兵庫教育大学　教育実践学論集　第25号　2024年3月　pp.151 − 161

小学校低学年の児童の演繹的に考える力の調査報告
―５歳児から小学校３年生までの子どもの全称例化の推論に焦点を当てて―

戸　田　直　美*

（令和5年6月29日受付，令和5年12月18日受理）

Report on an Investigation of Deductive Thinking Abilities in Lower Grades of Elementary School
―Focusing on Universal Instantiation in Children from 5 Years Old to 3rd Grade―

TODA Naomi*

The purpose of this study is to elucidate the characteristics of deductive thinking abilities among lower-grade elementary school students by examining their capacity for Universal Instantiation reasoning. Additionally, we seek to derive implications for elementary mathematics education based on the identified characteristics.

The findings

・The mean of the total individual scores for the survey questions increased with age, and the percentage of correct answers for the survey questions in the third grade reached almost 90%, except for question 4. Significant differences were found in the means of the older children and third graders.

・For both empirical reasoning and reasoning related to elements belonging to a set, the percentage of correct answers exceeded 80% across all elementary school grades. This suggests a readiness for this type of reasoning in the lower grades.

・Anti-empirical reasoning showed a high percentage of correct responses in the first grade when context was introduced.

Key Words：Elementary mathematics, The characteristics of deductive thinking abilities, Universal instantiation, Children in the lower grades of elementary school

1　はじめに

算数･数学教育の目的は，論理的な思考力の育成である。論理的な思考力としては，演繹的な考え，帰納的な考え，類推的な考え，などが具体的な思考方法として挙げられる。このうち筆者は，演繹的な考えの育成に焦点を当てて論理的な思考力の育成を目指したいと考えた。演繹的な考えの育成の重要性は，学習指導要領や発達心理学，数学教育の分野においても述べられている。

小学校学習指導要領解説算数科編[(1)]では，算数科の目標（２）に，「日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する（後略）」(2017)[(1)]と記されている。見通しをもつことについては，「ある程度見通しが立つと，（中略）既知の事柄から演繹的に考えたりする。」(2017)[(2)]と説明されている。筋道を立てて考えることについては，「ある事柄を前提にしたときに，そこから演繹的に導かれる事柄を考察する場面などが教科全体を通してあり（後略）」(2017) と説明されている。このように学習指導要領でも，演繹的な考えは，見通しをもったり筋道を立てて考えたりする際に重視されており，演繹な考えを小学校で育成していくことは，学校教育上重要な課題となっている。

演繹推論能力と学力との関連を指摘する研究では，内田・大宮(2002)[(2)]が，領域固有の知識を獲得するに伴い，領域一般の推論スキーマに基づく帰納的推論や演繹的推論が活性化されると共に，科学的知識の増大は，帰納的推論や演繹的推論を活性化するのに強い影響をもつと述べている。中道(2011)[(3)]は，小学校３年生から５年生の演繹推論と学業成績との関係を調査し，演繹推論のような思考能力は，態度ではなく「全般的な学力」といった知的な側面と関連しているようである，と述べている。中原（2011）[(4)]は，「操作」と「論理的推論」が算数の達成度に与える総合効果が大きいことを，パス解析によって示した。これらの研究は，演繹推論能力の向上と学力の向上は，互いに影響し合う関係であることを示している。

数学教育の分野では，藤本（1995）[(5)]が，数学教育の分野で現代化以降，論理的思考の実態調査が行われなくなり，それまでの調査結果が数学教育上の課題にならない

*　兵庫教育大学大学院連合学校教育学研究科学生（Doctoral program student of the Joint Graduate School in Science of School Education, Hyogo University of Teacher Education）

のは不思議なことである，と述べている。また藤本は，その理由を３つに整理し，(①論理的思考の定義をはじめ，この種の研究が困難であると判断されたため。②論理的思考は，教育しなくても自然に発達する，あるいは反対に，論理的思考は教育できないと判断されたため。③論理的思考を教育する価値は乏しいと判断されたため。）この種の研究の重要性を訴えている。

これらのことから，現代化の時代から蓄積された論理的に考える力に関する知見を基にしながら，演繹的に考える力の更なる調査研究が必要であると考える。

本研究ではまず，現代化以降の論理的思考力の先行研究を概観する。その際に，小学校低学年の演繹的に考える力に焦点を当てる。低学年のうちから演繹的に考える経験を重ねることを通して，演繹的に考える力は高まると考えるからである。しかし，この年齢に関する国内の研究は極めて少ない。そこで海外の研究にも目を向け，低学年の論理的思考等に関する研究を紹介する。次に，先行研究から導かれる本研究の目的を示す。そして本研究の調査方法や調査の結果を示し，結果の分析について考察する。この調査では，低学年の特徴を明らかにするために，５歳児（年長児）から小学校３年生までの児童の調査を行った。最後に，これらの調査結果から得られた知見を基にして，算数科の指導への示唆を述べる。

２　研究の背景と研究の目的

まず，国内の研究を概観する。発達心理学の研究において内田・大宮（2002）[6]は，幼児は帰納的推論を多く行い，加齢に応じて演繹的推論が増える傾向がみられることや，３歳初期からすでに演繹や帰納などの合理的な推論形式を使えると述べている。調査問題は肯定式，否定式，前件肯定，後件肯定で作成されていた。大宮（2008）[7]は，幼児の条件推論における不定推論の力を調査した。幼児は，解が一つとは限らない，ということを理解しているが，検索対象や認知的負荷により，いつも自発的にそのような結論を導けるとは限らないので，視点変化を促す働きかけが重要であると述べている。

教育心理学の研究において中道（2009）[8]は，幼児の演繹推論の力を条件命題形式の推論（［(p→ｑ）∧ｐ)］→q）に焦点を当てて調査した。その結果，幼児や児童は，不定推論に困難さを持つこと，幼児期から青年前期にかけて，条件推論とWM（ワーキングメモリー）が関連していること，反経験的な条件推論には，抑制制御が関わっていること，推論の力は発達的に変化すること，等についてメンタルモデル理論に基づいて説明している。

