

問題解決過程における思考の認知モデルとその教育利用

長瀬久明* 正司和彦* 岩脇三良**

(昭和63年9月30日受理)

1 はじめに

本研究は学校教育における教育内容、特に、算数・数学や理科のような、論理的思考を要するような教科の内容について、生徒の理解状態を知識表現し、学習指導の方法を提案している。これらの教科において、生徒の学習の過程には、法則や概念に関する知識の場合と、問題の解き方の場合とがあり、両者は質的に異なっている。ここでは後者の場合、すなわち「問題の解き方に関する知識の学習」を取り扱う。

学習の認知的モデルに関する従来の研究 (Anderson, 1983; Greeno, 1978) では知識を命題的知識と手続き的知識とに分け、学習の進行に従って命題的知識が手続き的知識に変化するメカニズムにより、熟練すると言語的説明が困難になる現象などが説明されている。しかし、佐伯 (佐伯, 1987) も指摘しているように、教室における実際の学習過程においては、ある生徒は手際よく学習するのに、別の生徒はなかなか学習が進まないといったことが普通である。

生徒が問題を解くためには、教科内容の知識、およびその知識を用いる方法に関する知識のみならず、実際の問題解決場面において、問題文や図の意味を把握することにより、適切な知識を想起できるような知識構造を獲得することが必要である。すなわち、問題の意味の把握のしかたが解き方を決定する鍵であり、学習の要である。

物語理解に関連した記憶の研究において、記憶の多層構造の考え方 (Schank, 1980) が、また、文脈の異なる物語が想起される背景として TOP (Thematic Organization Point) のアイディア (Schank, 1982) が提案されている。本研究では、生徒の問題解決過程にこれらの考え方を適用し、生徒が問題を理解する過程と、方略を想起して解く過程をモデル表現し、モデルに基づく学習指導法の開発について提案する (坂本他, 1987; 長瀬他, 1988)。

2 記憶の階層的構造

本研究では生徒の教材の理解状態を表現するため、記憶の基本的構造として、

目的記憶
場面記憶
一般事例記憶
事例記憶

図1 記憶の階層的構造

の4階層 (Schank, 1980) を考える。それぞれの記憶の構造と機能を、問題解決の場合について次に述べる。

* 兵庫教育大学学校教育研究センター

** 兵庫教育大学第1部 (教育経営講座)

(1) 目的記憶：目的記憶の構造は目的とそれを説明する付加情報の対である。目的記憶の目的部分には生徒が理解できた問題の意味が蓄えられている。数の和を計算する問題の例を図2に示す。付加情報の部分は空の場合と、目的に対応する手段、すなわち、次に述べるMOP(Memory Organization Packet) が記憶されている場合がある。

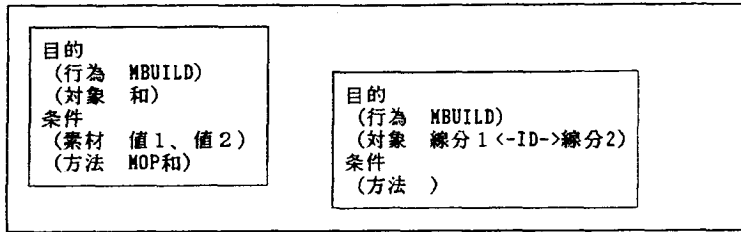


図2 目的記憶の例

(2) 場面記憶：生徒が会ったことのある場面（例：幾何の証明問題を解く場面）の記憶である。場面記憶はMOP およびシーン (Schank, 1982) から構成されている。物語においては、あるシーンと別のシーンは場所の移動や行為の違いによって区別される。しかし、思考による問題解決では、通常、場所の移動や会話はなく、思考の一区切りが一シーンになる。

(MOPの例：三角形の合同の証明。このMOPは、

- シーン1： 2つの三角形の認識。
- シーン2： いくつかの等量関係の認識。
- シーン3： 合同条件の適用と判定。

の3つのシーンからなる。)

