

定年延長が資本蓄積・総生産水準に及ぼす影響

Influence of Extension of the Mandatory Retirement Age on Capital Accumulation and Production Level.

難波 安彦*
NAMBA Yasuhiko

日本では急速な少子高齢化と厚生年金の支給開始年齢の引き上げに対応して高齢者雇用が促進されている。そしてその方策の一つとして定年延長が進められている。

本稿は、政策的に推進された定年延長が、資本蓄積と総生産水準にどのような影響を及ぼすかを世代重複モデルの枠組で検討することを目的としている。本稿の主要な結論は、定年延長による高齢者雇用の増大は、資本蓄積にとってはマイナスであるが、総生産水準にとってはプラスの場合もマイナスの場合もあるということである。

キーワード：定年、世代重複モデル、資本蓄積

Key words : mandatory retirement age, overlapping-generations model, capital accumulation

1. はじめに

現在、日本では、急速な少子高齢化による労働人口の減少と厚生年金の支給開始年齢の65歳への引き上げに対応して政策的に定年延長が進められている。平成18年度までは、60歳以上の定年を定めている事業主が、その定年年齢の引き上げを行った場合には継続雇用定着促進助成金が支払われていた。現在では、公務員定年を2019年度から段階的にひきあげることが検討されている¹。

本稿は、政策的に推進された定年延長が資本蓄積と総生産水準にどのような影響を及ぼすかを、世代重複モデルの枠組で検討することを目的としている。

本稿のように、世代重複モデルの枠組みで老年期の労働供給を分析したモデルはHu [1979] を始まりとするが、これらのモデルにおいては一般に老年期の労働時間は労働者の効用極大化行動によって決められており内生変数となっている²。しかし本稿では政策的に推進されている定年延長が資本蓄積と総生産水準にどのような影響を及ぼすかを考察するために老年期の労働時間を政策変数として扱う。

世代重複モデルの枠組みで高齢者の労働が特にマクロ経済にどのような影響を及ぼすかを考察する研究としては、Futagami & Nakajima [2001]、Matsuyama [2008]、Namba [2007]、難波 [2017] 等がある。

Futagami & Nakajima [2001] は、連続時間型のモデルを使って労働期間の延長が資本蓄積と総生産水準（経済成長）に与える影響を明らかにしている。一世代の生存期間を多期間化しているのはこのモデルの優れたところである。但し、本モデルは、生産関数が本稿のようにコブ・ダグラス型ではなく、AKモデルであるから、資

本水準と総生産水準は常に同じ方向に変化する構造になっている。

Matsuyama [2008] は、二期間世代重複モデルの枠組で、労働者が若年期終了時に退職か労働を継続するかを選択するモデルを分析しているが、高齢者の労働がマクロ経済に与える影響については、資本蓄積に与える影響のみが分析されており、総生産水準に及ぼす影響は分析されていない。

Namba [2007] は、そのモデルの枠組みは本稿のものと類似している。但し、本稿では定年延長が総生産水準に及ぼす影響について、より明確な結論を導いた。

難波 [2017] は、Hu [1979] 等と同様に老年期の労働時間は労働者の効用極大化行動によって決められている。一方、本稿では先に述べたように老年期の労働時間は政策変数である。二つの研究は補完的と考えている。

2. 高齢者就労モデル

本節では、世代重複モデルの枠組で、高齢者（老後世代）も一時期労働を行う場合のモデルを考える。本稿では若年期の終わりを、延長する前の定年と考える。このことから、定年延長により労働者は老年期にも労働を行うことになる。定年延長の期間、従って老年期の労働時間を l とする。先に述べたように l は政策変数である。

2-1. 家計の行動

本稿のモデルは二期間世代重複モデルであり、各世代の労働者人口は外生的に一定とする n の成長率で増加するものとする。

t 期に現れた世代の家計は以下の行動を取るものとする

* 兵庫教育大学大学院教科教育実践開発専攻社会系教育コース 教授

平成29年10月25日受理

る。彼等は、若年期（ t 期）に働いて得た賃金（ ω_t ）を t 期に消費（ c'_t ）と貯蓄（ s_t ）に分ける。そして老後（ $t+1$ 期）に、（ $1+$ 利率）を R_{t+1} として、利子により増加した貯蓄（ $R_{t+1}s_t$ ）と、老年期に一時期労働して得た賃金（ $\omega_{t+1}l$ ）を全て消費（ c'_{t+1} ）する。