算数・数学教育において中原（1995）[9]は，肯定式型の推論は，小学校の全学年において90％以上の児童が可能であり，この型の推論は算数の学習において使用することができると述べている。また対偶型の推論においても，２年生以上において約75％の子どもが正しい判断ができると述べている。藤本（1995）[10]も，Modus Ponens（［(p→ｑ）∧ｐ)］→q）と対偶の推論は小学校の低学年から，おおむねできるようになっていると述べている。石田（1976）[11]は，肯定式型の推論は，小学校入学時にすでに完成の域であるので，算数の学習に使っていくことができると述べている。また対偶型の推論は，大部分の子どもが２年生になるまでに，この型の推論を完成させているので，２年生以降において算数の学習に使える，と述べている。磯部（1967）[12]は，合成命題から正しい結論を導き出す推論の力を見る問題を用いて調査し，１年生から肯定式型の推論ができる児童の割合が８割近いことを示している。更に磯部，川嵜，福島（1969）[13]は，ディーンズの属性ブロックを用いた研究を行い，小学校１年生から２年生にかけて，演繹推論の力が急速な伸びを示すとしている。

次に，海外の研究を見ると，Orinova，Sharofutdinova (2020)[14]は，論理的な思考は，小学校の教育期間中に活発に発達すると述べている。更に論理的な思考の発達は，教室で問題を解決する方法を話し合ったり，さまざまな解決策を検討したりすることによっても促進されるとしている。

このような先行研究を概観すると，低学年の演繹的な考えに関する研究は，国内では主に命題論理に関する研究であり，低学年の児童は，肯定式型の推論や対偶型の推論が可能であり算数の指導に生かすことができる等の知見が得られている。また海外でも論理的な思考の発達に関する研究が見られ，これは論理的な思考の発達と学校の教科学習との関りを示すものであった。

筆者は，これらの知見の上に立ちながら，更に述語論理の推論の力に関する研究を行うことにした。また述語論理の推論を考える際には特に，全称例化の推論に焦点を当てて研究を進めた。このような推論の力を活用して問題を解決する場面は，１２＋２３の計算の仕方を考える場面や８の段の九九を構成する場面（詳細は，３節「調査の内容」参照）など，低学年の算数科の教科書教材に見出すことができるからである。

これまで述べてきたような先行研究から得られた知見を基にして，次のように本研究の目的を設定した。

研究の目的

① 全称例化の推論の力を調べることを通して，小学校低学年の児童の演繹的に考える力の特徴を明らかにする。

② 明らかになった特徴を基に，算数教育への示唆を考える。

３　調査の内容

本研究では，全称例化の推論の力を調べることに合わせて，全称例化の推論の前提となる，集合を意識する力

についても調べることにした。

（1）全称例化の推論

全称例化の推論について野矢（2019）[15]は，「命題論理の公理系に量化子に関する規則を加えたもの」と解説している。そして量化子の規則を次のように示している。（規則９［全称汎化］，規則１０［全称例化］，規則１１［存在汎化］，規則１２［存在例化］）更に全称例化については，「全称量化子の除去則であり」とした上で，全称例化の規則をAxを命題関数，ｔは任意の定項または変項とする時「∀xAxからAtを導いてよい。（tは任意の項）」と解説している。そしてこれは，すべての個体xについてＡならば，任意の個体tについてＡであることを意味するとしている。このことは言い換えると「○○は，すべてＡである。いまｔは○○である。よってｔもＡである。」という推論を表している。筆者は，このような推論が，算数の問題を解決する時に，無意識に用いられることが多いと考えている。よって本稿では，全称例化に焦点を当てて演繹的に考える力の調査や分析を行った。

全称例化の推論をはたらかせる場面は，低学年の算数の学習においてもみることができる。ここではG社（平成26年2月検定済）の２年生の教科書教材から，全称例化の推論をはたらかせる場面を２つ示す。一つ目は，１２＋２３の計算の仕方を考える場面である。[16] 同じ位どうしをたすと計算しやすいので，１２＝１０＋２，２３＝２０＋３とする。すると１２＋２３＝１０＋２＋２０＋３となる。ここでたし算の交換法則を適用して，１２＋２３＝１０＋２０＋２＋３，たし算の結合法則を適用して，１２＋２３＝（１０＋２０）＋（２＋３）＝３０＋５＝３５となる。これは，たし算の交換法則とたし算の結合法則という全称性があるきまりを個別に適用して問題を解決する場面とみることができる。二つ目は，「かけ算のきまり」を用いて８の段の九九を構成する場面である。[17] ８×１＝８，８×２＝８＋８＝１６，８×３＝８×２＋８＝１６＋８＝２４，乗数が４以降も同様にして九九を構成していく。これは，「かけ算のきまり」つまり，乗数が１増えると答えは被乗数だけ増える，という全称性があるきまりを繰り返し適用し，問題を解決する場面である。これらの場面では，児童の推論の力の実態に合わせて，全称例化の推論を意識した指導が必要である。そこで本研究では，低学年の児童の推論の力を把握するために，低学年の児童の全称例化の推論の力を調べる調査を行った。

（2）集合を意識する力

集合は，その内包と外延から捉えることができる。千葉・東・若山（1974）[18]は，内包とは概念のもつ「意味」implication，meaningであり，外延とは，概念が適用される対象の全範囲であるとし，内包が確定すれば外延も確定すると述べている。その具体例として，三角形の内包が「３本の直線でかこまれた平面図形」と決定されれば，与えられた任意の図形が三角形であるか否かがが判別できるので，その外延も確定すると述べている。

集合の内包と外延の概念に基づいて，「集合を意識する力」を「集合の概念のもつ意味を理解し，概念が適用される対象の全範囲が分かること」と捉えることにした。

集合を意識する場面は，低学年の算数の学習においてもみることができる。ここではG社（平成26年2月検定済）の教科書教材から，集合を意識する場面を２つ示す。一つ目は，たし算かあどで答えが同じかあどを見つける学習である。[19] 答えが４になるかあど（概念の内包）を探した結果，１＋３，２＋２，３＋１という３枚のかあど（概念の外延）を見つけて，ひとつの集合を意識する場面である。二つ目は，複数の図形から，与えられた条件の図形を見つける学習である。[20] ４つのかどがすべて直角な四角形（概念の内包）を９つの図形の中から探した結果，正方形と長方形（概念の外延）というひとつの集合を意識する場面である。