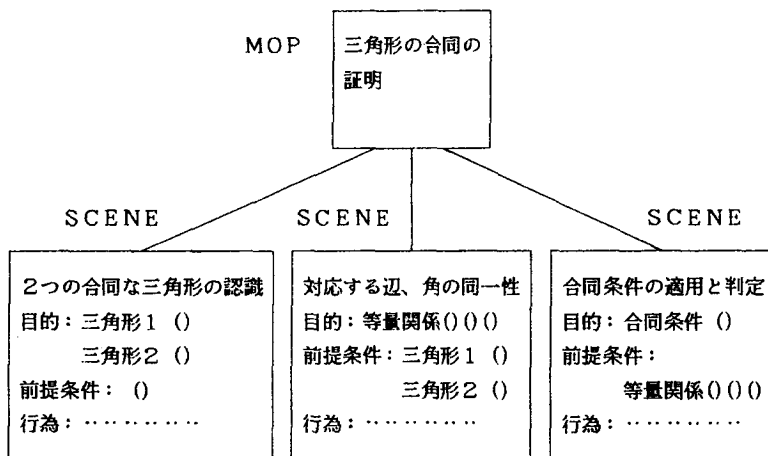


図3 MOPの例

(3) 一般事例記憶：事例記憶が一般化されたもの、および、学習指導により得た、法則、規則、原理などの記憶である。

(例：三角形に関する知識：三角形の定義、定理、性質)

(4) 事例記憶：実物や事例がそのまま記憶されたもの。いくつかの事例に共通の性質が認識されるとその共通部分は一般事例記憶に蓄えられる。

(例：授業において黒板に描かれた三角形)

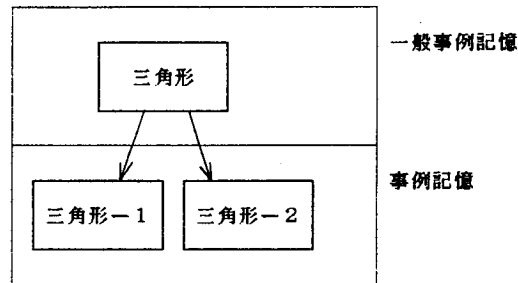


図4 一般事例記憶と事例記憶の例

3 問題解決過程

生徒の問題解決過程を、

- ・問題理解過程
- ・方略構成過程
- ・方略実行過程
- ・検証過程

に分けて考える。

3.1 問題理解の過程

問題が与えられてから、問題の解決のための方略を想起するまでの過程である。この過程では、

- ・問題や図を理解し、問題の数学的意味を表象する。
- ・事例記憶および一般事例記憶から、問題の意味と同じものを探索する。
- ・問題の意味と同じ記憶が、事例記憶あるいは一般事例記憶の中に見いだされると、その記憶に関連したMOPを活性化する。これがその問題に対して、一つの解法が想起された状態である。

以上の機能すなわち、問題を解釈して数学的意味を表象し、MOPを活性化する機能をここではTOPと呼ぶ。MOPが活性化されると、次の方略構成の過程に移る。

3.2 方略構成の過程

活性化されたMOPから、問題解決の方略を構成する過程である。方略とは実行の順序が指定された（一般には複数個の）シーンをいう。まず、活性化されたMOPに含まれているシーンあるいはMOPが活性化される。一般にシーンには前提条件がある。前提条件のあるシーンを実行するためには前もって別のシーンを実行して、前提条件を満たしておかなければならない。これによりシーンの実行順序が決まってゆく。あるシーンの前提条件を満たすシーンが活性化されていない場合、別のMOPを活性化する。前提条件のない

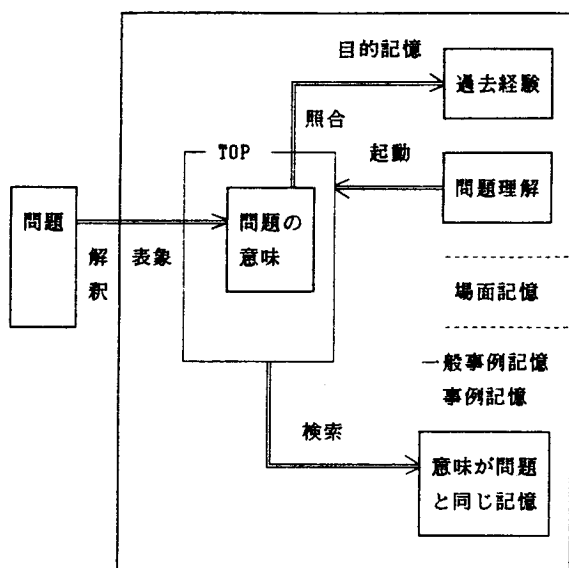


図5 問題理解の過程(1)

