題を文字を用いて式表現することで、あとは式の変形だけで解を求めることができる点にある。式変形だけで形式的に処理できることは、数学の大きな特徴であるといえるが、それにつながる小学校段階の学習では、文章題の数量関係を図的表現などを用いて把握して立式する力を養うことに主眼が置かれる。

まず問題2は、文章題の数量関係を図などで表現し、

連立方程式の加減法の素地となる「同じものを差し引く考え方（相殺の考え方）」や、代入法の素地となる「同じものを置き換える考え方（置換の考え方）」を必要とする文章題とする。この相殺の考え方と置換の考え方はそれぞれ、連立方程式を加減法で解く場合と代入法で解く場合に対応する。さらにそれらの考え方は、連立方程式で式を形式的に処理するプロセスを具体的かつ操作的に考えるという点から、小学校段階で重要な学習内容であるといえる。よってここでは、連立方程式につながる算数文章題で、相殺の考え方と置換の考え方を取り上げる。

この両者の解決過程を比較すると、両者ともに文章題から線分図等を作成することを通して、文章題の数量関係を把握する必要がある。それに続いて相殺の考え方では、2つの線分図等の差に着目し立式することとなる。それに対して置換の考え方では、まず、置き換えが可能な2種類の数量を比較し、一方が他方の何倍にあたるかをつかむ段階が必要である。次に、一方の量を他方の量で置き換えた上で、全体の量が一方の量の何倍にあたるかをつかむ段階が必要である。

問題2 A問題にあたる問題例

遊園地の入場券1まいと乗り物券7まいを買って、1200円になりました。入場券1まいと乗り物券5まいでは、1000円になるそうです。乗り物券1まいのねだんは何円ですか。

問題2 B問題にあたる問題例

ジェットコースターに乗ります。おとな1人分の料金は、子どもの2倍です。おとな1人分と子ども1人分の料金をあわせると、900円になるそうです。おとな1人分と子ども1人分の料金は、それぞれ何円ですか。

(清水他, 2005)

たとえば上記の問題では、それぞれ図1, 2が提示されている(清水他, 2005, 34-35)。

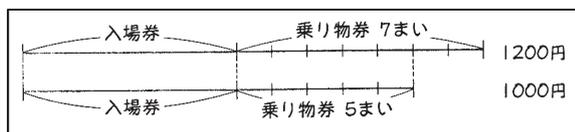


図1 問題2Aの図的表現の例(清水他, 2005, 34)

以上のことから、相殺の考え方を必要とする文章題よりも、置換の考え方を必要とする文章題の方が解決ステップが多いために難易度が高い可能性がある。よって、相殺の考え方を必要とする文章題をA問題とし、置換の考え方を必要とする文章題をB問題とした。両問題群の実態調査を分析することによって、相殺の考え方を必要と

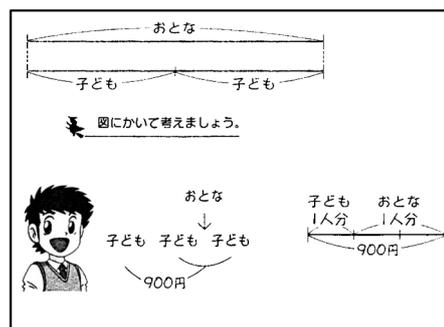


図2 問題2Bの図的表現の例(清水他, 2005, 35)

する文章題と置換の考え方を必要とする文章題の難易度の差を検討することも本稿の課題となる。

(3) 逆向きの思考を利用し方程式につながる文章題

方程式の考え方をを用いるとともに、逆向きに考えて解決する文章題(以下で述べる「手順の逆向き」を必要とする文章題)をとりあげる(問題3)。逆向きの思考は、問題解決ストラテジーの研究とも関連して、様々な研究者によって取り上げられており(ポリア, 1954; 大須賀・石田, 1985; 岡本, 1997), 教育的価値の高いストラテジーの一つである。

岡本(1997)は、何を逆向きにするのかに着目して、以下の図3のように逆向きの思考を「手順の逆向き」と「思考の逆向き」に分類した。手順の逆向きとは、問題にある時間的な順序や関係を逆向きにすることであり、操作や演算などの手順は逆向きに行っているが、あくまで既知の事柄から未知の事柄へと思考を進めていく。たとえば、「今の年齢を2倍して10をたすと90歳です。今の年齢は何歳でしょう。」という文章題での場合は、提