以上の行動から効用関数と予算制約式は次のようになる。

$$U = \log c'_t + \frac{1}{1+\rho} \log c'_{t+1} \quad (1)$$

$$c'_t + s_t = \omega_t \quad (2)$$

$$c'_{t+1} = R_{t+1}s_t + \omega_{t+1}l \quad (3)$$

以上より次式が導かれる。

$$U = \log(\omega_t - s_t) + \frac{1}{1+\rho} \log(R_{t+1}s_t + \omega_{t+1}l) \quad (4)$$

ここで t 期に現れた世代の一人当り最適貯蓄 s_t を求めるために $\partial U / \partial s_t = 0$ とすると次式が導かれる。

$$s_t = \frac{\omega_t}{2+\rho} - \frac{(1+\rho)\omega_{t+1}l}{(2+\rho)(1+r_{t+1})} \quad (5)$$

2-2 企業の行動

企業は資本と労働を用いて生産活動を行うものとする。全ての企業は同一の技術を持つものとするが、生産関数は次式で表されるものとする。生産物市場も生産要素市場も完全競争市場であるものとする。

$$Y^i_{t+1} = (K^i_{t+1})^\alpha (L^i_{t+1})^{1-\alpha} = (K^i_{t+1})^\alpha (L^i_{t+1} + lL^i_{t+1}) = (K^i_{t+1})^\alpha \left\{ \left(1 + \frac{l}{1+n}\right) L^i_{t+1} \right\}^{1-\alpha}$$

L^i_{t+1} : $t+1$ 期に現れて $t+1$ 期に働く労働者数

L^i_{t+1} : t 期に現れて $t+1$ 期に働く労働者数 (6)

本モデルにおいては資本の耐久期間は1期間とする。そうすると、（ $1+$ 利率）を R としたことから、 t 期の企業 i の利潤（ π^i ）の定義式は次のようになる。

$$\pi^i = A(K^i_t)^\alpha (L^i_t)^{1-\alpha} - R_t K^i_t - \omega_t L^i_t \quad (7)$$

企業の利潤極大化行動により、次の二式が導かれる。

$$\frac{\partial \pi^i}{\partial L^i_t} = (1-\alpha)(K^i_t)^\alpha (L^i_t)^{-\alpha} - \omega_t = 0 \quad (8)$$

$$\therefore \omega_t = (1-\alpha)(k^i_t)^\alpha \quad k^i_t = K^i_t / L^i_t$$

$$\frac{\partial \pi^i}{\partial K^i_t} = \alpha(K^i_t)^{\alpha-1} (L^i_t)^{1-\alpha} - R_t = 0 \quad (9)$$

$$\therefore R_t = \alpha(k^i_t)^{\alpha-1}$$

全ての企業は同一の技術を持つものとするため、全ての企業において賃金率と $1+$ 利率は(8)(9)となるから、全ての企業の資本労働比率は同一であり、その資本労働比率の水準を k とすると、 $k^i = k$ となる。従って、賃金率と $1+$ 利率は(10)(11)となる。

$$\omega_t = (1-\alpha)(k_t)^\alpha \quad (10)$$

$$R_t = \alpha(k_t)^{\alpha-1} \quad (11)$$

2-3 マクロ均衡

マクロ均衡を考える。財市場が均衡する場合を考えると貯蓄と投資が等しくなるが、このタイプの二期間世代重複モデルでは資本蓄積に関するのは今期の若い世代の貯蓄だけである。従って、