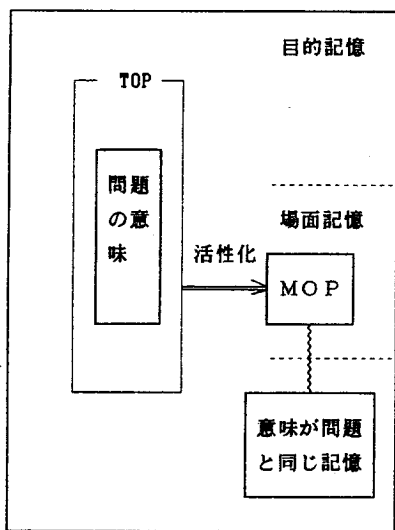


図6 問題理解の過程(2)

シーン、または前提条件が問題文や図から得られる情報により直ちに満たされるシーンは問題解決の方略において最初に行うシーンとして位置づけることができる。

教材内容を理解している生徒、すなわち教材内容に対応する知識構造が出来上がっている生徒は以上のようにして、解答に到る方略を構成できる。方略が部分的に構成された状態でも、実行できるシーンがあれば、次の方略実行の段階へ移ることが出来る。この場合を詳しく考察すると、「時間がない」などの外的な要因、「早くこの問題を終えて他のことをしたい」という内的な要因、さらに「解けそうだ」という期待、「ともかく、やってみる他ない」という、他にすることがない場合など様々な場合がある。

3.3 方略実行の過程

方略として構成されたシーン列を、付加されている実行順序の情報に従って実行する過程である。各シーンはいくつかの行為の記憶と、行為を実行する条件や順序に関する記憶を含んでいる。各行為は当面している問題のデータを用い、シーンの目的を満たす。あるシーンの目的が満たされると、次のシーンの実行に移る。

方略が部分的にしか構成されてい

ない場合は解答を得ることはできない。この場合は方略構成の過程へ戻る。また、「解けそうだ」という期待により実行を始めたため、あるいは、計算ミスにより行き詰まる場合もある。これらの場合には生徒は種々様々な対策を行う。

3.4 考察の過程

この過程は前の3つの過程について反省する過程である。方略実行の過程を反復して確認する場合、模範解答と比べて確認する場合などがある。行き詰まった場合などは問題認識の過程や方略構成の過程の結果が考察される。

考察の過程では知識の整理が行われ、学習に関連して重要な過程である。しかし、時間がないなどの外的な要因により、この過程は省略されることもある。

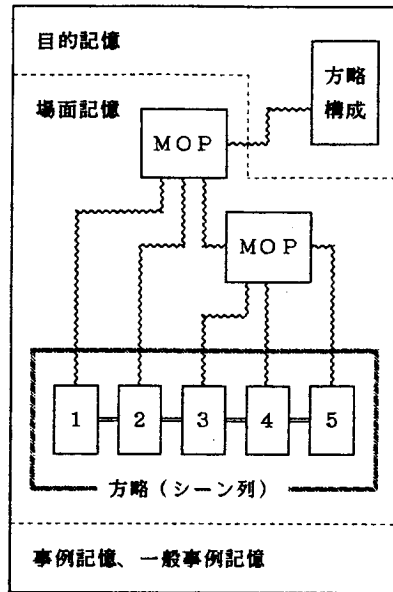


図7 方略構成の過程

4 幾何証明問題への適用

4.1 問題と証明ステップ

ここでは生徒が幾何の証明問題を解く場合を考え、生徒の思考過程をモデル化する。図8の問題を、合同について学習後の中学生19名に提示し、事後プロトコルおよびアイカメラデータをもとに証明過程をステップ化した。

二等辺三角形ABCにおいて、図のように
 $AD = AE$ ならば $DC = EB$ を証明せよ

図8 問題

中学生19名のうち12名は三角形の合同に関する知識を用いて次のステップで証明しようとした。

- 1) 幾何証明問題であることの認識
- 2) 三角形の合同の知識の想起
- 3) 視覚的に合同な二つの三角形の発見
- 4) その三角形の対応する辺、角の等量関係の根拠の探索
- 5) 合同条件による合同の判定
- 6) 合同概念による結論付け

中学生19名のうち7名は、三角形の合同に関する知識を用いなかった。彼らの中には、互いに等しい二辺や等しい二角を探し、続いて、自己のもつ二等辺三角形の知識を汎化し

て、結論の関係が成立するとしたと推測される者や、単に、互いに等しい二辺や二角を探して記述した者がいた。彼らの場合、証明の過程は次の各ステップに分けられた。

- 1) 幾何証明問題であること認識
- 2) 証明方略の探索
- 3) 辺、角の等量関係の根拠の探索
- 4) 図形の基本的概念の想起
- 5) 結論付け

4.2 ステップ1,2のモデル

前節のステップ1,2は証明方略を決定するまでの段階であり、問題理解の過程に対応する。

問題文「 $CD=EB$ を証明せよ」の意味は「二つの線分の長さが同一であることを導く」ことであるから、図9のように表される。図9において、波線の意味は記号 IDENT-LENGTH で表わされている。この記号は長さの同一性を意味するものとする。したがって、図9のうち下の部分は線分 DC と線分 EB の長さが等しいことを表わす。

