

数学教育における認知科学研究

— 情報处理的考察を中心にして —

自然系教育講座 崎谷 真也

1. 数学の学習過程における生徒の認知活動とその解明

数学を学習する過程で生徒はさまざまな認知活動を行う。数学的概念や原理・法則を“理解する”、数学の問題を“解く”といった活動はその代表的な認知活動であり、数学の教授—学習理論を構築するためには、こうした認知活動を明らかにしなければならない。

従来の教授—学習についての心理学的研究は刺激—反応（S—R）理論、つまり、行動心理学に基づく連合主義的考察がほとんどであった。これは刺激と反応の過程をブラックボックス的に扱っており、これでは、生徒の認知活動を解明することは困難であり、生徒を主体にした教授—学習理論を構築することはできない。

学習過程での生徒の認知活動を解明する有力な学問として、最近誕生した認知科学が注目されている。これは認知心理学者、人工知能学者、言語学者、哲学者等を中心として20年程前にアメリカで誕生した学際的な学問である。認知科学の目的は理解を理解し、知識についての知識を考えるとといった、いわゆるメタ認知的考察によって人間の「知」の働きを明らかにしようとするものであり、数学の学習過程における生徒の認知活動の解明に大きな貢献が期待できる。

2. 数学学習の情報処理モデル

認知科学への1つのアプローチとして、人間の認知活動を情報処理ととらえる情報处理的考察がある。数学を“理解する”とか数学の問題を“解く”といった数学の学習過程で生徒が行う認知活動を明らかにするにはこうした情報处理的考察が有効である。なぜなら、数学の学習は、他教科、特に文系の教科の学習と比べ、学習に必要な情報が特定しやすいからである。つまり、ある概念や原理・法則を理解するにはこの知識（情報）とこの知識が必要であるとか、この問題を解くには、問題によって与えられたこのデータ（情報）とこのデータが必要であり、生徒はこの知識とこの知識をもっていなければならないというように、数学を理解したり、問題を解いたりするために処理すべき情報が

明確に特定できるということである。また、数学を理解したり問題を解いたりする過程、つまり、こうして特定された情報を処理する過程が論理的であり、その形式化が容易であるというのも情報处理的考察が有効な理由である。他教科の場合、単に知識を記憶したり想起したりすることが理解や問題解決に直結することがあるが、これは情報処理とは言い難い。数学の理解や問題解決では、単なる知識の記憶や想起だけではなく、それを処理することが不可欠であり、しかも、この情報からこれが導かれ、それをもとにこれが得られるというように、情報の処理過程を論理的に体系化することができる。

ここで断わっておきたいことは、数学の理解や問題解決に必要な情報の特定や処理過程の形式化が容易であるということは、数学を理解したり問題を解いたりしている生徒にとってもそれらが容易であるということではない。それは、あくまでも、数学の理解や問題解決の認知過程に関心をもっている第三者にとって、数学の理解や問題解決の過程を客観的に分析することが、他教科と比べ、比較的容易であるということである。

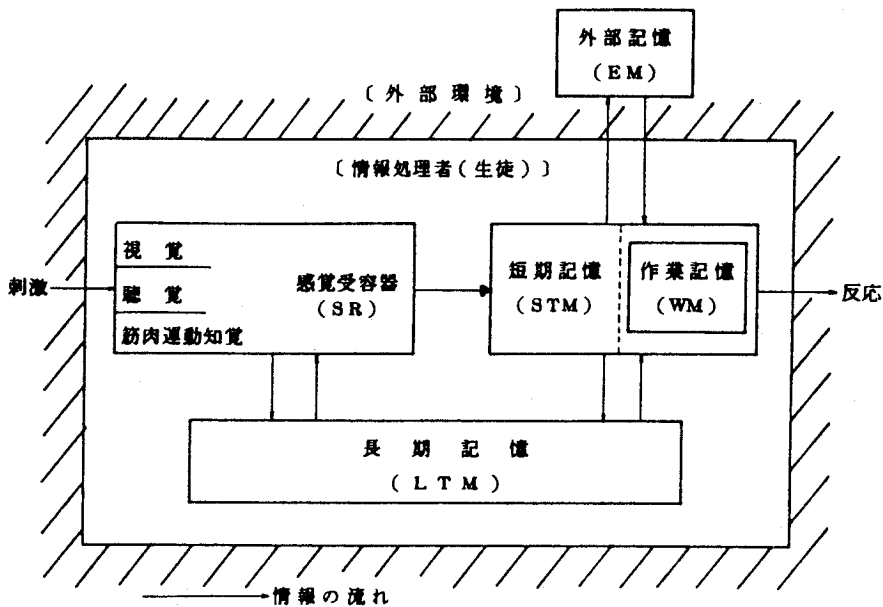
このように、数学の理解や問題解決では、どのような情報をどのように処理するかという情報処理の対象やその過程を明確にすることができる。これは、正に、生徒が数学を理解したり問題を解いたりするための認知活動を明らかにすることであり、数学の学習を情報処理ととらえて考察することの意義である。