全称例化の推論では，「全ての個体x」という前提が必要となる。「全ての個体x」は具体的には，全てのねこ，全ての自然数，全ての三角形など，概念の意味（内包）を共有する集合を形成する。全称例化の推論は，推論の前提となる集合を意識することから始まる。全称命題の前提となる集合に属していない集合の要素は，全称例化の推論を適用することができないからである。例えば，「女の子は，みんな帽子をかぶっています。」という全称命題が与えられた時，「太郎くんは，帽子をかぶっていますか。」という問いには，全称例化を適用することができない。太郎君が女の子の集合の要素ではないからである。

小学校低学年の全称例化の推論では，前提となる集合が自然数であるため，児童が明確に集合を意識していなくても推論が成り立つ。そこで本研究では，低学年の児童が集合を意識する力を調べるために，図１のような構造をもつ部分集合と全体集合を想定して問題を作成した。

４　調査問題

（1）調査問題作成の基本的な考え

①演繹的に考える力について

全称例化の推論の力を調べる５つの調査問題のうち，集合に属する要素を問う問題を４つ，集合に属さない要素を問う問題を１つ作成した。

②集合に属する要素を問う問題

中道（2009）[21]は，幼児は，文脈を効果的に利用して反経験的な推論さえも可能にしてしまうと述べている。反経験的な推論を可能にする文脈として，母親や友達に何か言われる文脈と，ふり（ごっこ遊び）文脈を挙げている。筆者はここで，ごっこ遊び文脈を「工夫した文脈」と名付ける。本研究でも，反経験型の推論であっても，工夫

した文脈を用いることによって，全称例化の推論を促すことができるのか，調査問題を作成して分析を行うことにした。もしそうであれば，算数科の指導において，問題文の文脈を工夫することによって推論が促され，児童の問題解決の力が高まるかもしれないと考えたからである。そこで，集合に属する要素について問う調査問題を３種類（経験型，反経験型，文脈の工夫による反経験型）作成した。

③集合に属さない要素を問う問題

集合に属さない要素を問う問題として，部分集合とその部分集合の要素ではない集合を考えて，調査問題を作成した。図１は，Ｂを全体集合とした時，ＡがＢの部分集合であることを意味している。この図は同時に，Ａと¬Ａ（Ａの部分集合の要素でない集合）を合わせると全体集合Ｂになることを表している。本研究では，部分集合Ａと¬Ａの集合を意識して推論を行う力をみる調査問題を作成した。

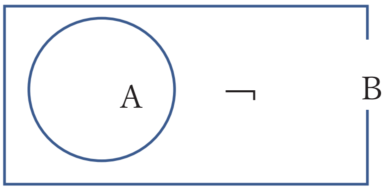

図１　全体集合と部分集合

④調査問題作成上の配慮事項

本研究の調査問題は，文章による問題を作成した。２節で述べた先行研究を見ると，幼児を対象にした調査の場合は，内田・大宮（2002）[22]大宮（2008）[23]が，絵カードを用いた調査を行っている。中道（2009）[24]も同様である。小学生を対象にした調査では，中原（1995）[25]石田（1976）[26]磯部（1967）[27]が，文章による問題を用いて調査を行っている。本研究の被験者は，年長児から小学校３年生と幅広く連続した年齢層になっている。年長児が地方国立大学附属幼稚園の園児であることや，園児の調査時期が１２月と小学校入学に近いことなどから，文章による調査問題の実施が可能であると判断した。その際に，全称性を表すことばとして，どの問題も「どんな・どの」を用いた。全称性を表すことばを統一することによって，年齢が低い被検者の問題理解の負担が軽減できると考えた。

解答の形式は，どの問題も４つの選択肢からひとつを選択するようにした。４つの選択肢は，どの問題も，「１（数詞）です。」「２（数詞）です。」「３（数詞）です。」「決められません。」という内容である。このように解答の選択肢の数や形式を揃えることによって，年齢が低い被験者の負担を軽減することができると共に，思考を推論に集中させる効果があると考えた。

出題の順番では，２つのことを考慮した。一つ目は，問題の難易度を易から難に配置したことである。経験型の全称命題の問題の次に反経験型の全称命題の問題を配置したり，部分集合に属する要素について推論する問題の次に部分集合に属さない要素について推論する問題を配置したりした。二つ目は，文脈を工夫した反経験型の全称命題の問題を最後に配置したことである。反経験型の問題の後に，集合を意識する力をみる問題を挿入した。文脈の工夫がある反経験型の推論を行う際に，反経験型の推論の思考の乱れの影響を少なくするためである。

（２）調査問題の実際

調査問題は，全称例化の推論の力をみる問題を５問作成した。このうち２問は，集合を意識して推論をする問題である。

もんだい１

どんなねこにも　しっぽが　１ぽんあります。
白いねこと　くろいねこが　あわせて２ひき
やってきました。
白いねこのしっぽは　なんぼんありますか。
下の中から　１つえらんで（　）に○をつけ
ましょう。
（○）白いねこのしっぽは　１ぽんです。
（　）白いねこのしっぽは　２ほんです。
（　）白いねこのしっぽは　３ぼんです。
（　）白いねこのしっぽは　なんぼんあるか
　　　きめられません。

もんだい２

どんなねこにも　しっぽが　３ぼんあります。
白いねこと　くろいねこが　あわせて２ひき
やってきました。
くろいねこのしっぽは　なんぼんありますか。
下の中から　１つえらんで（　）に○をつけ
ましょう。
（　）くろいねこのしっぽは　１ぽんです。
（　）くろいねこのしっぽは　２ほんです。
（○）くろいねこのしっぽは　３ぼんです。
（　）くろいねこのしっぽは　なんぼんあるか
　　　きめられません。

もんだい３

おさらの上に　かきが　３こあります。
おさらの上のかきは　どのかきも
たねが　２つ　はいっています。
おさらの上のかきを　１つたべました。
たべたかきには　たねが　なんこ　はいって
いましたか。
下の中から　１つえらんで　（　）に○をつけ
ましょう。
（　）たべたかきのたねは　１つです。
（○）たべたかきのたねは　２つです。