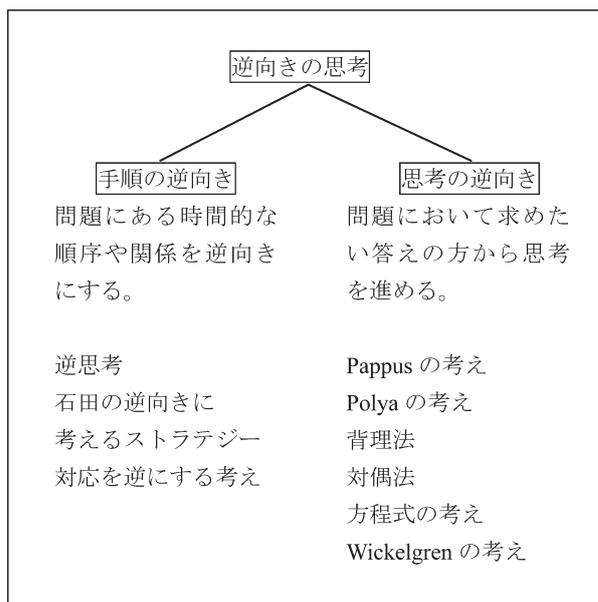


図3 逆向きの思考の分類(岡本, 1997, 63)

示された逆をたどって、90歳という既知の事柄から今の年齢という未知の事柄を求めるのである。他方、思考の逆向きとは、問題において求めたい答えの方から思考を進めることであり、答えが得られたとして分かることを探す思考と、答えを得るためには何が分かればよいかを探す思考に大きく分けられる。

図3において、方程式の考えは思考の逆向きに分類されている。このことは、未知数を既知として扱いそれを用いて数量関係を式で表すという、問題の数量関係を方程式に表現することが「思考の逆向き」になると解釈できる。

一方、方程式を解くための移項の考え方の素地になる考え方として、「手順の逆向き」を位置づけることができる。たとえば、以下の調査問題3(1)をみよ。

問題3 A問題

(1) ケーキを5こ買って、100円の箱に入れてもらい、900円はらいました。ケーキ1このねだんは、何円ですか。

この文章題は、次の式で表すことができる。

$$\square \times 5 + 100 = 900$$

これを小学生が解決するならば、次のような解決過程が想定される。まず合計金額900円のうち箱代が100円なので、 $900 - 100 = 800$ とする。これがケーキ5個分の値段なので、 $800 \div 5 = 160$ とする。したがって、ケーキ1個の値段は160円となる。これは、「手順の逆向き」といえる。したがって、方程式につながる算数文章題の学習に加えて、小学校で「手順の逆向き」を学習することは、中学校の学習内容を見据えて学習すべき内容であるといえる。

るといえる。

上記の文章題に難易度を設けるため、未知数が1つの問題をA問題とし、未知数が3つの問題をB問題とし、それらの実態調査を行うことによって、未知数の個数と算数文章題の解決過程とを比較検討する。

(4) 2次元表の作成と読解に関する文章題

表とは、事象や資料を分類・整理し、物事を分かりやすくするために、枠を設け、数字や文字などで表したものであり、機能的な面から、予定表・計画表、記録表、関数表、統計表に分類できる(中原, 2000)。統計表は、統計的な資料の全体的な特徴や関係などを容易に把握したり、分かりやすく伝達するために整理して表したものである。表を形式面から見ると、2つの要素(たとえば氏名と身長)の組を考える1次元表と3つの要素(たとえば氏名と身長と体重)の組を考える2次元表に分類できる。

ここでは、小学校4年生の数量関係領域で学習する2次元表に関わる算数文章題を取り上げた。2次元表は、数量関係領域の統計に関する学習内容の中でも、数え上げるといふ統計の基本的な考え方を表が補佐するという表のよさを理解する機会であり、加えて、2次元であるが故に補集合の考え方を理解する必要がある重要な学習内容である(算数科教育学会, 2006)。