数学の学習を一連の情報処理活動ととらえ、数学教育でのこうした考察の有効性を述べてきたが、数学を学習するときの情報処理活動を説明するためには何らかのモデルを考えることが有効である。

数学学習での生徒の認知活動を明らかにしようとしている先行研究においても、さまざまな情報処理モデルが提案されている。これらのモデルはその詳細さに差異はみられるが、その基本的な考え方に大きな違いはない。また、こうしたモデルの目的は、数学学習における認知活動を詳細に分析し、それを形式化することではなく、数学学習における情報の基本的な処理過程を明らかにし、生徒のもっている知識がそこでどのように機能するかを考察し、数学指導への示唆を得ることである。つまり、数学の学習過程を正確に詳しく形式化し、それをプログラム化することではなく、数学を学習するための認知活動を情報処理とみなし、数学学習を一連の情報処理活動として体系化し、それをもとに、数学の効果的な指導を探求することである。仮に、数学の学習過程がプログラム化され、コンピュータ上で実行できたとしても、人間の思考は余りに

も複雑であるので、それが生徒の普遍的な学習活動といえないであろうし、教育への豊かな示唆をもたらすとも思えない。Cobb は「私は、非形式的な理論やその背景にある仮説にも注意が向けられるべきであると感じている」¹⁾と述べ、情報の処理過程を詳細に記述することもさることながら、情報処理についての非形式的な理論やその背景にある仮説の重要性を指摘している。

そこで筆者は、先行研究にみられるいくつかのモデルを参考にして、上述の目的を達成するのに必要な程度の詳細さをもったモデルとして、次のようなモデルを提案した。



数学学習の情報処理モデル

このモデルについての詳しい説明は省略するが、外部から与えられた情報や生徒が長期記憶に保持している知識を処理するところが作業記憶である。つまり、作業記憶は、外部から与えられた情報や生徒のもっている知識の中から数学の学習に必要な情報を選択したり、それらを活性化するところであり、情報の「処理」において中心的な役割を演じる場所である。Silverの言葉を借りると、「情報処理と呼ばれる認知活動は感覚受容器を通して情報を知覚したり、長期記憶から情報を想起するといった活動によって、作業記憶への情報の流入やそこからの情報の流出を制御することから成る」²⁾ということである。

3. 情報処理考察の妥当性

数学の学習を情報処理ととらえることの意義とそれを説明するための情報処理モデルについて述べてきたが、その妥当性を検証することは容易なことではない。何と言っても、数学学習は生徒の頭の中の活動であり、これを外部から観察することはできないし、たとえプロトコールをとって、それを先に述べた情報処理モデルに対応づけたとしても、それは主観の域を脱し得ない。これは認知的研究の宿命ともいえるが、佐伯は情報处理的考察の妥当性を検証する観点として次の6つをあげている³⁾。

- ①<領域内整合性>当面の領域での過去の研究で明らかにされてきたことと整合的か(少なくとも矛盾しないか)。
- ②<領域間整合性>当面の課題に関連して、他の研究領域で明らかにされた人間の認知能力についての理論や実験研究と整合的か(少なくとも矛盾しないか)。
- ③<一般化可能性>解明された事実はどこまで一般化して解釈できるか(とくに前提の違いに注意せよ)。
- ④<発見的妥当性>そのような概念構成を想起することで、新しい予測、新しい実験仮説が多くうまれるか。
- ⑤<簡潔性>従来は説明できなかったことや、従來說明にまわりくどさや無理があったものが、どのくらい簡潔に説明できるか。
- ⑥<有意義性>「だからどうだっていうの(So what?)」(解明されたことによってもたらされる波及的な意義の評価)

ここでは、これらの観点を順に吟味する紙面のゆとりがないが、数学の学習を情報処理ととらえることの妥当性をある程度想像してもらえらると思う。

引用文献

- 1) Cobb, P. ; Information-Processing Psychology and Mathematics Education—A Constructivist Perspective, Journal of Mathematics Behavior, 1987 (Vol6), p. 31.
- 2) Silver, E.A. ; Foundations of Cognitive Theory and Research for Mathematics Problem-Solving Instruction, In Schoenfeld, A.H. (Ed) "Cognitive Science and Mathematics Education", Lawrence Erlbaum Associates, 1987, p. 39.
- 3) 佐伯~~胖~~他 ; 『認知科学の方法』、東京大学出版会、1986, p. 151.