（　）たべたかきのたねは　３つです。
（　）たべたかきのたねは　なんこあるか
　　　きめられません。

もんだい４

おさらの上に　かきが　３こあります。
おさらの上のかきは　どのかきも
たねが　２つ　はいっています。
おさらの上にないかきを　１つたべました。
たべたかきには　たねが　なんこ　はいって
いましたか。
下の中から　１つえらんで　（　）に〇をつけ
ましょう。
（　）たべたかきのたねは　１つです。
（　）たべたかきのたねは　２つです。
（　）たべたかきのたねは　３つです。
（〇）たべたかきのたねは　なんこあるか
　　　きめられません。

もんだい５

ここは，ふしぎのくにです。
どんなねこにも　しっぽが　３ぼんあります。
白いねこと　くろいねこが　あわせて２ひき
やってきました。
くろいねこのしっぽは　なんぼんありますか。
下の中から　１つえらんで（　）に〇をつけ
ましょう。
（　）くろいねこのしっぽは　１ぽんです。
（　）くろいねこのしっぽは　２ほんです。
（〇）くろいねこのしっぽは　３ぼんです。
（　）くろいねこのしっぽは　なんぼんあるか
　　　きめられません。

もんだい１は，経験型の全称例化の推論の力をみる問題である。ねこのしっぽは１本であるという経験に準ずる推論である。もんだい２は，反経験型の全称例化の推論の力をみる問題である。ねこのしっぽは１本であるという経験に反する推論を必要とする。もんだい３は，部分集合Aを意識して推論する問題である。おさらの上の３つのかきは，かき全体の集合Bの部分集合である。もんだい４は，おさらの上にないかき¬Aの集合を意識して推論する問題である。Aの集合と¬Aの集合を合わせるとBの集合になるという集合の包摂関係を児童が把握できるかどうかをみる問題でもある。もんだい５は，工夫した文脈における反経験型の全称例化の推論の力をみる問題である。文頭の「ここは，ふしぎのくにです。」という１文が工夫した文脈に当たる。被検者は，ねこのしっぽが３本あることに疑念を抱きつつも，ふしぎのくにであるならば，この全称命題を納得して受け入れることができるかどうかをみる問題である。

５　調査の実施方法

対象とした被検者は，地方の国立大学の附属幼稚園と附属小学校の園児（年長児）と児童（１年生・２年生・３年生）であった。園児は４８名，１年生は１０５名，２年生は１０４名，３年生は１０７名であった。このうち保護者の承諾が得られてかつ５問全てに解答した完全解答者を有効解答者とした。有効解答者数は，年長児４８名，１年生９７名，２年生８８名，３年生７６名の計３０９名であった。これらの園児・児童は，入学試験・面接等を合格した子ども達であるため一般の公立の園や小学校の子どもより，文章を読んで内容を理解する力は高いと思われる。

実施の時期は，園児が令和４年１２月，小学生が令和４年１１月であった。

実施方法について同年齢の先行研究をみると，低学年の児童に対して，文章による問題を提示し，担任の先生が問題文を読み子どもが解答を記入する方法が取られていた。（磯部1967[28]，石田1976[29]，中原（1995）[30]）しかし本研究では，担任の先生が問題文を読む方法は，幼稚園の年長児のみにした。小学生には，文章で書かれた問題を自力で読み自力で解答させた。その理由は４つある。一つ目の理由は，低学年の児童の調査の実施時期が１１月であり，読む力が高まっていることである。二つ目の理由は，一般校と比較して地方の国立大学の附属小学校の児童は，読む力が高いと考えたからである。三つ目の理由は，１年生の１１月頃の国語の説明文教材の文字数と比較すると，本稿の調査問題の文字数は妥当であると判断したからである。（光村の国語の教科書（下）には，「はたらくじどう車」という説明文教材がある。この教材では，バスや乗用車，トラックなどについて，それぞれ８０文字程度で説明が書かれている。本稿の調査問題は，一番多いもんだい文でも６２文字になっている。）四つ目の理由は，年齢別に推論の力を比較する際には，実験の条件統一を図る必要があると考えたからである。よって小学生における問題提示や実施方法は，自力読みに統一した。幼稚園の年長児は，デジタルテレビの大きい画面に映された問題文を見ながら先生の読み聞かせを聞いて問題を理解した後に，園児が自分で問題用紙に〇をつけて解答した。

分析の方法は，まず，基本情報は単純集計を行った。５つのもんだい毎に，正答に１点，誤答に０点を与え，個別の点数を５点満点で計算し，学年ごとに平均値を算出した。次に，各学年の平均値の差を検定するために，一元配置分散分析及び多重比較（Bonferroni）を行った。更に，各学年の問題ごとの正答についてはクロス集計を行い，正答率を算出して，カイ２乗検定及び残差分析を行った。またSpearmanの相関係数を用いて，５つのもんだい相互の相関を年齢別に分析した。調べた統計プログ

ラムは，IBM SPSS Statistics Ver. ２６である。統計上の有意水準は５％未満とした。調査は予定通り問題なく実施することができた。

６　結　果

まず，個人の総得点の年齢別の平均点と標準偏差を調べた。結果は，表１のようになった。平均値は，年齢が上がるに連れて高くなった。標準偏差は，小学校になって学年が上がるに連れて小さくなった。つまり学年が上がるに連れて，個人の総得点と学年の平均値との差が小さくなり，個人の得点のばらつきも小さくなる。また個人の総得点の年齢別の分布は，図２のようになった。総得点の分布も，年齢が上がるに連れて分布の数値が高くなった。

表１　年齢別の平均値・標準偏差

	度 数	平均値	標準偏差
年長児	48	2.27	1.18
１年生	97	3.23	1.25
２年生	88	3.48	1.12
３年生	76	4.14	1.05
合　計	309	3.38	1.29

次に，年齢別の平均値の差の検定を行った。等分散性の検定の結果，$p \geqq 0.05$となり正規分布と認められたので，一元配置分散分析を用いて分析を行った。結果は，$p < 0.05$となり，４群の平均値に有意差が認められたので，多重比較（Bonferroni）を行った。効果量は，0.21であった。表２を見ると，１年生と２年生には有意な差が見られない。有意な差が見られるのは，年長児＜１年生，年長児＜２年生，年長児＜３年生，１年生＜３年生，２年生＜３年生であった。