以上のような意図で2次元表を取り上げ、さらに、2次元表の読解を必要とするA問題と、2次元表の作成と読解を必要とするB問題を設けることとした。

以上の結果、下記の表1のように本稿における調査問題を設定した。

表1 調査問題

1	A	(1) よし子さんは工作に使うために、3.6mのゴムひもを0.4mずつに切って、ゴム輪をつくります。ゴム輪はいくつできるでしょうか。 (4) 4.2ℓのジュースを0.6ℓずつコップに入れます。いくつのコップに入れられるでしょうか。 (5) 2.4ℓの牛にゆを0.4ℓずつコップに入れます。いくつのコップに入れられるでしょうか。 (6) 図工の時間に、3.5kgのねん土を0.7kgずつに分けます。ねん土はいくつに分けられますか。 (7) クリスマス会のプレゼントに付けるために、1.8mのリボンを0.2mずつに切ります。リボンはいくつできますか。
	B	(2) どう線が1.5mあります。重さをはかったら、3.6kgありました。このどう線2mの重さは何kgですか。 (3) ハチミツが1.6ℓあります。重さをはかったら、2.4kgありました。このハチミツ3ℓの重さは何kgですか。 (8) 鉄パイプが2.6mあります。重さをはかったら31.2kgありました。この鉄パイプ4mの重さは何kgですか。 (9) 1.4ℓのすなの重さをはかったら、2.1kgありました。このすな3ℓの重さは何kgですか。 (10) 灯油が2.5ℓあります。重さをはかったら3kgでした。この灯油6ℓの重さは何kgですか。
2	A	(1) 遊園地の入場券1まいと乗り物券6まいを買くと、1700円になりました。入場券1まいと乗り物券5まいでは、1500円になるそうです。乗り物券1まいのねだんは何円ですか。 (2) ケーキとシュークリームを買います。ケーキ3ことシュークリーム5こを買くと、1130円になりました。ケーキ2ことシュークリーム5こを買くと、920円になるそうです。ケーキ1このねだんは何円ですか。 (4) 大びんと小びんに入った油があります。大びん1本と小びん4本では、1700ml入ります。大びん1本と小びん3本では、1400ml入ります。小びん1本には何ml入りますか。 (7) えい画館の入場券を買います。おとな2まいと子ども5まいでは、3200円になりました。おとな2まいと子ども4まいでは、2800円になるそうです。子ども1まいのねだんは何円ですか。 (9) りんごとみかんがあります。りんご4ことみかん7こでは、1360gになります。りんご4ことみかん8こでは、1440gになります。みかん1こは何gですか。
	B	(3) ジェットコースターに乗ります。おとな1人分の料金は、子ども1人分の料金の2倍です。おとな2人分と子ども3人分の料金をあわせると、2100円になるそうです。おとな1人分と子ども1人分の料金は、それぞれ何円ですか。