$$K_{t+1} = s_t L_t \quad (12)$$

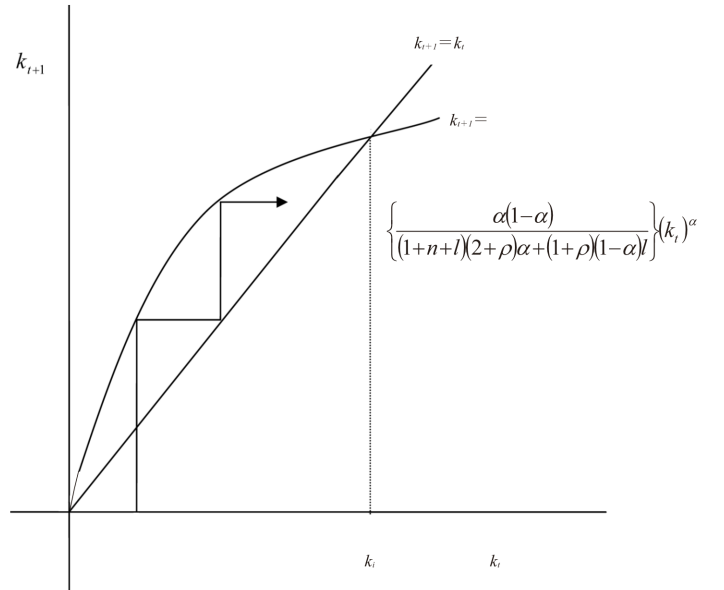
となる。これから次式が導かれる。

$$s_t = (1+n)k_{t+1} \quad (13)$$

従って(5)と(10)(11)(13)から計算すると、

$$k_{t+1} = \left\{ \frac{\alpha(1-\alpha)}{(1+n+l)(2+\rho)\alpha + (1+\rho)(1-\alpha)l} \right\} (k_t)^\alpha \quad (14)$$

となる。(14)式から位相図は次頁のようになり、 k は k_1 に収束する。



資本労働比率の均衡値 k_1 を求めるために $k_{t+1} = k_t = k_1$ とすると、

$$k_1 = \left\{ \frac{\alpha(1-\alpha)}{(1+n+l)(2+\rho)\alpha + (1+\rho)(1-\alpha)l} \right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (15)$$

となる。(15)式の分母の労働量は若年世代の労働者の労働量と高齢世代の労働者の労働量を合わせたものである。分母の労働量を若年世代の労働者の労働量に限定した資本労働比率を k_2 とすると計算により、

$$k_2 = \left\{ \frac{\alpha(1-\alpha)B}{(1+n+l)(2+\rho)\alpha + (1+\rho)(1-\alpha)l} \right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad B = \left(\frac{1+n+l}{1+n} \right)^{1-\alpha} \quad (16)$$

となる。また総生産量を、若年世代の労働者の労働量で

除した比率を y_2 とすると次式が導かれる。

$$y_2 = \left\{ \frac{\alpha(1-\alpha)C}{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l} \right\}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} C = \left(\frac{1+n+l}{1+n} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad (17)$$

3. 高齢者就労と経済成長・資本蓄積

本節では、前節の分析を基礎にして、均衡値（定常経済）において定年延長による高齢者雇用の増大が資本蓄積や生産活動に与える影響を分析する。まず定年延長期間の長期化による高齢者雇用の増大が資本蓄積に与える影響を分析したい。ここでは定年延長期間の長期化によって増加した高齢者の労働時間 l の変化と資本蓄積の関係を検討することによって高齢者の就労と資本蓄積の関係を考えることとする。

k_2 の分子は総資本量であり分母は若年世代の労働者の労働量である。分母の若年世代の労働者の労働量は、定年延長期間の長期化によって増加した高齢者の労働時間 l から独立であるから、 l が増加したときに k_2 が増加すれば、 l の増加は資本蓄積にとってプラスであることになる（逆は逆）。このため k_2 を l で微分した時の符号を調べることにする。 k_2 の大括弧の中の値を D とすると、

$$\frac{\partial k_2}{\partial l} = \frac{1}{1-\alpha} (D)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot \frac{\partial D}{\partial l} \quad D = \frac{\alpha(1-\alpha)B}{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l} \quad (18)$$