また、二重線を使った矢印の意味は記号 MBUILD で表わされている。MBUILD はCD理論 (Schank, 1977) における意味素の一つであり、「古い情報から新しい情報を作り出す」ことを意味する。したがって、図9は「線分 DC と線分 EB が等しいという情報を新しく作り出すこと」を意味することになる。

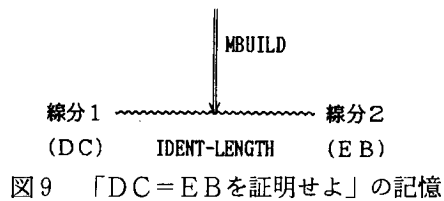


図9 「 $DC = EB$ を証明せよ」の記憶

TOPは事例記憶および一般事例記憶から、図9のパターンを持つものを検察する。合同の知識 (図10にその一部を示す)、二等辺三角形の知識 (図11にその一部を示す)、正方形の知識などの一部に図9のパターンが見いだされる。

ただし、図10において略記号は次の意味である。

IDENT-ANGLE:角の大きさの同一性,

IDENT-CONGR:合同,

CORRESP:辺1,2は三角形1,2の対応する辺であること。

図10, 図11の知識はそれぞれ、その知識の使い方であるMOPと関連していると仮定する。図8の問題の解決に合同を用いた生徒は、図9のパターンと図10の破線部分との一致を見だし、合同の知識の使い方「MOP合同概念利用」を活性化した。

一方、図8の問題の解決に二等辺三角形を用いた生徒は、図9のパターンと図11の破線部分との一致を見だし、「MOP二等辺三角形の知識利用」を活性化した。

4.3 ステップ3以降のモデル

合同を使う証明方略のステップ3以降は、方略構成過程、方略実行過程、および検証過程に対応している。方略構成過程では、問題理解過程で活性化されたMOPの持つシーンを用いて証明方略が構成される。次に、この過程を述べる。

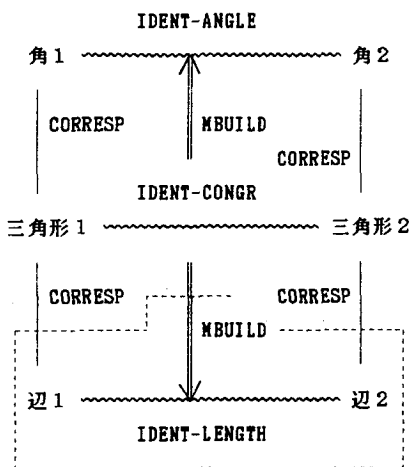


図10 合同の知識の一部分

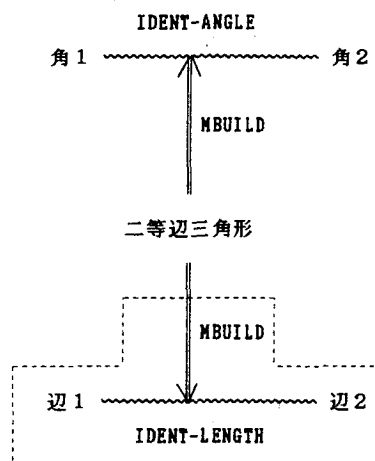


図11 二等辺三角形の知識の一部分

証明の各ステップでは、まとまってなされる行為群により、ひとつの目的が達成されていると考えられる。例えば、ステップ3「合同な三角形を探す」では、2つの三角形を決めることが目的であるが、このために、「証明すべき等辺関係の一方の線分を含む、互いに合同な三角形を二つ、与えられた図形の中から探し出す」という行為がなされる。

これらのステップは我々のモデルにおいて、場面記憶の「シーン」に対応する。すなわち、証明過程におけるステップは、系列化されたシーンが実行された結果と考えられる。

シーンはさらにMOPとして編成されている。図12の知識構造をもつ生徒の場合、2つの三角形を探すステップが実行される前に、「合同条件にあてはめて証明しよう」という方略が構成されていたと考えられる。