B	<p>(5) トマトときゅうりでサラダをつくります。トマト1このねだんは、きゅうり1本のねだんの5倍です。トマト3こときゅうり2本のねだんをあわせると、680円になります。トマト1こときゅうり1本のねだんは、それぞれ何円ですか。</p> <p>(6) レストランでステーキを食べます。おとな1人分のステーキの重さは、子ども1人分のステーキの重さの3倍です。おとな4人分と子ども6人分のステーキの重さをあわせると、1800gになります。おとな1人分と子ども1人分のステーキの重さは、それぞれ何gですか。</p> <p>(8) 水ぞく館に行きました。おとな1人分の料金は、子ども1人分の料金の2倍です。おとな3人分と子ども5人分の料金をあわせると、3300円になるそうです。おとな1人分と子ども1人分の料金は、それぞれ何円ですか。</p> <p>(10) 大きい箱と小さい箱をたてに積みます。大きい箱1こ分の高さは、小さい箱1こ分の高さの4倍です。大きい箱2こ小さい箱4こをたてに積むと、高さが36cmになりました。大きい箱1こ小さい箱1この高さは、それぞれ何cmですか。</p>																																																																																	
A	<p>(1) ケーキを5こ買って、100円の箱に入れてもらい、900円はらいました。ケーキ1このねだんは、何円ですか。</p> <p>(3) りんごを6こ買って、50円のかごに入れてもらい、530円はらいました。りんご1このねだんは、何円ですか。</p> <p>(6) オレンジジュースが600mlあります。きのう150ml飲みました。残りを5人で分けると、1人何ml飲むことができますか。</p> <p>(7) えんぴつ10本と、300円のふで箱を1つを買うと、1000円でした。えんぴつ1本のねだんは、何円ですか。</p> <p>(10) 400ページの本があります。きのう80ページ読みました。残りを8日間で読むとすると、1日何ページずつ読めばよいですか。</p>																																																																																	
3	<p>(2) カステラ1このねだんは960円で、クッキー2このねだんの3倍です。クッキー1このねだんは、キャラメル1この4倍です。キャラメル1このねだんは、何円ですか。</p> <p>(4) ふで箱1このねだんは1080円で、ボールペン2本のねだんの3倍です。ボールペン1本のねだんは、消しゴム1この2倍です。消しゴム1このねだんは、何円ですか。</p> <p>(5) 辞書のページ数は1920ページで、小説2さつ分のページ数の4倍です。小説1さつ分のページ数は、算数の教科書1さつの3倍です。算数の教科書1さつは、何ページですか。</p> <p>(8) レストランで食事をします。ステーキセットのねだんは2400円で、カレーライス2つ分のねだんの2倍です。カレーライス1つのねだんは、フライドポテト1つの3倍です。フライドポテト1つのねだんは、何円ですか。</p> <p>(9) 水そう1ばいのかさは32ℓで、バケツ2はいのかさの4倍です。バケツ1ばいのかさは、やかん1ばいのかさの2倍です。やかん1ばいのかさは、何ℓですか。</p>																																																																																	
4	<p>(1) おとな7人と子ども8人で、野球とサッカーのどちらが好きか調べたら、下の表のようになりました。おとなでサッカーが好きな人は、何人ですか。</p> <table border="1" data-bbox="836 987 1353 1106"> <thead> <tr> <th></th> <th>野球</th> <th>サッカー</th> <th>合計</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>おとな</th> <td>3</td> <td>ⓧ</td> <td>7</td> </tr> <tr> <th>子ども</th> <td>⓪</td> <td>Ⓣ</td> <td>8</td> </tr> <tr> <th>合計</th> <td>6</td> <td>9</td> <td>15</td> </tr> </tbody> </table> <p>(4) 女の子14人と男の子10人で、パスタとハンバーグのどちらが好きか調べたら、下の表のようになりました。女の子でハンバーグが好きな人は、何人ですか。</p> <table border="1" data-bbox="836 1133 1353 1252"> <thead> <tr> <th></th> <th>パスタ</th> <th>ハンバーグ</th> <th>合計</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>女の子</th> <td>8</td> <td>ⓧ</td> <td>14</td> </tr> <tr> <th>男の子</th> <td>⓪</td> <td>Ⓣ</td> <td>10</td> </tr> <tr> <th>合計</th> <td>11</td> <td>13</td> <td>24</td> </tr> </tbody> </table> <p>(6) キャンデーを、形と色で分けたら、下の表のようになりました。○い形で黄色のキャンデーは、何こですか。</p> <table border="1" data-bbox="836 1279 1353 1435"> <thead> <tr> <th>色</th> <th>赤</th> <th>黄</th> <th>合計</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>☆</th> <td>ⓧ</td> <td>⓪</td> <td>5</td> </tr> <tr> <th>○</th> <td>5</td> <td>Ⓣ</td> <td>10</td> </tr> <tr> <th>合計</th> <td>8</td> <td>7</td> <td>15</td> </tr> </tbody> </table> <p>(8) おとな12人と子ども9人で、テレビのニュース番組とクイズ番組のどちらをよく見るか調べたら、下の表のようになりました。おとなでクイズ番組をよく見る人は、何人ですか。</p> <table border="1" data-bbox="836 1473 1353 1592"> <thead> <tr> <th></th> <th>ニュース</th> <th>クイズ</th> <th>合計</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>おとな</th> <td>7</td> <td>ⓧ</td> <td>12</td> </tr> <tr> <th>子ども</th> <td>⓪</td> <td>Ⓣ</td> <td>9</td> </tr> <tr> <th>合計</th> <td>10</td> <td>11</td> <td>21</td> </tr> </tbody> </table> <p>(10) 5年1組の子どもの通学路に、信号があるか、ふみ切りがあるか調べたら、下の表のようになりました。通学路に信号はないけれどふみ切りがある子どもは、何人ですか。</p> <table border="1" data-bbox="836 1626 1353 1771"> <thead> <tr> <th>ふみ切り</th> <th>ある</th> <th>ない</th> <th>合計</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>信号</th> <td>5</td> <td>ⓧ</td> <td>18</td> </tr> <tr> <th>ある</th> <td>5</td> <td>Ⓣ</td> <td>16</td> </tr> <tr> <th>合計</th> <td>14</td> <td>20</td> <td>34</td> </tr> </tbody> </table>		野球	サッカー	合計	おとな	3	ⓧ	7	子ども	⓪	Ⓣ	8	合計	6	9	15		パスタ	ハンバーグ	合計	女の子	8	ⓧ	14	男の子	⓪	Ⓣ	10	合計	11	13	24	色	赤	黄	合計	☆	ⓧ	⓪	5	○	5	Ⓣ	10	合計	8	7	15		ニュース	クイズ	合計	おとな	7	ⓧ	12	子ども	⓪	Ⓣ	9	合計	10	11	21	ふみ切り	ある	ない	合計	信号	5	ⓧ	18	ある	5	Ⓣ	16	合計	14	20	34	
	野球	サッカー	合計																																																																															
おとな	3	ⓧ	7																																																																															
子ども	⓪	Ⓣ	8																																																																															
合計	6	9	15																																																																															
	パスタ	ハンバーグ	合計																																																																															
女の子	8	ⓧ	14																																																																															
男の子	⓪	Ⓣ	10																																																																															
合計	11	13	24																																																																															
色	赤	黄	合計																																																																															
☆	ⓧ	⓪	5																																																																															
○	5	Ⓣ	10																																																																															
合計	8	7	15																																																																															
	ニュース	クイズ	合計																																																																															
おとな	7	ⓧ	12																																																																															
子ども	⓪	Ⓣ	9																																																																															
合計	10	11	21																																																																															
ふみ切り	ある	ない	合計																																																																															
信号	5	ⓧ	18																																																																															
ある	5	Ⓣ	16																																																																															
合計	14	20	34																																																																															
B	<p>(2) おとな8人と子ども11人で、めがねをかけているかいないかを調べました。めがねをかけている人は13人で、そのうち6人は子どもです。めがねをかけていないおとなは、何人ですか。</p> <p>(3) 女の子4人と男の子6人がお茶かジュースを買いました。お茶を買った人は5人で、そのうち3人は女の子です。ジュースを買った男の子は何人ですか。</p> <p>(5) 丸いおはじきが12こ、四角いおはじきが18こあります。色は、赤か青です。赤いおはじきは10こで、そのうち5こは丸い形です。青色で四角い形のおはじきは、何こですか。</p> <p>(7) 男の子20人と女の子16人で、休み時間にドッジボールをするか本を読むかを調べました。本を読む人は14人で、そのうち6人は女の子です。ドッジボールをする男の子は、何人ですか。</p> <p>(9) 犬と金魚を飼っているかどうか、調べました。金魚を飼っている人は20人で、金魚を飼っていない人は12人です。犬を飼っている人は15人で、そのうち12人は金魚も飼っています。犬も金魚も飼っていない人は、何人ですか。</p>																																																																																	