であるが、 $\text{sign}\left(\frac{\partial k_2}{\partial l}\right) = \text{sign}\left(\frac{\partial D}{\partial l}\right)$ である。従って、我々は $\frac{\partial D}{\partial l}$ の符号を調べることにする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial l} &= \frac{\alpha(1-\alpha)\frac{\partial B}{\partial l}\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}}{\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} \\ &\quad - \frac{\alpha(1-\alpha)B\{(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)\}}{\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} \\ &= \frac{\alpha(1-\alpha)\left\{\frac{1+n}{1+n+l}\right\}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[\left(\frac{1-\alpha}{1+n+l} \right) \{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\} - \{(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)\} \right]}{\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} \\ &= - \frac{\alpha(1-\alpha)(1+n)^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1+n+l)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[\{(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\} + (1+n)\{(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)\} \right]}{\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} < 0 \end{aligned}$$

である。従って、

$$\frac{\partial k_2}{\partial l} = \frac{1}{1-\alpha} (D)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot \frac{\partial D}{\partial l} < 0 \quad (20)$$

である。つまり定年延長期間の長期化によって高齢者の労働時間 l が増加することは資本蓄積にとってマイナスである。このことは既に Michel & Pestiau [2013] 等で指摘されているが、その理由は、貯蓄主体である若年世代の労働者が、高齢期の労働時間の増加による賃金所得の増大を見越して貯蓄を相対的に減らすためと考えられる。

次に定年延長期間の長期化によって高齢者の労働時間 l が増加することが総生産水準に与える影響を分析する。 y_2 の分子は総生産量であり分母は若年世代の労働者の労働量である。この場合も、若年世代の労働者の労働量は、高齢者の労働時間 l から独立であるから、 l が上昇した時に y_2 が増加すれば、 l の上昇、つまり高齢者の労働時間の増加は経済成長にとってプラスであることになる（逆は逆）。このため我々は y_2 を l で微分した式の符号を調べることにする。 y_2 の大括弧の中の値を E とすると、

$$\frac{\partial y_2}{\partial l} = \frac{\alpha}{1-\alpha} (E)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha}} \cdot \frac{\partial E}{\partial l} \quad E = \frac{\alpha(1-\alpha)C}{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l} \quad (21)$$

であるが、 $\text{sign}\left(\frac{\partial y_2}{\partial l}\right) = \text{sign}\left(\frac{\partial E}{\partial l}\right)$ である。従って、我々は $\frac{\partial E}{\partial l}$ の符号を調べることにする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial l} &= \frac{\alpha(1-\alpha)\frac{\partial C}{\partial l}\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}}{\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} \\ &\quad - \frac{\alpha(1-\alpha)C\{(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)\}}{\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} \\ &= \frac{(1-\alpha)C\{(1-\alpha)\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\} - (1+n+l)\alpha\{(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)\}}}{(1+n+l)\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} \\ &= \frac{(1-\alpha)C\left\{(1+n)\alpha(1+\rho-3\alpha-ap) + \{\alpha(1+\rho-3\alpha-ap) + (1-\alpha)^2(1+\rho)\}l\right\}}{(1+n+l)\{(1+n+l)(2+\rho)\alpha+(1+\rho)(1-\alpha)l\}^2} \quad (22) \end{aligned}$$

であるが、(22)式の最後の式の分子を F とすると、

$$F = (1+n)\alpha(1+\rho-3\alpha-ap) + \{\alpha(1+\rho-3\alpha-ap) + (1-\alpha)^2(1+\rho)\}l \quad (23)$$

である。ここで計算により、

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} < 0 \quad (24)$$

である。

また、 $1+\rho-3\alpha-ap > 0$ の時、つまり、 $\alpha < \frac{1+\rho}{3+\rho}$ の時は、 $F > 0$ であるから、 $\frac{\partial E}{\partial l} > 0$ 、従って、 $\frac{\partial y_2}{\partial l} > 0$ である。

さらに、

$$\begin{aligned} F &= (1+n)\alpha(1+\rho-3\alpha-ap) + (1+\rho-\alpha-2\alpha^2-ap)l \\ &< (1+n)\alpha(1+\rho-\alpha-2\alpha^2-ap) + (1+\rho-\alpha-2\alpha^2-ap)l \\ &= (1+\rho-\alpha-2\alpha^2-ap)\{(1+n)\alpha+l\} \end{aligned}$$