表２　平均値の多重比較

比較対象		平均値の差	標準誤差	有意確立	95%信頼区間	
					上限	下限
年長児	１年生	＊-0.956	0.205	0.001	-1.50	-0.41
	２年生	＊-1.206	0.208	0.001	-1.76	-0.65
	３年生	＊-1.874	0.214	0.001	-2.44	-1.31
１年生	２年生	0.25	0.171	0.859	-0.70	0.2
	３年生	＊-0.918	0.178	0.001	-1.39	-0.45
２年生	３年生	＊-0.667	0.182	0.002	-1.15	-0.19
＊平均値の差は，0.05水準で有意です。						

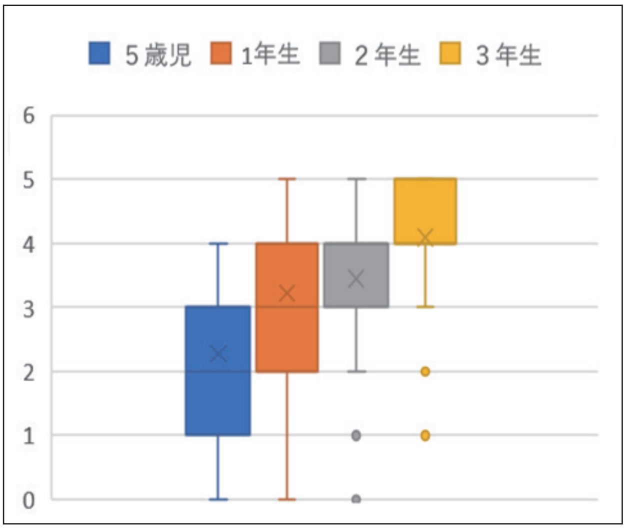

図２　個人の総合得点の年齢別分布

その次に，年齢別に問題ごとの正答率をカイ２乗検定で分析した。全ての問題が$p < 0.05$となり有意な差が認められたので残差分析を行った。表３を見ると，もんだい１は，年長児が有意に低いが，小学生には，学年による有意な差は認められなかった。もんだい２は，年長児が有意に低く２年生と３年生が有意に高かった。

但し，２年生の残差2.0は,1.96と僅差であった。もんだい３ともんだい５も，年長児が有意に低く３年生が有意に高かった。もんだい４は，１年生が有意に低く３年生が有意に高かった。

最後に，５つのもんだい相互の相関を年齢別に調べた。結果は，表４から表７（次頁）のようになった。＊印は，

表３　年齢別の正答率の残差分析

		年長児	１年生	２年生	３年生
もんだい1	度　数	35	85	72	67
	正答者の割合%	72.9	88.5	82.8	88.2
	調整済み残差	＊-2.4	1.4	-0.5	1
もんだい2	度　数	14	59	66	68
	正答者の割合%	29.2	61.5	75.9	89.5
	調整済み残差	＊-6.2	-1.5	＊2	＊4.7
もんだい3	度　数	24	79	73	72
	正答者の割合%	50	82.3	83.9	94.7
	調整済み残差	＊-5.9	0.5	0.9	＊3.6
もんだい4	度　数	10	17	31	41
	正答者の割合%	20.8	17.7	35.6	53.9
	調整済み残差	-1.8	＊-3.7	0.8	＊4.7
もんだい5	度　数	24	72	63	67
	正答者の割合%	50	75	72.4	88.2
	調整済み残差	＊-4	0.4	-0.3	＊3.3
＊　調整済み残差の絶対値が1.96より大きく有意に差がある。					

表４　もんだい相互の相関（年長児）

	もんだい１	もんだい２	もんだい３	もんだい４	もんだい５
もんだい１					
もんだい２	-0.021				
もんだい３	-0.047	0.275			
もんだい４	-0.034	0.235	0		
もんだい５	0.234	0.275	-0.167	-0.103	

表５　もんだい相互の相関（１年生）

	もんだい１	もんだい２	もんだい３	もんだい４	もんだい５
もんだい１					
もんだい２	＊＊0.405				
もんだい３	＊0.278	＊＊0.495			
もんだい４	＊0.233	0.199	0.137		
もんだい５	＊0.244	＊＊0.405	−0.086	0.07	

表６　もんだい相互の相関（２年生）

	もんだい１	もんだい２	もんだい３	もんだい４	もんだい５
もんだい１					
もんだい２	＊0.255				
もんだい３	＊0.214	＊＊0.279			
もんだい４	-0.042	-0.001	-0.001		
もんだい５	＊0.263	0.148	0.01	-0.078	

表７　もんだい相互の相関（３年生）

	もんだい１	もんだい２	もんだい３	もんだい４	もんだい５
もんだい１					
もんだい２	＊0.253				
もんだい３	＊0.261	＊＊0.305			
もんだい４	0.081	0.199	0.072		
もんだい５	0.17	＊＊0.432	＊0.236	0.079	

５％水準（両側）で有意であることを示し，＊＊印は，１％水準で有意（両側）であることを示す。表４は年長児，表５は１年生，表６は２年生，表７は３年生の相関である。表４の年長児をみると，もんだい相互に相関はみられない。表５の１年生をみると，もんだい２はもんだい１と，もんだい３はもんだい１と２と，もんだい４はもんだい１と相関がある。もんだい５はもんだい１と２と相関がある。表６の２年生をみると，もんだい２はもんだい１と，もんだい３はもんだい１と２と，もんだい５はもんだい１と相関がある。もんだい４には相関がみられない。表７の３年生をみると，もんだい２はもんだい１と，もんだい３はもんだい１と２と，もんだい５はもんだい２と３と相関がある。もんだい４には相関がみらない。

７　考　察

表１の平均値をみると，１年生と３年生の上昇が大きく２年生の上昇は小さい。２年生の平均値の上昇は，図２より，２年生の下位層の正答率が１年生の下位層の正答率より高くなるからと考えられる。２年生の正答率が１年生の正答率より特に高くなる問題は，表８と図３より，もんだい２と４である。これは，反経験的な推論や集合に属さない要素の推論である。

表１の個人の総得点の標準偏差は，年齢進行と共に，小さくなる傾向にあるが，１年生と年長児の間に逆転現象がみられる。これは図２より１年生になると，下位層は年長児と同じ程度存在するが，上位層は年長児より正答率が高い。このことにより，１年生の分散が大きくなると考えられる。