3. 調査目的と方法

(1) 調査目的

本調査の目的は、新学習指導要領で強調されている観点のうちで以下の3つを取り上げ、それらの観点から4種類の算数文章題に焦点化し実態調査を行うことによって、新学習指導要領で目指す学習指導への示唆を得ることである。

- (1) 基礎的・基本的な知識・技能の習得という観点から、小数の除法に関わる算数文章題（問題1）。
- (2) 中学校の学習への円滑な接続という観点から、方程式につながる算数文章題（問題2，問題3）。
- (3) 言葉や数，式，図，表，グラフなどを用いて考えたり，説明したり，表現したりする力の育成という観点から，2次元表の読解と作成に関する算数文章題（問題4）。

さらに，上記の4種類の算数文章題では，解決ステップの複雑さによって2つのレベル（解決ステップが少なく比較的解決が容易だと考えられるA問題，解決ステップが多く比較的解決が困難だと考えられるB問題）を設け，計8タイプの問題群とした。A問題とB問題の難易度の差を検証することも，本調査の目的である。

(2) 調査対象

被験者は，愛知県内の公立小学校 A小学校5年生2クラス（1組27人，2組29人）と，兵庫県内の公立小学校 B小学校5年生2クラス（1組34人，2組33人）であり，調査時期は平成21年1月から2月である（表3）。

同一の被験者は，各調査問題1～4のうちいずれか1つ（10問）を解決した。解決に要した時間はおよそ45分であった。なお，調査問題ごとに被験者が異なっている

表3 調査対象

調査問題	調査対象の所属	調査人数
問題1 (1)～(10)	A 小学校 5年1組	27
問題2 (1)～(10)	A 小学校 5年2組	29
問題3 (1)～(10)	B 小学校 5年1組	34
問題4 (1)～(10)	B 小学校 5年1組	33

が，全ての被験者は公立小学校の同一学年・同一時期の児童であり，本稿の主たる目的はA問題とB問題の比較にあるため，問題はないと考える。

表2 調査結果の概要

問題1	A					B				
	(1)	(4)	(5)	(6)	(7)	(2)	(3)	(8)	(9)	(10)
正答者数(27人中)	24	26	26	27	27	3	5	6	7	6
正答率(%)	89	96	96	100	100	11	19	22	26	22

問題2	A					B				
	(1)	(2)	(4)	(7)	(9)	(3)	(5)	(6)	(8)	(10)
正答者数(29人中)	22	23	25	24	19	14	9	11	11	13
正答率(%)	76	79	86	83	66	48	31	38	38	45