から、 $1+\rho-\alpha-2\alpha^2-ap < 0$ の時、つまり、 $\alpha > 0$ より $\alpha > \frac{-(1+\rho)+\sqrt{(1+\rho)(9+\rho)}}{2}$ の時は、 $F < 0$ であるか

ら、 $\frac{\partial E}{\partial l} < 0$ 、従って、 $\frac{\partial y_2}{\partial l} < 0$ である。

従って、 α が低い水準の場合は $\frac{\partial y_2}{\partial l} > 0$ となり、 α が高い水準の場合は $\frac{\partial y_2}{\partial l} < 0$ となる³。

つまり、 α が低い水準であれば、定年延長期間の長期化によって総生産は増大するが、 α が高い水準であれば、定年延長期間の長期化によって総生産は減少する。これは α が産出の資本弾力性であることにかかわっていると思われる。つまり定年延長期間の長期化による高齢者雇用の増加から貯蓄が減退して資本量が減少するが、産

出の資本弾力性が高い時は、資本量の減少による産出の減少が大きいと共に産出の労働弾力性が低くなるから、産出量が減少すると考えられるのである。

4 結論

本稿では、政策的に推進された定年延長が資本蓄積と総生産水準にどのような影響を及ぼすかを世代重複モデルの枠組で検討した。本稿の主な結論は次の二つである。

- (I) 定年延長期間の長期化により高齢者の労働時間が増加することは資本蓄積にとってマイナスである。
- (II) 定年延長期間の長期化により高齢者の労働時間が増加する場合、総生産水準は産出の資本弾力性の水準によって増加する場合と減少する場合がある。

(I) について、定年延長期間の長期化により高齢者の労働時間が増加することが資本蓄積にとってマイナスである理由は、貯蓄主体である若年世代の労働者が、高齢期の労働時間の増加による賃金所得の増大を見越して貯蓄を相対的に減らすためと考えられる。

(II) について、定年延長期間の長期化により高齢者の労働時間が増加する場合、総生産水準は産出の資本弾力性の水準によって増加する場合と減少する場合があるが、産出の資本弾力性が高い場合に、高齢者の労働時間の増加によって総生産が減少する理由は次のように考えられる。

高齢期の労働時間の増加による賃金所得の増大から若年世代の労働者の貯蓄が減退して資本量が減少するが、産出の資本弾力性が高い場合は、資本の減少による産出の減少が大きいと共に産出の労働弾力性が低くなるから、総生産が減少すると考えられる。

注

- 1 日本経済新聞2017年9月1日付。
- 2 Hu, S, C [1979] 以降のこの種のモデルとしては、Michel & Pestiau [1999] や前多・桃田 [2002] 等がある。
- 3 $\frac{1+\rho}{3+\rho} < \alpha < \frac{-(1+\rho)+\sqrt{(1+\rho)(9+\rho)}}{2}$ の場合に、定年延長期間の長期化により高齢者の労働時間が増加した時に総生産水準がどう変化するかの検討は今後の課題である。

引用文献

- Futagami, Koichi and Tetuya, Nakajima[2001] “Population Aging and Economic Growth,” *Journal of Macroeconomics*, vol.23, pp.31-44.
- Hu,S,C [1979] “Social Security, the Supply of Labor, and Capital Accumulation,” *American Economic Review*, vol.69 pp.175-83.
- Matsuyama, Kiminori[2008] “A One-Sector Neoclassical

- Growth Model with Endogeneous Retirement,” *Japanese Economic Review*, vol. 59, pp.139-155.
- Michel, P. and P. Pestiau[2013] “Social Security and Early Retirement in an Overlapping-generations Model,” *Annals of Economics and Finance*, 14, pp.723-737.
- Namba Yasuhiko[2007] “Influence of Extending Mandatory Retirement Age on Capital Accumulation and Production Levels,” *Journal of economics*, vol.108, no 3, pp.60-71.
- 難波安彦 [2017] 労働意欲が資本蓄積と生産水準に及ぼす影響について』『生活経済学研究』45巻, pp,15-24.
- 前多康男・桃田朗[2002] 「年金・早期退職・貯蓄」『季刊社会保障研究』37巻4号. pp.360-70.