生徒の理科授業に対する意識構造 -FSM法による構造同定法-兵庫教育大学 自然系教育講座 松本伸示

はじめに

本小論は、生徒の理科授業に対する意識をFSM (Fuzzy Structural Modeling) 法を用いて同定しようとするものである。筆者はこれまでISM法やAHP法を用いて意識構造の同定方法を検討してきた。本小論もこの文脈に沿ったものである。FSM法はファジィシステム理論に基づいて対象の持つ「あいまい性」を残しつつ構造化ができるところにその特徴があり、人間の意識のような対象の構造化には特に有用であると考えられる。本小論では生徒の意識構造を分析するための試行として、中学校教師を彼らが望む理科授業像を映す鏡としてこのFSM法を導入してみた。

1-1 理科授業に関する要素リストの作成

理科授業を受ける生徒がどのようなものをその中で望んでいるかを、ブレーンストーミングや アンケート方式により抽出する。今回は大学学部学生から理科授業で望むものを抽出し、さらに それらを中学校及び高校教師の併せて8名にそれらを精選してもらい、最終的に8項目を選定し た。以下がそれらの項目である。

番号	項目 (要素) の内容
S ₁	観察や実験の授業を多くしてほしい。
S ₂	進学に必要な基礎学力を付けたい。
S ₃	興味・関心の持てる楽しい授業をしてほしい。
S ₄	教科書の内容がよくわかる授業をしてほしい。
S ₅	身の回りの自然についてよく理解したい。
S ₆	生活に役立つ知識を学習させてほしい。
S ₇	野外調査などをやらしてほしい。
S ₈	好きな課題について学習させてほしい。

表1 理科授業に関する項目リスト

なお、項目の選定に当たっては、本分析に用いるFSM法の特性を考慮してあまり項目数が多くなりすぎない程度の最小限のものにとどめた。

本研究では手法の有効性の検討も考慮に入れ、試行という意味で、以上の項目リストに関し、項目 S_i が項目 S_j に対してどの程度生徒が望んでいるかを中学校教師 5 名に回答してもらう方法をとった。実践研究では生徒に直接回答してもらうことになる。なお、回答は表 1 の項目について総当たりで 2 項目づつ取り出し、2 つの項目を比較して 0.0 から 1.0 の数値で答えてもらった。このときの尺度は次の通りである。

表2 影響度の尺度

影響度の尺度	定義	
0.0	項目 S_i は項目 S_j よりも非常に求めている	
:		
0. 5	どちらともいえない。	
:		
1.0	項目 S_j は項目 S_i よりも非常に求めている	

1-2 ファジィ従属行列 A の作成

表 1 で設定された項目に対する中学校教師のファジィ従属行列 $A^{\ell} = \left[a_{ij}^{\ell}/n\right]_{8\times8}$ 、 $\ell=1,2,3\cdots n$ を設定し、さらにn人の教師の A^{ℓ} の平均行列を求め、これを教師を代表するファジィ従属行列 A^{ℓ} とする。

$$\underbrace{A}_{\sim} = \left[\sum_{\ell=1}^{n} a_{ij}^{\ell} / n \right]_{8 \times 8}$$
(1)

ただし、 a_{ij}^{ℓ} は、 S_i は S_j より a_{ij}^{ℓ} 程度重要である、ことを意味する。

中学校教師 5名に対する調査の結果、ファジィ従属行列 $oldsymbol{A}$ は次のように与えられた。

$$A = \begin{bmatrix}
S_1 \\
S_2 \\
S_3 \\
S_4 \\
S_5 \\
S_6 \\
S_7 \\
S_8 \\
S_8$$

各要素の値は 5名の教師の平均値となり、0.5 を中心とした比較的ばらつきの小さいものとなった。行列の要素 $S_{38}=0.66$ は、 S_3 は S_8 よりも生徒が望んでいることを意味する。F S M 法では S_3 は S_8 に影響するといい、 S_3 は S_8 を従属することを表す。なお、行列要素の数値の関値 P=0.5 として、それ以下の数値は、従属度は無視することにする。

ファジィ行列 $A = [a_{ij}]$ は、8×8行列で、その要素 a_{ij} は、ファジィ2項関係が存在する。

すなわち、項目 S_i は S_j に従属する度合い(メンバーシップ関数)f は

$$a_{ij} = f(S_i, S_j), \quad 0 \le a_{ij} \le 1$$
 (3)

で与えられる。これは任意の2つの項目は、お互いに独立したものではなく、相互に相乗的(または相殺的)な相互作用があるとする。ファジィ集合 Aの補集合 Aについて、その2 項関係に