問題3	A					B				
	(1)	(3)	(6)	(7)	(10)	(2)	(4)	(5)	(8)	(9)
正答者数(34人中)	30	30	31	29	31	22	26	21	24	22
正答率(%)	88	88	91	85	91	65	76	62	71	65

問題4	A					B				
	(1)	(4)	(6)	(8)	(10)	(2)	(3)	(5)	(7)	(9)
正答者数(33人中)	31	31	31	31	27	23	25	25	23	6
正答率(%)	94	94	94	94	82	70	76	76	70	18

4. 調査結果と考察

(1) 調査結果の概要

各問題を正答1点 誤答0点として得点化し、各調査問題で、正答者数と正答率を算出した(表2)。

(2) 各文章題のA問題とB問題の難易度に関する考察

4種類の問題ごとで、A問題とB問題の正答率に違いがあるか検討するために、4種類の算数文章題のA問題5問の平均得点とB問題5問の平均得点についてt検定を行った。その結果、有意水準5%で有意差がみられた(問題1 $t=10.53$, 問題2 $t=5.67$, 問題3 $t=4.37$, 問題4 $t=6.43$, $p<0.05$)。したがって、4種類の問題全てで、A問題よりもB問題の難易度が高いことが示唆される。

次に、4種類の文章題それぞれのA問題5問の中で正答率に違いがあるのか、B問題5問の中で正答率に違いがあるのか検討する。そのために、各文章題のA問題5問の間に平均得点に違いがあるかどうかをみるために分散分析を行い、同様にB問題5問の間に平均得点に違いがあるかどうかをみるために分散分析を行った。その結果、問題4のB問題以外では有意差がみられなかった(問題1A $F=1.57$, 問題1B $F=0.52$, 問題2A $F=1.06$, 問題2B $F=0.54$, 問題3A $F=0.20$, 問題3B $F=0.53$, 問題4A $F=1.25$)。したがって、本稿の被験者のこれらの問題群のときは等質であると解釈できる。この意味で、各文章題のA問題5問とB問題5問はそれぞれ同様の難易度であることが示唆される。

一方、問題4のB問題群では有意差がみられた。5つの問題の状況を詳細に見てみると、他の4問に比べて問題4(9)の正答率が明らかに低い。そこで、問題4(9)以外の4問について、同様に分散分析を行った結果、有意差がみられなかった($F=0.20$)。したがって、本稿の被験者のこれらの問題4問のときは等質であると解釈できる。この意味で、問題4のB問題4問はそれぞれ同様の難易度であることが示唆される。この問題4(9)については、次節で検討することとする。

以上の分析結果から、難易度を考慮したA問題・B問題の設定の妥当性が検証されたといえる。

(3) 小数の除法に関する文章題の考察

問題1は小数の除法に関する文章題であり、A問題は、除数が純小数ではあるが、包含除の意味の拡張を必要としない比の第一用法の文章題を用いた。B問題は、除数に帯小数を用いて、等分除の意味の拡張を必要とする比の第三用法の文章題を用いた。加えて、B問題では、1あたり量を求めるのではなく、整数倍にあたる量を求める問題とすることで、解決ステップを増加させた。調査結果から、A問題の平均正答率は89%から100%の範囲内

であるが、B問題の平均正答率は11%から26%の範囲内であった。4種類の問題ごとに被験者が異なるため、他の問題との比較はできないが、問題1のA問題は比較的易しく、B問題は困難である可能性が高い。

先に述べたように、小数の乗法・除法は、小学校5年の内容の中で最も難しい内容の一つであるといわれており(中島・石田, 1991; 國本, 1992), 乗法・除法の指導の問題点として、意味理解が困難であること、文章題から立式できないこと、計算手続きの意味が形式的理解になっていることなどがあげられている(中村, 1999)。これらの問題点を解消する一つの方法として中村(1999)は、数直線の利用を提案している。数直線は数のモデルであり、数直線上に整数・小数・分数を統一的に位置づけることができることで、大小関係を捉えやすくなる。さらに、数直線上にある数量の対応関係や比例関係を一目で捉えることができるため、乗除法の意味づけや立式の根拠となる。そこで本調査の被験者は、線分図や数直線などの図的表現を利用して問題1を解決したかどうかを分析し、B問題の正答率との関係を考察する。