表８は，各もんだいの年齢別の正答率である。これを見ると，１年生の正答率が年長児より高い問題は，もんだい１と２と３と５である。反経験的な推論や集合に属する要素の推論，更に文脈を工夫した推論において，特に正答率が年長児より高くなっている。更に小学校３年生では，もんだい４を除くと，どのもんだいも正答率が９割近い。これは，小学校から始まる教科学習との関連を示すものと考えられる。なぜなら，１節「はじめに」で述べたように，内田・大宮(2002)[(2)]も，領域固有の知識を獲得するに伴い，帰納的推論や演繹的推論が活性化されると述べているし，中道(2011)[(3)]も，演繹推論のような思考能力は，「全般的な学力」といった知的な側面と関連していると述べており，両者は共に教科学習と演繹的に考える力の関連を示唆しているからだ。

表２の平均値の多重比較を見ると，学年の平均値は，１年生と２年生には有意な差が見られなかった。小学校１年生から２年生にかけて，演繹推論の力が急速に高まるとした，先述の磯部，川嵜，福島（1969）らの調査とは異なる結果となった。これは本研究が述語論理を土台にした研究であり，命題論理を土台にした研究とは異なるためであると考えられる。更に表２は，年齢別の平均値は，年長児が他の年齢に比べて有意に低く，３年生が他の年齢に比べて有意に高いことを示している。一方表１は，年齢別の平均値は，年齢と共に高くなることを示している。表１と表２はどちらも，年長児の平均値が一番低く，３年生の平均値が一番高いことを示している。

表３の正答率の調整済み残差の結果を見ると，もんだい１は，小学生では有意な差がみられなかった。これは，「どんなねこにも，しっぽが１本あります。」という経験型の問題であったために，自分の経験から結論を導いた可能性も否めない。また表３より，正答率に有意な差が

表８　各もんだいの年齢別正答率（%）

	年長児	１年生	２年生	３年生
もんだい１	72.9	88.5	82.8	88.2
もんだい２	29.2	61.5	75.9	89.5
もんだい３	50	82.3	83.9	94.7
もんだい４	20.8	17.7	35.6	53.9
もんだい５	50	75	72.4	88.2

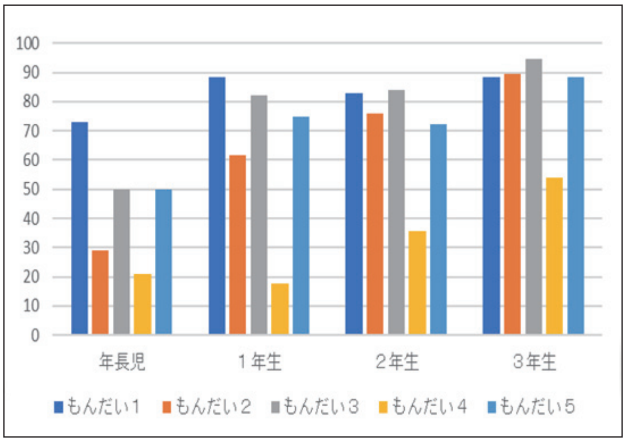

図３　各もんだいの年齢別正答率（%）

表９　　もんだい相互の有意な相関
（〇５%水準，　◎１%水準）

		もんだい１	もんだい２	もんだい３	もんだい４	もんだい５
１年生	もんだい１					
	もんだい２	◎				
	もんだい３	〇	◎			
	もんだい４	〇				
	もんだい５	〇	◎			
２年生	もんだい１					
	もんだい２	〇				
	もんだい３	〇	◎			
	もんだい４					
	もんだい５	〇				
３年生	もんだい１					
	もんだい２	〇				
	もんだい３	〇	◎			
	もんだい４					
	もんだい５		◎	〇		
		は，もんだい２と関わる問題				

見られるのは，「もんだい２」「もんだい３」「もんだい５」において，３年生の正答率の高さと年長児の正答率の低さである。平均値の多重比較の結果からも，３年生がどの年齢よりも高く，年長児がどの年齢よりも低いことが分かる。表２と表３は，「もんだい１」と「もんだい４」を除くと，推論の力において，年長児の低さと３年生の高さを示している。更に表３の正答率を見ると，もんだい１ともんだい３は，小学生は学年を問わず８０%を超える高い値を示した。もんだい１のように全称例化の推論で経験型の推論であれば，一部の児童に配慮しながら算数の指導に使うことができると考えられる。またもんだい３のように，「おさらの上のかき」のように，集合に属する要素について推論を行うことも，ほとんどの児童ができている。このような推論も，算数の指導に生かすことができると考えられる。

もんだい２は，年長児が有意に低く２年生と３年生が有意に高かった。全称例化の推論の場合でも，中道（2009）の条件推論の場合と同じように，年長児や１年生の反経験的な問題の推論の困難さを示した。年長児と１年生の最も多かった誤答は，「くろいねこのしっぽは，１本です。」であった。「どんなねこも，しっぽが３本あります。」という反経験的な全称命題が与えられても，経験知を基にして推論する子どもが多いことが分かる。

もんだい４は，正答率が３年生でも53.9%と全体的に他の問題に比べて低かった。最も多かった誤答は，各年齢とも「たべたかきのたねは，２つです。」であった。（年長児１９人（39.5%），１年生４１人（42.2%），２年生３８人（43.1%），３年生２４人（31.5%））これは，「おさらの上にないかき」の集合は，問題の条件文に書かれている集合と異なることが理解できないまま推論したためと考えられる。次に多かった誤答は，幼児から２年生では，「たべたかきのたねは，１つです。」であった。（年長児１２名‘（25%），１年生２６名（26.8%），２年生１３名（14.7%））「おさらの上にないかき」という表現で混乱を来し，正しい推論ができなかったためと考えられる。このように集合に属さない要素について推論する困難さが示された。逆に正答者数をみると年長児１０名，１年生１７名，２年生３１名，３年生４１名であった。年長児や１年生は正答率が１０%代ではあるが，集合に属さない要素について正しく推論することができる園児や児童もいる。２年生になるとその割合は倍増する。これらのことから算数科の指導においては，集合に属する場合や集合に属さない場合の推論の指導を丁寧に扱う指導を重ねることを通して，集合を意識して推論する力を伸ばすことができると考える。