関するメンバーシップ関数を f_{-} とすると、 f_{-} と f_{-} の関係は次式で与えられる。

$$f_{\bar{r}} = \frac{1 - f_{r}}{1 + \lambda f_{r}} \tag{4}$$

ただし、−1<*λ*<∞

ここで、 λ は2項関係の相乗効果($\lambda>0$)または相殺効果($\lambda<0$)を表し、 $\lambda=0$ のときは、ファジィ行列の各項目はお互いに独立して相互作用はないことを示す。

(2) 式に示した $oldsymbol{A}$ 行列は、

$$P = 0.5, \qquad \lambda = 0.1$$
 (5)

とする。

ここでの意味合いは、項目 S_i を S_j よりも望むに対して、その逆の項目 S_j を S_i より望む程度 が単なる引き算的な値よりも少しだけ小さめに設定するということを意味する。これは、人間の 心理としてあるものとあるものを比較して片方を選択したときに、選択した後、残された方の重要度が実際よりも小さくなることに対応するものである。なお、 λ の設定は上記した条件で状況 に応じて任意に設定できる。

1-3 ファジィ従属行列 A の修正

本来、式 (3) の f 、 t 、 次の 3 つの性質を満たさなければならない。 今回得られた f は以 f での f つの性質をすべて満たしているので修正する必要はない。 もし、満たさない場合は f を修正する(詳細については文献(1)を参照のこと)。

< 1 > ファジィ非反射律の成立

すべての(S_i , S_i)に対して、 $f_r(S_i,S_i) \leq P$ が満たされるならば、ファジィ非反射律が成立する。(2)式の行列において、対角行列の要素は0であるからファジィ非反射律を満たす。 <2> ファジィ非対称律の成立

すべての (S_i,S_j) 、 $i\neq j$ に対して、 $\int_{r}(S_i,S_j) < P$ あるいは $\int_{r}(S_j,S_i) < P$ の少なくともどちらから一方が成り立つならば、ファジィ非対称律が成立する。 (2) 式の行列はファジィ非対称律を満たす。

<3> ファジィ半推移律の成立

すべての (S_i, S_j) 、 (S_i, S_k) 、 (S_i, S_k) 、 $i \neq j$ 、 $j \neq k$ 、 $i \neq k$ に対して

$$M = \bigvee_{j=1}^{13} (f_r(S_i, S_j) \wedge f_r(S_j, S_k)) \ge P$$
 (6)

のとき、 $f_r(S_i, S_k) \ge M$ が満足されるならばファジィ半推移律が成立する。

2-1 ファジィ従属行列 A の構造

ファジィ従属行列 A のグラフ化は、次の STEP に沿って行う。

STEP 1

グラフ化する対象システム (生徒の授業に対する意識構造) Sは、次の集合からなる。

$$S = \{S\} = \{S_1, S_2, S_3 \dots, S_8\}$$
 (7)

このSの要素の集合を、最上層レベルの集合 $L_i(S)$ 、中間レベルの集合 $L_i(S)$ 、最下層レベルの集合 $L_i(S)$ の 3 つに分ける。これが STEP 1 の手順である。

<1> L_t(S)集合の決め方

行列において、 S_k 行の各要素の \max 演算($\bigvee_{j=1}^{13}$ の値が閾値 P よりも小さい、かつ S_k 列の各

要素の \max 演算 $(\bigvee_{l=1}^{l} a_{lk})$ の値が閾値Pよりも大きい要素の集合とする。

<2> L_h(S)集合の決め方

行列において、 S_k 行の各要素の \max 演算 $(\bigvee_{j=1}^{15} a_{kj})$ の値が閾値 P よりも大きく、かつ S_k 列の各

要素の \max 演算 $(\bigvee_{l=1}^{13} a_{lk})$ の値が閾値Pより小さい要素の集合とする。

以上、 $L_t(S)$ と $L_b(S)$ が決まると $S = \{S_1, S_2, S_3 \cdots, S_8\}$ から、 $L_t(S)$ と $L_b(S)$ を取り去った残りの集合が $L_t(S)$ である。

次に、 $L_{\iota}(S)$ と $L_{\iota}(S)$ との従属関係を示す集合 $B(S_{\iota})$ は、Aより表3で与えられる。

表3 L_b(S)と L_t(S)の従属関係

$S_i \in L_b(S)$	$B(S_i) \subset L_t(S)$
S ₃	S ₇

表3より、 $B(S_3) = \{S_2\}$ (8)