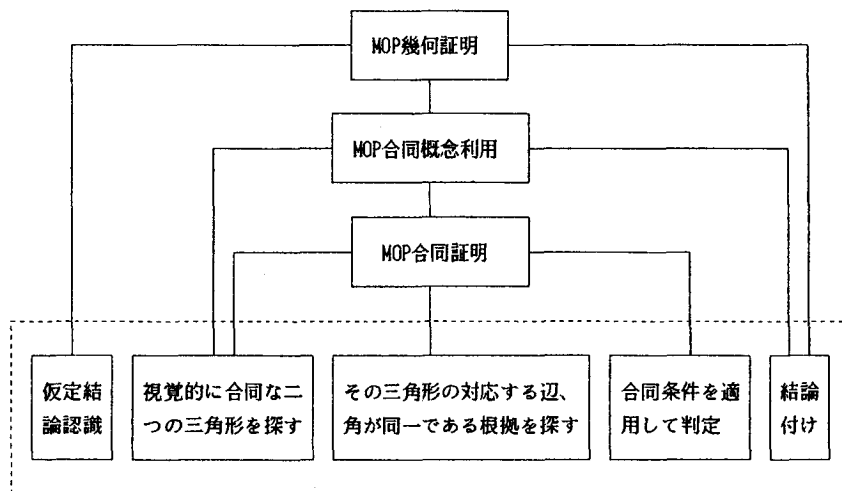


図12 合同を使う証明方略の知識構造

この方略は次の二つのMOPから構成されたと考えることができる。

MOP合同概念の利用

実行の順序 シーンの目的

- 1 二つの三角形を定める
- 2 合同条件を定める
- 3 合同条件で使われなかった，相当する辺や角が等しいことを結論づける。

このMOPは合同に関する知識から作られる。

図8の問題の場合，MOP「合同概念の利用」のシーン2「合同条件を定める」には次のMOP「合同の証明」が用いられる。

MOP合同の証明

実行の順序 シーンの目的

- 1 二つの三角形を定める。
- 2 相当する辺や角が等しい根拠を探す。
- 3 合同条件を使って判定する。

以上の二つのMOPを組み合わせて，問題の内容を考慮することにより，シーン列

- 1 二つの三角形を定める（目的の辺を含む）
- 2 相当する辺や角が等しい根拠をさがす。
- 3 合同条件を使って判定する。
- 4 目的の辺が等しいことを結論づける。

が構成される。

これらのMOPが活性化され，合同を使う証明過程である図12の破線内のシーン列が構成され，このシーン列が実行された結果，証明のステップ1)～6)となったとモデル化された。一方，二等辺三角形のMOPを活性化した生徒の記憶には，合同の知識はあるが，図12のMOPが形成されていないとモデル化される。

5 学習指導法の開発

前章によれば，証明に合同の知識を用いることのできない生徒は，場面記憶に，MOP「合同概念の利用」，MOP「合同の証明」を持っていないとモデル化された。そこで，ここでは生徒が図12のMOP構造を作り，それを使って証明できるようになるための，具体的操作活動による学習指導法を考案する。

5.1 学習指導法の例

この指導法は，次の四つのステップから構成される。

ステップⅠ：二つの合同な三角形を提示し，生徒に対応する辺や角を探させて印をつけさせる。次に，印をつけた辺や角が，重なることを，実際に三角形を動かして生徒に確かめさせる。これにより，合同概念の記憶が使われ，二つの合同な三角形の辺や角を比較するという方法が習得される。これはシーン「二つの視覚的に合同な三角形を探す」に含まれる。

ステップⅡ：二つの三角形を提示し，黒く塗った辺や角の等量関係を，三角形の合同を使って生徒に証明させる。これを3種類の合同条件について行う。ただし，証明に必要な辺や角の等量関係は生徒に与えられる。次に，与えられた等量関係が合同条件の適用のためには不足している場合を設定し，合同条件の適用のために必要な辺や角を実際に測らせる。これによって，「MOP合同概念の利用」が作られる。さらに，その下に，MOP「合同

証明」, シーン「他の辺や角の等量関係を結論付ける」, が作られる。さらに, MOP「合同証明」の下に, シーン「根拠のある等辺, 等角関係」, シーン「合同条件の利用」が作られる。

ステップⅢ: 図8の図形を提示し, どの三角形が合同かを判定させる。これにより, 生徒にシーン「2つの合同な三角形を探す」が作られ, MOP「合同証明」の下に組み込まれる。さらに生徒は二つの三角形の一部が重なっているような場合にも, ステップⅠ-Ⅲの知識を適用出来るようになる。