もんだい５は，もんだい２において文脈を工夫した問題であった。文脈を工夫することで年長児と１年生は，もんだい２より正答率が高くなった。（年長児29.2%→50%，1年生61.5%→75%）年齢が低いほど文脈を工夫する効果がみられる。「ここは，ふしぎのくにです。」という文脈の工夫があることで，「どんなねこにも　しっぽが３本あります。」という反経験的な全称命題を納得して受け入れることができる園児や児童が多数いることが分かる。全称例化の推論において１年生でも，文脈を工夫

する効果がみられた。算数科の指導においても，同様の推論を必要とする問題を提示する際に，文脈を工夫する効果が期待できると考える。

表の４，５，６，７を見ると，年齢が上がるに連れて，問題相互の相関も変化していることが分かる。その中で注目したいことは，年長児には，問題相互に相関（＊印，＊＊印）がみられないが，１年生になると，もんだい２と強い相関（＊＊印）を示す問題（もんだい１，３，５）が見られるようになってくるということである。

表９は，＊印や＊＊印がつく相関をまとめて表している。もんだい２は他の問題との相関があり（もんだい１，３，５），＊印や＊＊印も多い。もんだい２のように，反経験的な問題でも正しく推論できる園児や児童は，全称例化の推論の力が高く，他の問題でも正しく推論できるのであろう。一方もんだい４は，１年生のもんだい１を除くと，他のもんだいと相関が見られない。このことから，もんだい４の推論の力（集合に属さない要素の推論の力）が，他のもんだいの力と独立していることを表していると考えられる。集合に属さない要素の推論の力が，他のもんだいの力と独立しているのは，低学年の児童には，集合の外延自体があまり意識されていないからなのかもしれない。算数の指導においては，３節の（２）に示したように，集合の外延を意識する場面は，低学年の算数科の教科書教材にもみることができる。１年生の学習で答えが４になるたし算カードを探す場面では，「１＋３のカードの他にはないかなあ。」「１＋３，３＋１，２＋２，これで全部かなあ。」などと問いかけ，集合の外延を意識する力を高めていくことが期待される。

８　まとめ

調査結果を基にすると，本稿の一つ目の目的である「低学年の児童の演繹的に考える力の特徴」を，次のようにまとめることができる。

① 調査問題の年齢別の平均値は，年齢と共に上昇し（図２・表１），３年生の調査問題の正答率は，もんだい４を除くとほぼ９割に達した。このことから，３年生になると，述語論理（全称例化）の推論を促しながら，算数の指導を行うことが十分可能であるといえる。

② 経験型の推論と集合に属する要素の推論は，小学生のどの学年も正答率が８割を超える。（表８）このことから，これらの型の推論は，低学年にもレディネスがあると考えられる。低学年においても，経験型の推論と集合に属する要素の推論は，算数科の指導に生かすことができると考える。

③ 経験型の推論は，１年生から３年生まで有意な差がみられない。しかし，反経験型の推論や集合に属する要素の推論，及び文脈を工夫した推論は，低学年と３年生より年長児が有意に低く，低学年と年長児より３年生が有意に高かった。（表３）

④ 集合に属さない要素の推論の正答率は，低学年で４割以下であり，推論に困難さがある。（表８）しかし全称例化の推論において，２年生になると，正答率は１年生の約２倍（35.6%）になる。

⑤ 非経験型の推論は，文脈を工夫することで，１年生の正答率が高くなる。（表３）

９　算数科の指導への示唆

本調査で明らかになった「低学年の児童の演繹的に考える力の特徴」を基にすると，本稿の二つ目の目的である「算数教育への示唆」は，次のようになる。

まとめ①より算数科の指導においては，３年生の指導を行う際に，指導の場面を吟味しながら，推論を促す発問を工夫することで，全称例化の推論をより一層促すことができると考える。また低学年の指導を行う際にも，このことを見据えて，３年生での指導がスムーズに行えるように，指導場面の吟味を行いながら児童の実態に合わせて，全称例化の推論を促す発問の工夫が必要である。

まとめ②より算数科の指導においては，低学年の指導の際に，指導の場面を吟味しながら，全称例化の推論（経験型の推論，集合に属する要素の推論）を促す発問を工夫し，推論の力を高める努力が必要である。指導場面として１年生の２０より大きい数の計算場面が考えられる。２５＋４，６＋３３，７６－６などである。二桁の数は，何十と何に分けることができるという全称命題が前提にあり，全称例化の推論をはたらかせて，２５を２０と５，３３を３０と３，７６を７０と６に分けて計算の準備をする。この全称例化の推論は，既習事項の活用なので経験型の推論である。また２５，３３，７６は二桁の数なので，集合に属する要素の推論を行うことになる。実際の計算場面では，２桁の数を何十と何に分けて考えようとしない児童が多く，数カードなど具体物を用いて計算を支援することが多い。この時，児童自らが「二桁の数は何十と何に分けられるから，２５を，２０と５に分けて考えよう。」と推論をはたらかせることが必要である。指導者には，このような推論を促すはたらきかけが期待される。

まとめ③より低学年でも年長児と比較すると，全称例化の推論の力（反経験型の推論，集合に属する要素の推論，文脈を工夫した推論）は伸びていることから，算数科の指導においては，指導の場面を吟味しながら，低学年の実態に合わせて，これらの推論を促す発問を工夫し演繹的に考える力を伸ばしていくことが必要である。

まとめ④より算数科の指導においては，集合を意識して推論する力を伸ばすために，２年生ぐらいから，集合を意識する指導を行う必要がある。なぜなら，集合を意識できる場面は，２年生の教科書教材にあるからだ。２

年生の教科書に「三角形と四角形」(学校図書上）という教材がある。三角形と四角形を定義し，定義に基づいて複数の図形を弁別する活動である。複数の図形は弁別を通して，三角形・四角形・どちらでもない形の３つの集合に分けられる。このような場面を利用して，個々の図形を同じなかまにした理由を共有させながら，集合を意識する指導を行うことができる。更に１年生の教材では，３節の（２）で例示したように，答えが同じになるたし算のカードを集めさせ，全ての集合の要素を意識することができるような発問（「他にはないですか。これで全部ですか。」）を工夫する方法なども考えられる。１年生のひき算の計算練習では１５－３など，繰り下がりがない場合でも，10から３をひいて計算を始める児童をよく見かける。こうした誤りを防ぐために，ひかれる数が二桁のひき算の計算カードを，繰り下がりがあるなかまと，繰り下がりがないなかまに分ける活動をしておくことが考えられる。この活動によって，計算カードの集合を意識し計算方法を適切に判断できるようになるのではないかと考える。