(8) 式は最上層レベルの S_7 を、最下層レベルの S_3 が従属していることを示す。なお

(8) 式をブロック $Q_{\scriptscriptstyle
m l}$ とし、今回の A からはこのブロック $Q_{\scriptscriptstyle
m l}$ のみが存在する。

$$Q_1 = B(S_3) = \{S_7\} \tag{9}$$

STEP 2

 $L_{t}(S)$ 、 $L_{b}(S)$ が決まったため、A行列から S_{7} 行を消す。その理由は、 S_{7} は最上層レベルであり、従属する S_{i} が存在しないからである。同様に、A行列から最下層レベルの S_{3} 列を消す。その理由は、この要素を従属させる要素が存在しないためである。かくして、次の新たな従属行列 $A'=\left[a_{ij}\right]_{7\times 7}$ が得られる。

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{3} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{2} \quad S_{3} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{3} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8} \quad S_{8$$

STEP 3

ブロック Q_1 ((9)式)の要素は S_7 であるから、行列 A'において S_7 列を調べるとすべての要素間でPの値よりも大きい。すなわち、 $S_{17}>0.5~S_{27}>0.5~S_{37}>0.5~S_{47}>0.5~S_{57}>0.5~S_{67}>0.5~S_{81}>0.5~~(1~1)$ であるから、 Q_1 に従属する要素は、 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 、 S_5 、 S_6 、 S_8 である。従って、

 $Q_{{}_{\!1}}$ に対応した単一階層行列 $A^{(1)}$ は、 $A^{'}$ 行列をそのまま考えればよい。すなわち、

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{3} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{2} \quad S_{3} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8} \quad S_{8$$

 $A^{(1)}$ 行列において、ある行を $\left[a_i\right]$ で表すと、そのうちの1つの a_i のみが $a_i>p$ である行を regular 行という。 $A^{(1)}$ で言えば、 S_7 に対する regular 行は S_6 である。すなわち S_7 は、

 S_6 のみに従属し、他の要素に従属しない。これをグラフで表示すると次の通りである。(図 1)

$$S_6$$
 S_7

図 1 S_6 と S_7 の構造グラフの形成

 S_6 のグラフ構造上のレベルが分かったから $A^{(1)}$ 行列から消去するため、 S_7 列すなわち $\left[a_{+7}
ight]$

を次式の $\left[a_{.7}^{*}\right]$ 列に置き換えて S_6 行を消去する。すなわち、

$$\begin{bmatrix} a_{\cdot 7}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{\cdot 7} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \overline{a}_{\cdot 6} \end{bmatrix} \tag{13}$$

 $A^{^{(1)}}$ 行列より、

$$\begin{bmatrix} a \cdot 7^* \end{bmatrix} = S_4 \begin{vmatrix} 0.58 \\ S_2 \\ 0.52 \\ S_3 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 0.64 \\ 0.54 \\ S_5 \\ 0.54 \\ S_8 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 0.54 \\ 0.54 \\ 0.54 \\ 0.52 \end{pmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0.64 \\ 0.54 \\ 0.54 \\ 0.54 \\ 0.52 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0.34 \\ 0.40 \\ 0.34 \\ 0.34 \\ 0.44 \\ 0.54 \\ 0.52 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.34 \\ 0.40 \\ 0.34 \\ 0.44 \\ 0.44 \\ 0.54 \\ 0.42 \end{bmatrix}$$

$$(1 \ 4)$$

ただし、
$$\overline{0.64} = \frac{1 - 0.64}{1 + 0.1 \times 0.64} = 0.3383$$

(14)式の $\left[a_{.\,7}^{*}
ight]$ 値でもって(12)式の $\left[a_{.\,7}^{}
ight]$ を置き換え、 S_6 行を消去すると次式の $A_{\sim 1}^{(1)}$ 行列を得る。

$$A_{-1}^{(1)} = \begin{bmatrix}
S_1 & S_2 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 \\
S_2 & 0 & 0.6 & 0.46 & 0.56 & 0.64 & 0.34 & 0.6 \\
0.42 & 0 & 0.42 & 0.48 & 0.58 & 0.40 & 0.52 \\
0.56 & 0.54 & 0.52 & 0.6 & 0.64 & 0.34 & 0.66 \\
0.46 & 0.64 & 0 & 0.56 & 0.64 & 0.34 & 0.56 \\
S_5 & 0.42 & 0.4 & 0.44 & 0 & 0.54 & 0.44 & 0.56 \\
S_8 & 0.32 & 0.42 & 0.34 & 0.44 & 0.56 & 0.42 & 0
\end{bmatrix}$$
(1 5)