ステップⅣ: 次のような内容の問題を解く。提示図形の中から二つの合同な三角形を探し, 二等辺三角形や正三角形の定義・定理を適用して, 合同を判定し, 辺, あるいは角の等量関係を導く。目的の辺や角はステップⅡと同様, 黒く塗って示す。これにより, 図12の構造が出来る。

5.2 学習指導法の評価

三角形の合同を使えない生徒に対して, 図12の「証明方略」中のシーンに含まれる個々の行為や順番を習得させるような指導が行われることがある。しかし, その生徒は, 我々のモデルによれば, 問題を解くためのMOPが場面記憶に構成されていないと考えられ, したがって, 彼らに適した指導はMOPを作らせる指導であるということができる。

前節の具体的操作活動による学習指導法は, シーン, あるいはMOPの目的の部分を生徒の目標として課し, その目標を, 提示した具体的な図形に対する操作によって解決させることより, シーンに含まれるべき行為を習得させる形になっている。これによって, 生徒にMOPができあがる。練習問題を解くことにより, 生徒はMOPを使えるようになる。授業においては場面記憶の内容が生成できなかった生徒は他の生徒より遅れがちである。上記の指導方法はこのような生徒に対して, 問題を解くための知識構造を獲得させる。したがって, 生徒は問題を解けるようになると期待される。

6 あとがき

本研究では, 生徒が, 与えられた問題の意味を理解し, 解き方を想起し, 解く方略を構成して実際に問題を解くメカニズムを説明する認知モデルを提案した。さらに, このモデルを用いて, 学習指導法を次の方法で構成した。

(1) 実際の問題を生徒に解かせて, 解く過程を記録する。必要に応じて発話プロトコル記録やアイカメラによる視点移動軌跡を記録する。

(2) 問題を解ける生徒と解けない生徒の思考過程をTOP, MOPおよびシーンにより知識表現し, 両者の相違を明らかにする。

(3) 問題を解けない生徒の知識構造において, 欠けているシーン, あるいはMOPの目標を課題として, 生徒に課す。

参考文献

- Anderson, J.R. : The architecture of cognition, Harvard University Press, 1983
Greeno, J.G. : A study of problem solving. In R. Glaser (ed.) Advances in instructional Psychology (vol.1) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1978
長瀬 久明, 正司 和彦, 坂本 敏浩: 階層的記憶構造の理論を用いた教材理解のモデル, 日本認知科学会第5回大会発表論文集, pp.94-95, 1988
Nagase, H., K. Showji, S. Iwawaki, and T. Sakamoto : A CAI System for Assisting

- School Children's Active Thinking, to appear
- 長瀬 久明, 正司 和彦: 中学生の幾何証明過程の認知モデルとその教育利用について, 教育工学
関連学協会連合第2回全国大会講演論文集, pp.319-322, 1988
- 佐伯 胖: 心理学における「工学的」アプローチの可能性と限界, 大須賀, 佐伯 (共編): 知識の獲
得と学習, オーム社, 1987
- 坂本 敏浩, 正司 和彦, 長瀬 久明: 知的CAIのための幾何証明過程に関する学習者モデルにつ
いて, 日本教育工学会研究報告集, JET 88-2, pp.55-62, 1987
- Schank, R. C. : Language and Memory, Cognitive Science 4, pp.243-284, 1980
- Schank, R. C. : Dynamic Memory, Cambridge University Press, 1982
- Schank, R. C. and R. P. Abelson : Scripts Plans Goals and Understanding, Lawrence
Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey, 1977

A Cognitive Model for the Process of
Problem Solving and Its Application
to Instructional System

Hisaaki NAGASE, Kazuhiko SHOWJI,
Saburo IWAWAKI

Summary

The purpose of the present paper was to propose a cognitive model for school children to solve geometry problems, and a technique for low-achieving children to understand materials well and to apply their acquired knowledge to problems related to a given materials.

A framework of memory model, which represents children's knowledge and their thinking processes, is described on the basis of the memory structure named Memory Organization Packets (MOPs) and Thematic Organization Points (TOPs) proposed by Schank who has applied his theory to a proper understanding of sentences. We have applied his theory to geometry problem solving.

Second, following the information processing approach of cognitive science, a model for thinking processes is presented, based upon data relevant to processes utilized by secondary school children at the time of solving geometry problems.

Third, our model is applied to the development of theory and an instructional method for children who initially could not solve the problem.