まとめ⑤より算数科の指導においては，１年生において文脈を工夫する効果が期待できるので，積極的に算数科の指導場面，特にもんだい提示の場面などに活用していくことが望ましいと考える。

１年生の求差の学習のもんだい提示に次のような問題がある。「さらのかずは，けえきのかずよりなんまいすくないでしょうか。（さらとけえきが分けて置かれている絵が付いている。）」日常子どもたちは，おさらの上にけえきが載せてある場面をよく見かけているので，この問題提示は，反経験的といえる。よって「けえきをおさらにのせてくばろうと思います。」という一文を付け加えることで，問題把握がスムーズになることが期待される。問題を提示するときには，児童の日常を考慮することが必要である。

10 課　題

本調査研究は，次のような課題を含んでいる。

・算数科の指導への示唆を吟味する為に，推論を促す教科書教材の検討や，授業実践を通した検討などが課題である。

・本研究で導かれた結果は，特定の国立の幼稚園と小学校の園児・児童に限られた内容であるため，そのまま一般化して考えることはできない。今後は，公立の園や小学校でも調査を実施し，合わせて考察することが課題である。

・個人の総得点の標準偏差の値は検定を行っていない。年長児と１年生の平均値の分散に逆転現象がおきたことについて，検定を行った上で再考することが課題である。

・低学年の演繹的な考えを育成する海外の研究や国内の集合に関する知見の研究が不十分である。これらの研究を進めることを通して，演繹的な推論を促す算数科の授業への示唆が更に充実したものになると考える。

―謝　辞―

本論文を作成するにあたり，調査結果の分析について，岡山大学大学院教育学研究科の津島愛子先生に，多くのご協力とご指導を頂きました。心より感謝申し上げます。

―文　献―

⑴　文部科学省『小学校学習指導要領解説算数科（平成29年告示)』p.21，p.25，p.36，2017

⑵　内田伸子，大宮明子「幼児の説明の発達：理由づけシステムにおける領域知識と推論形式の関係」『発達心理学研究』13巻（3号），p.232,2002

⑶　中道圭人「児童における演繹推論と学業成績の関係」『常盤学園大学研究紀要（教育学部)』(号)，pp.59-60，2011

⑷　中原忠男，清水紀宏，飯田慎司，山口武志，山田篤史，植田敦三，小山正孝，影山和也「潜在的な数学的能力の測定用具の活性化に向けた開発研究」『科学研究費補助金研究成果報告書』，p.4，2011

⑸　藤本義明「わが国における論理的思考力の実態調査の成果と課題」『全国数学教育学会誌数学教育学研究』（１号），p.114，1995

⑹　内田伸子，大宮明子「幼児の説明の発達：理由づけシステムにおける領域知識と推論形式の関係」『発達心理学研究』13巻（3号），p.240,2002

⑺　大宮明子「幼児における不定推論の発達」『心理学研究』79巻（１号），p.7，2008

⑻　中道圭人『幼児の演繹推論とその発達的変化』風間書房，p.132，pp.134-135，2009

⑼　中原忠男『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社，p.286，1995

⑽　藤本義明「わが国における論理的思考力の実態調査の成果と課題」『全国数学教育学会誌数学教育学研究』（１号），p.114，1995

⑾　石田忠男「児童の論理的思考力の発達について（その１）」『日本数学教育学会誌』，p.33，1976

⑿　磯部唯之「小学校における論理指導の基礎研究（その３）命題論理部面からの調査」『日本数学教育学会誌』，pp.2-3，1967

⒀　磯部唯之，川嵜昭三，福島嘉久「論理指導の基礎研究」『日本数学教育学会』論説，p.188，1969

⒁　2056-5852　Orinova Feruza Oljayevna，Sharofutdinova Ranohon Shavkatovna，「THE DEVELOPMENT OF LOGICAL THINKING OF PRIMARY SCHOOL

STUDENTS IN　MATHEMATICS」*European Journal of Research and Reflectionin Educational Sciences* Vol.8 No.2，2020　Part11　www.idpublications.org

⒂　野矢茂『論理学』東京大学出版会，pp.114-115，p.106，2019

⒃　一松信　他４８名『みんなと学ぶ小学校算数２年上』学校図書，p.14，2014

⒄　一松信　他４８名『みんなと学ぶ小学校算数２年下』学校図書，p.31，2014

⒅　千葉茂美，東千尋，若山玄芳『論理学入門』学陽書房，p.10，1974

⒆　一松信　他４８名『みんなと学ぶ小学校算数１年』学校図書，p.42，2014

⒇　一松信　他４８名『みんなと学ぶ小学校算数２年上』学校図書，p.107，2014

㉑　中道圭人『幼児の演繹推論とその発達的変化』風間書房，p.140，2009

㉒　内田伸子，大宮明子「幼児の説明の発達：理由づけシステムにおける領域知識と推論形式の関係」『発達心理学研究』13巻（3号），p.234,2002

㉓　大宮明子「幼児における不定推論の発達」『心理学研究』79巻（１号），p.3，2008

㉔　中道圭人『幼児の演繹推論とその発達的変化』風間書房，p.92，p.107，p..115，2009

㉕　中原忠男『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社，pp.288-290，1995

㉖　石田忠男「児童の論理的思考力の発達について（その１）」『日本数学教育学会誌』，pp.31-32，1976

㉗　磯部唯之「小学校における論理指導の基礎研究（その３）命題論理部面からの調査」『日本数学教育学会誌』，p.2，1967

㉘　磯部唯之「小学校における論理指導の基礎研究（その３）命題論理部面からの調査」『日本数学教育学会誌』，p.2，1967

㉙　石田忠男「児童の論理的思考力の発達について（その１）」『日本数学教育学会誌』，p.31，1976

㉚　中原忠男『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社，p.276，1995