被験者24名のうち、問題1のB問題5問のうちの正答数を度数分布表に表し、そのなかで図的表現を記載した児童数をあわせて記載した(表4)。上記の結果から、6名の児童が図的表現を記載している。それぞれの児童が記載した図的表現を分析した結果、全ての児童の図的表現には1あたり量の記載も比例関係の記載もないことがわかった。

表4 問題1・Bの正答数と図的表現の利用

正答数 (問/5問)	0	1	2	3	4	5
度数(人)	20	0	1	2	1	3
図的表現を記載 した人数	3	0	0	0	1	2

たとえば、児童Cは、問題1・Bの5問中4問正答している。この問題1(2)でかいた線分図(図4)は問題の数量関係を部分的にしか表現できていないが、立式は

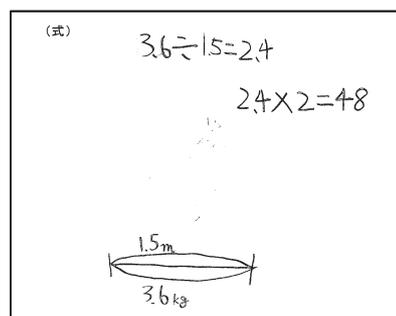


図4 問題1(2) 児童Cの答案

正しく行っている。

児童Dは、問題1・Bの5問の全てに誤答しているが、3問で何らかの図的表現を記載している（たとえば図5）。しかし、それらの図は、銅線の問題では線分図、はちみつの問題ではリットル升、灯油の問題では正方形の図を用いており問題場面に注目していることが伺える。その上、問題の数量関係も部分的にしか記載されていない。したがって、中原（1995）の分類にある「場面図」の特徴を有している図的表現であると解釈できる。これらは、問題解決の手がかりや方法を示す役割を果たす「手続き図」「構造図」とは異なり、現実的状况と学習内容の関連を果たす役割を担っている。したがって、児童Dにおいても文章題解決の手がかりにはならなかったと推測される。

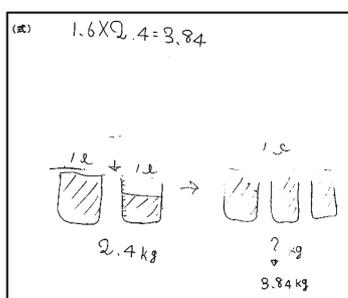


図5 問題1(3) 児童Dの答案

以上のことから、除数に帯小数を用いた比の第三用法の文章題で、かつ、整数倍にあたる大きさを求める算数文章題は解決が困難であり、教科書に記載されているように図的表現に1あたり量や比例関係を記載することができない児童が多いことが確認された。したがって本調査によっても、児童の図的表現を豊かにする指導の必要性が示唆される。

(4) 連立方程式につながる文章題の考察

問題2は、中学校での連立方程式の学習につながる文章題であり、相殺の考え方を必要とする文章題をA問題とし、置換の考え方を必要とする文章題をB問題とした。調査結果から、A問題の平均正答率は66%から83%の範囲内であるが、B問題の平均正答率は31%から48%の範囲内であった。加えて、本節(1)での分析結果からA問題よりもB問題の正答率が低いことが示唆された。したがって、相殺の考え方を必要とする文章題よりも置換の考え方を必要とする文章題の方が困難であることが示唆された。

(5) 逆向きの思考を利用し方程式につながる文章題の考察

問題3は、中学校での方程式の学習につながる文章題

で、かつ、逆向きの手順を必要とする文章題である。そして、未知数が1つの問題をA問題、未知数が3つの問題をB問題とした。調査結果から、A問題の平均正答率は85%から91%の範囲内であるが、B問題の平均正答率は62%から76%の範囲内であった。加えて、本節(1)での分析結果から、A問題よりもB問題の正答率が低いことが示唆された。したがって、この種の文章題では未知数が1つの問題よりも未知数が3つの問題の方が困難であることが示唆された。

(6) 2次元表の作成と読解に関する文章題の考察

問題4では、2次元表の読解と作成に関する文章題とし、2次元表の読解を必要とするA問題、2次元表の作成と読解を必要とするB問題とした。調査結果から、A問題の平均正答率は82%から94%の範囲内であるが、B問題の問題4(9)の平均正答率は18%で、それ以外のB問題の平均正答率は70%から76%の範囲内であった。本節(1)でも指摘したように、問題4(9)を除いて分析した結果、A問題よりもB問題の正答率が低いことが示唆された。したがって、2次元表の読解のみを必要とする文章題よりも作成と読解を必要とする文章題の方が困難であることが示唆された。