 $A^{^{(1)}}$ において、 S_6 に対する regular 行は S_8 である。すなわち、 S_8 は S_6 のみ直接従属し、 \sim $_1$

他の要素を従属しない。これをグラフ化すると次の通りである(図2)。

$$S_8$$
 S_6 S_7

図2 S_6 と S_7 、 S_8 の構造グラフの形成

上述の計算と同様に(1 5)式において $\left[a_{+6}\right]$ を $\left[a_{+6}\right]$ に置き換え、 S_8 行を消去する。

$$\begin{bmatrix} a \cdot {}_{6} * \\ a \cdot {}_{6} * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot {}_{6} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \overline{a} \cdot {}_{8} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_{1} \\ S_{2} \\ 0.54 \\ S_{3} \\ 0.64 \\ S_{5} \\ 0.54 \\ S_{8} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0.38 \\ 0.46 \\ 0.32 \\ 0.42 \\ 0.42 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.38 \\ 0.46 \\ 0.32 \\ 0.42 \\ 0.42 \\ 0.56 \end{bmatrix}$$

$$(1 6)$$

(15) 式の $\left[a_{\cdot 6}\right]$ を(16) 式の $\left[a_{\cdot 6}\right]$ で置き換えて、 S_8 行を消去すると $\mathop{A}_{\sim 2}^{(1)}$ 行列を得

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$S_{1} \quad S_{2} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$A_{2} \quad S_{2} \quad S_{2} \quad S_{2} \quad S_{2} \quad S_{2} \quad S_{3} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8}$$

$$A_{2} \quad S_{2} \quad S_{2} \quad S_{2} \quad S_{3} \quad S_{4} \quad S_{5} \quad S_{6} \quad S_{7} \quad S_{8} \quad S_{8} \quad S_{8} \quad S_{9} \quad S_{9$$

 $A^{(1)}$ 行列で、 S_8 に対する regular 行は S_2 、 S_5 である。これをグラフ化したものが図3である。

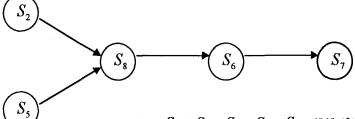


図3 S_2 と S_5 、 S_6 、 S_7 、 S_8 の構造グラフの形成

前回までと同様に $\left[a_{+8}\right]$ を $\left[a_{+8}\right]$ で置き換え、 S_2 、 S_5 行を消去すると $A_{\sim 3}^{(1)}$ を得る。

ここで、 $A^{(1)}$ において、 S_6 、 S_7 、 S_8 列の値はすべてP値よりも小さく、また、それぞれの行がないので、これらの列を消去する。これによって、 $A^{(1)}$ を得る。

$$A_{\sim 4}^{(1)} = S_{3} \begin{bmatrix} S_{1} & S_{2} & S_{4} & S_{5} \\ 0 & 0.6 & 0.46 & 0.56 \\ 0.56 & 0.54 & 0.52 & 0.6 \\ 0.46 & 0.64 & 0 & 0.56 \end{bmatrix}$$
(19)

 $A^{(1)}$ においてこのままではレギュラー行は存在しない。そこで、できるだけ低次で分割できる \sim 4 行に着目してレギュラー行を作り出す。ここでは、 S_1 も S_4 も2次の分割が行える。そこで、まず最初に S_1 を2次に分割して $A^{(1)}$ を得る。 \sim 5

$$A_{5}^{(1)} = S_{18} \begin{bmatrix} S_{1} & S_{2} & S_{4} & S_{5} \\ 0 & 0.6 & 0.46 & 0 \\ 0 & 0 & 0.46 & 0.56 \\ 0.56 & 0.54 & 0.52 & 0.6 \\ 0.46 & 0.64 & 0 & 0.56 \end{bmatrix}$$
(20)

 $m{A}_{\sim 5}^{(1)}$ において、 $m{S}_2$ に対するレギュラー行は $m{S}_{1B}$ である。こ ~ 5 れを図に表すと以下の通りである。



図4 ブロック Q_1 の構造グラフ

ところで、 S_{1A} と S_{1B} とはもともと同じものなのでこれらを合成すると図5のようになる。

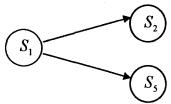


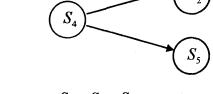
図5 S_1 と S_2 、 S_5 の構造グラフの形成

これまでと同様に $\left[a_{+2}\right]$ を $\left[a_{+2}\right]$ で置き換え S_{1A} 行を消去し、さらに、 $\left[a_{+5}\right]$ を $\left[a_{+5}\right]$ で置き換え S_{1B} 行を消去すると $A_{-6}^{(1)}$ を得る。

$$A_{\sim 6}^{(1)} = S_{3} \begin{bmatrix} 0.56 & 0.42 & 0.52 & 0.42 \\ 0.46 & 0.52 & 0 & 0.52 \end{bmatrix}$$
 (2 1)

 S_1 の場合と同様にを2次に分割し、 $A^{\ \ (1)}$ を得る。 $A^{\ \ (1)}$ において S_2 に対するレギュラー行a

 S_3 は S_{4A} 、 S_5 に対するレギュラー行は S_{4B} である。これらを合成して図に示すと次の通りである。



 S_2 、 S_5 列をそれぞれ置き換えて、 S_{4A} 、 S_{4B} 行を消去すると最後に、 $A_{8}^{(1)}$ を得る。

$$S_{1} S_{2} S_{4} S_{5}$$

$$A_{3}^{(1)} = S_{3}[0.56 \quad 0.42 \quad 0.52 \quad 0.42]$$
(2.3)

これを図に表すと図7のようになる。

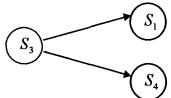


図 $7S_3$ と S_1 、 S_4 の構造グラフの形成

以上で、要素間の関連性はすべてグラフに表されたことになる。そこで、図3,5、6、7を 合成して全体の構造グラフを完成すると図8を得ることができる。

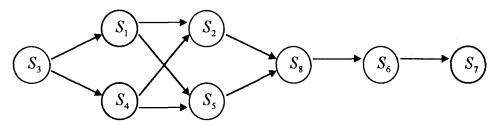


図8 ブロック Q_1 全体の構造グラフ

図8を各要素となった項目のキーワードを拾い出し、描画的な分かりやすさも考慮して意味的 に表現したものが図9である。

完成した理科授業に対する中学生の望む意識構造(図 1 5)をみると、もっとも中学生が望んでいるだろうと教師が考えているもののトップに「 S_3 : 興味・関心がもてる楽しい授業」が位置づき、次に「 S_4 : 観察や実験の多い授業」あるいは「 S_4 : 教科書の内容がよくわかる授業」

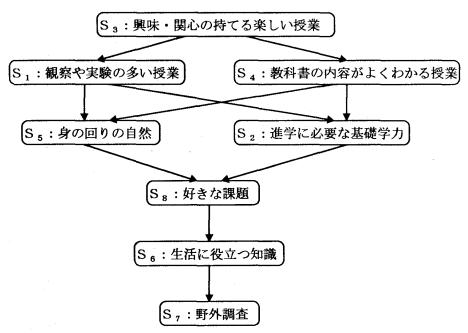


図15 意識構造のグラフモデル

が続いている。そして、最後に「 S_7 : 野外調査」などがやりたい、となった。今回のデータからは以上のような意識構造が浮き彫りになってきた訳である。もちろん、実際の中学生の意識構造ということを考えるならば直接中学生からデータを収集する必要があろう。ただ、今回、経験豊富な教師が判断して、生徒たちの要求の中で、自分の「 S_3 : 好きな課題」や「 S_6 : 生活に役立つ知識」が相対的に下位になっている点は再検討すべき今後の課題として残った。

終わりに

今回は意識構造の解明のためのFSM法による解析手順に重点をおいて論を展開したが、解析 過程でP値やλ値を変化させた場合に得られるグラフ構造の変化や他の手法、例えば、AHP法 やISM法による解析結果との比較等に関しては紙面を改めて報告してみたい。また、与えられた紙面の関係で解析途中の計算を一部割愛させていただいたことをお詫びする。解析の詳細については文献番号(1)を参照されたい。本研究は科学研究費基盤研究(C)(研究代表者 松本 伸示)の助成を受けたものである。関係の方々に感謝する。最後に、本手法については兵庫教育大学名誉教授伊藤信隆先生にご指導いただいたものであり、ここに深く感謝申し上げる。

参考文献

- (1) 田崎栄一郎 (1979) 「あいまい理論による社会システムの構造化」『数理科学』5 月号、pp.54-66。
- (2) 木下栄蔵 (1992) 『わかりやす意志決定論入門』啓学出版、pp. 133--155。