ここで、問題4(9)が他の問題と比較して著しく正答率が低いことについて考察する。ここで、2次元表の縦軸と横軸の項目に着目すると、問題4(9)と(10)以外は、それぞれの軸の項目が名詞で表現できているのに対して、この2つの問題は、「飼っている」「飼っていない」、「ある」「ない」という状態を表現しており、かつ、縦軸と横軸に同じ項目を使用しているという特徴がある。問題4(10)は、A問題の中でも平均正答率が82%（他のA問題は全て94%）低い。以上のことから、問題4(9)(10)のような2次元表は、他の2次元表に比べて解決が困難であり、特に、このような2次元表を作成することは非常に困難であることが示唆される。したがって、このタイプの2次元表に対する指導の手立ての工夫が課題といえる。

5. 今後の課題

本稿では4種類の算数文章題を取り上げ、それらの特徴と実態調査の結果を踏まえた考察を行った。その結果、難易度を考慮したA問題・B問題の設定の妥当性が実証されたといえる。

特に本稿では、小数の除法に関する文章題（問題1）について、線分図や数直線といった図的表現の利用と文章題解決に関する分析を行った。その結果、児童が記載した図的表現は、文章題の数量関係を部分的にしか表現しておらず、解決に有効に機能していない可能性があることが指摘された。よって今後は、文章題の数量関係を

的確に表現する図的表現の指導の必要性が示唆される。

Tajika, Nakatsu, Nozaki, Neumann, & Maruno (2007) は、算数文章題解決におけるメタ認知方略の1つである自己説明に着目し、自己説明を使って小学校6年生の割合文章題の解決の促進を検証している。それを踏まえて今後は、自己説明を促すことによって適切な図的表現が促進されるとともに、算数文章題解決が促進される可能性を実証的に解明することが課題である。

謝 辞

調査に協力して頂いた小学校の先生方・児童の皆さんに深く感謝します。また調査問題の作成にあたり、兵庫教育大学大学院生 北村純一さん、榊原正憲さんにご協力頂きました。心よりお礼申し上げます。

注

本研究は、平成20年度日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(C)(研究課題番号:20530613, 研究代表者:多鹿秀継)の助成を受けている。

引用・参考文献

- 安彦忠彦 監修, 金本良通編 (2008), 小学校学習指導要領の解説と展開 算数編, 教育出版.
- 大須賀康宏・石田淳一 (1985), 算数の問題解決ストラテジー, 東洋館.
- 岡本寿美 (1997), 算数の問題解決過程における逆向きの思考についての研究. 上越教育大学数学教室, 上越数学教育研究, 第12号, 61-70.
- 國本景亀 (1992), 小数と計算. 数学教育学研究会編, 新算数教育の理論と実際, 成分社, 74-86.
- 国立教育政策研究所 (2003), 平成13年度小中学校教育課程実施状況調査報告書 小学校算数, 東洋館.
- 算数科教育学研究会 (2006), 新編 算数科教育研究, 学芸図書.
- 清水静海 他 (2004), わくわく算数 5年下, 啓林館.
- 中島健三・石田忠男 編 (1991), 新・算数指導実践例講座 第4巻 数と計算 高学年, 金子書房.
- 中原忠男 (1995), 算数・数学教育における構成的アプローチの研究, 聖文社.
- 中原忠男 編 (2000), 算数・数学科重要用語300の基礎知識, 明治図書.
- 中村享史 (1999), 乗除法の指導における数直線の教育的役割. 杉山吉茂先生ご退官記念論文集編集委員会, 新しい算数・数学教育の実践をめざして, 東洋館.
- ポリア (1954), 柿内賢信訳, いかにして問題をとくか, 丸善.
- 前田雅利・西尾義男 (2000), かけ算・わり算文章題の難易度調査. 全国数学教育学会, 数学教育学研究, 第

6巻, 131-137.

- 文部科学省 (2008), 小学校学習指導要領解説算数編.
- 山本正明 (1995), 問題解決における数直線や線分図等の図の効果. 日本数学教育学会誌, 77 (8), 116-123.
- 森敏昭 (2008), 活用のメカニズム. 安彦忠彦編, 「活用力」を育てる授業の考え方と実践, 図書文化社.
- 吉崎静夫 (2008), 活用型学力が育つ授業デザイン, ぎょうせい.
- 吉田甫・多鹿秀継 編 (1995), 認知心理学からみた数の理解, 北大路書房.
- Tajika, H., Nakatsu, N., Nozaki, H., Neumann, E., & Maruno, S. (2007), Effects of self-explanation as a metacognitive strategy for solving mathematical word problems. *Japanese Psychological Research*, 49, 222-233.